Маклашин Д.И., Хабаров С.П. Учёт нагрузок на оси автопоезда в муравьином алгоритме трёхмерной упаковки грузов // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2026. – № 40. – С. 47-56.

УДК 62-2 https://doi.org/10.26160/2658-3305-2026-40-47-56

УЧЁТ НАГРУЗОК НА ОСИ АВТОПОЕЗДА В МУРАВЬИНОМ АЛГОРИТМЕ ТРЁХМЕРНОЙ УПАКОВКИ ГРУЗОВ

Маклашин Д.И., Хабаров С.П.

Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С.М. Кирова, Санкт-Петербург

Ключевые слова: муравьиный алгоритм, трёхмерная упаковка, нагрузка на ось, автопоезд, полуприцеп, физическая реализуемость укладки, устойчивость груза, распределение массы.

Аннотация. Работа продолжает исследование применения муравьиного алгоритма к задаче трёхмерной упаковки грузов в кузов автопоезда. Показано, что укладка, оптимальная по коэффициенту заполнения и стоимости размещённого груза, может оказаться физически нереализуемой: она нарушает ограничения по площади опирания, хрупкости тары, её несущей способности и, прежде всего, по нагрузкам на оси транспортного средства. Осевое ограничение определяется положением центра масс всей укладки, поэтому допустимость отдельного шага нельзя установить по одному пакету. Предложена статическая модель распределения нагрузок для автопоезда в составе седельного тягача 4×2 и трёхосного полуприцепа. Принцип рычага применяется дважды: груз распределяется между седельно-сцепным устройством и тележкой полуприцепа, а сила на седле далее делится между рулевой и ведущей осями тягача. Модель вместе с проверками площади опирания, класса хрупкости и несущей способности тары встроена в процедуру Maximal-Space как условие допустимости шага размещения, а не как проверка уже построенной укладки. Стоимость груза задана в условных единицах (у.е.). На грузе предыдущей работы ограничение по осям не является связывающим: максимальная загрузка ведущей оси составляет 84-85% предела, а учёт ограничений шага сохраняет стоимость 900-950 у.е. При утяжелении груза методы без предиката шага перегружают ведущую ось до 124,6% предела при стоимости 300 у.е. Предлагаемый алгоритм удерживает нагрузку в пределах 95-99% и обеспечивает стоимость допустимой укладки 620 у.е. Физическая реализуемость достигается на этапе размещения: при тяжёлом грузе она требует не потери объёма, а отказа от смещения массы вперёд.

ACCOUNTING FOR ROAD-TRAIN AXLE LOADS IN AN ANT COLONY ALGORITHM FOR THREE-DIMENSIONAL CARGO PACKING

Maklashin D.I., Khabarov S.P.

Saint-Petersburg State Forest technical University named after S.M. Kirov, Saint-Petersburg

Keywords: ant algorithm, three-dimensional packing, axle load, road train, semi-trailer, physical feasibility of stacking, cargo stability, mass distribution.

Abstract. The work continues the study of an ant colony algorithm for three-dimensional cargo packing in a road-train body. A layout optimal in fill rate and cargo value may be physically infeasible: it can violate support-area, fragility and load-bearing limits and, above all, axle-load limits. The axle constraint is fixed by the centre of mass of the whole stack, so a placement step cannot be judged from a single package. A static load model is proposed for a road train of a 4×2 tractor and a three-axle semi-trailer. The lever principle is applied twice: the cargo is shared between the fifth-wheel coupling and the semi-trailer bogie, and the fifth-wheel force is then shared between the steering and drive axles. With checks of support area, fragility and bearing capacity, the model is embedded in Maximal-Space as a condition of the placement step, not as a check of a finished layout. Cargo value is given in conventional units (c.u.). On the previous cargo the axle limit is not binding: peak drive-axle load is 84-85% of the limit, and the step constraints keep the value at 900-950 c.u. When the cargo is scaled up, methods without the step predicate overload the drive axle to 124.6% at 300 c.u. The proposed algorithm holds the load within 95-99% and raises a feasible layout to 620 c.u. Feasibility is obtained at placement; for a heavy cargo it costs not volume, but the refusal to shift mass forward.

Введение. В предыдущей работе авторов [1] муравьиный алгоритм (Ant Colony Optimization, ACO) [2] в сочетании с методом *Maximal-Space* был применён к задаче трёхмерной упаковки грузов в кузов автопоезда. Алгоритм обеспечил коэффициент заполнения до 90,81% и превзошёл жадную схему по стоимости размещённого груза при сопоставимой плотности укладки. Модель учитывала только габариты пакетов и их

суммарную массу. Полученное решение оптимально как геометрическая укладка, но не отвечает на вопрос, допустима ли она к перевозке.

В реальной загрузке автопоезда действуют ограничения двух типов. Локальные проверяются в момент установки пакета: достаточная площадь опирания, запрет ставить прочную тару на более хрупкую, ограничение накопленной сверху нагрузки несущей способностью нижележащих мест. Нелокальные задаются распределением массы вдоль кузова. Нагрузка на седельно-сцепное устройство (ССУ), реакции тележки полуприцепа и осей тягача определяются положением центра масс всей укладки, поэтому допустимость шага нельзя установить по одному пакету. Пакет, допустимый по площади контакта, способен вывести за предел ведущую ось, если смещает центр масс вперёд. Превышение нормативной осевой нагрузки влечёт отказ в допуске к перевозке независимо от коэффициента заполнения и стоимости груза.

Практические ограничения загрузки контейнеров систематизированы в обзоре [3]. Статическая устойчивость штабеля проверялась по площади опирания и условиям равновесия твёрдого тела [4]; ограничения паллетной загрузки рассматривались в [5], жёсткое вертикальное штабелирование с полным опиранием – в [6]. Нагрузки на оси учитывались при планировании загрузки автомобиля и автопоезда [7] и совместно с маршрутизацией [8, 9]. Учёт площади опирания и других локальных ограничений штабелирования сам по себе не обеспечивает соблюдения пределов осевых нагрузок. Ограничение положения центра масс заданной областью кузова также не гарантирует соблюдения этих пределов без учёта геометрии и снаряжённых нагрузок автопоезда.

Цель настоящей работы – построить статическую модель распределения нагрузок по осям автопоезда в составе седельного тягача и трёхосного полуприцепа, встроить её вместе с ограничениями опирания, хрупкости и несущей способности в муравьиный алгоритм как условие допустимости шага размещения и количественно оценить, при каких плотностях груза осевое ограничение становится связывающим и какой ценой по заполнению и стоимости обеспечивается физическая реализуемость укладки.

Постановка задачи. Рассматривается загрузка автопоезда в составе седельного тягача 4×2 и трёхосного полуприцепа. Грузовое пространство имеет размеры 13,7×2,5×2,5 м и грузоподъёмность G = 20000 кг. Дан конечный набор пакетов постоянного сечения 1,2×1,2 м.

Требуется разместить выбранные пакеты в кузове без пересечений и выхода за габариты так, чтобы максимизировать стоимость уложенного груза при соблюдении ограничений. Стоимость каждого пакета задана в условных единицах (у.е.) и не является денежной оценкой перевозки; далее все значения стоимости приводятся в у.е. Коэффициент заполнения и масса учитываются как сопутствующие показатели качества, но не заменяют требование допустимости.

Вертикальная устойчивость укладки задаётся геометрическим критерием доли площади опирания нижней грани. Пакет допускается к установке, если площадь его контакта с полом кузова и/или с верхними гранями уже размещённых пакетов составляет не менее доли a = 0,8 площади нижней грани. Полное опирание (a = 1,0) гарантирует статическую устойчивость, но существенно сужает допустимое множество положений и ухудшает использование объёма; поэтому в задачах трёхмерной упаковки обычно принимают частичное опирание. $a \in [0,7; 0,8]$ Значение 0,8 соответствует допуску свеса до 20% и используется, в частности, в [10]; близкие пороги в 70% есть в работе [11]. Критерий проверяется непосредственно по площади пересечения проекций и не заменяет расчёт динамических нагрузок и крепления по EN 12195-1 (EN 12195-1: 2010. Load restraining on road vehicles – Safety – Part 1: Calculation of securing forces. Brussels: CEN, 2010 (с поправкой EN 12195-1:2010/AC:2014)).

Для решения поставленной задачи исходная схема *ACO-MS* дополняется проверками физической допустимости размещения пакетов. Предлагаемые изменения включают расчёт нагрузок на оси автопоезда, проверку площади опирания, учёт хрупкости и несущей

способности тары. Далее представлены модели этих ограничений и способ их включения в процедуру размещения.

Статическая модель нагрузок на оси. Расчёт выполнен по принципу рычага и уравнениям равновесия согласно методике [12]. Одной парой осей автопоезд не описывается. Груз полуприцепа передаётся на центр седельно-сцепного устройства и на тележку; только сила, пришедшая на ССУ, далее делится между осями тягача. Расчётная схема с принятыми обозначениями приведена на рисунке 1.

Ось X направлена от переднего края грузового пространства к заднему. Обозначения на схеме и в формулах совпадают. Базы a, b, A и c задают положение центра ССУ, тележки и осей тягача; их значения приведены в таблице 1 и на рисунке 1. Сила U приложена в центре ССУ и направлена вниз; реакции осей $R_{рул}$, $R_{вед}$, $R_{п/п}$ направлены вверх. Для i-го пакета m_i – масса, x_i – координата переднего края вдоль оси X, l_i – длина. Пакет считается однородным, поэтому его центр масс лежит на середине длины, в точке $x_i + \frac{l_i}{2}$. На первом этапе груз распределяется между ССУ и тележкой.

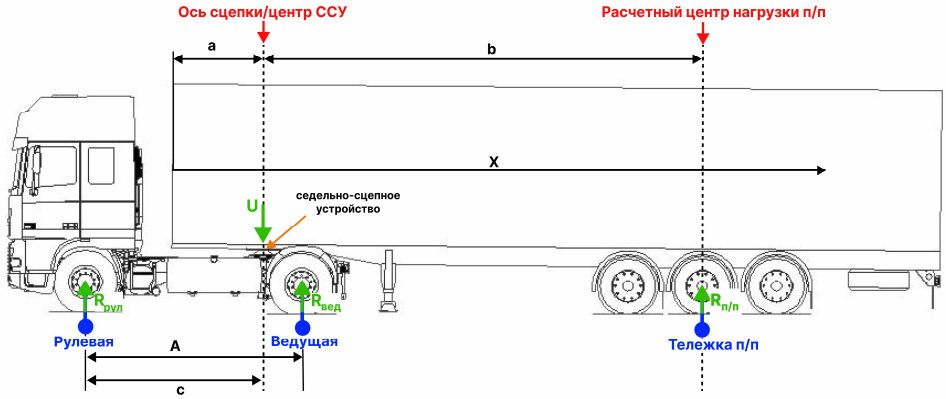


Рис. 1. Расчётная схема автопоезда: положение седла, групп осей и характерные размеры

Из равенства моментов относительно центра ССУ прибавка на тележку равна:

$$\Delta R_T = \sum_i m_i \frac{x_i + \frac{l_i}{2} - a}{b}, \tag{1}$$

а из равновесия сил прибавка на седло:

$$\Delta U = \sum_i m_i - \Delta R_{п/п}\,. \tag{2}$$

Полная сила в центре ССУ складывается со снаряжённой нагрузкой полуприцепа на седло U_0:

$$U = U_0 + \Delta U\,. \tag{3}$$

На втором этапе сила U делится между осями тягача. Момент относительно рулевой оси и равновесие вертикальных сил дают:

$$R_{вед} = R_{вед} + U\frac{c}{A},\; R_{рул} = R_{рул,0} + U\frac{A-c}{A}, \tag{4}$$

где $R_{рул,0}, R_{вед,0}$ – нагрузки на рулевую и ведущую оси снаряжённого тягача без полуприцепа.

Реакция тележки при этом:

$$R_{п/п} = R_{п/п,0} + \Delta R_{п/п}, \tag{5}$$

$R_{п/п,0}$ – снаряжённая нагрузка полуприцепа на тележку.

Величины записаны в килограммах как отношение реакции к ускорению свободного падения. Тележка полуприцепа и группа ведущих осей трактуются как одна эквивалентная ось в расчётном центре нагрузки – так методика описывает любую тележку.

Отрицательная прибавка в (1) не обнуляется. Груз впереди центра ССУ, то есть при $x_i + \frac{l_i}{2} < a$, разгружает тележку и догружает седло; модель обязана это отражать. Обнуление отрицательных членов, привычное для зональных схем «масса над осью», систематически занижает $R_{рул}, R_{вед}$. Сохраняется лишь требование положительности полных реакций (4) и (5): оно исключает отрыв колёс от дороги.

Учёт хрупкости и несущей способности тары. Для каждого пакета i задаются целочисленный класс хрупкости f_i и несущая способность C_i – предельная нагрузка на его верхнюю грань, выраженная в килограммах. Значение $f_i = 0$ соответствует прочной таре; с увеличением класса хрупкость возрастает. Класс хрупкости определяет допустимый порядок пакетов по высоте, а несущая способность ограничивает нагрузку от вышележащего груза.

Пусть пакет i непосредственно опирается на пакет j: нижняя грань пакета i и верхняя грань пакета j находятся на одной высоте, а площадь их контакта S_{ij} положительна. Для каждой такой пары должно выполняться условие

$$f_j < f_i . \tag{6}$$

Условие запрещает устанавливать более прочный пакет на более хрупкий. Пакеты одного класса допускается размещать друг на друге при соблюдении ограничения несущей способности. При пробной установке проверяются контакты кандидата как с нижележащими, так и с вышележащими пакетами. Проверка сверху необходима при заполнении свободного места под свесом уже размещённого груза: новый пакет не должен стать более хрупкой опорой для стоящего над ним пакета. Если опор несколько, условие проверяется для каждой из них.

Для расчёта нагрузки обозначим через T_j множество пакетов, непосредственно опирающихся на пакет j, а через B_i – множество непосредственных опор пакета i. Величина Q_i представляет накопленную нагрузку на верхнюю грань пакета j, выраженную в килограммах; собственная масса m_j в неё не входит. Каждый пакет i передаёт своим опорам собственную массу m_i вместе с накопленной нагрузкой Q_i. В принятой модели эта суммарная нагрузка распределяется между опорами пропорционально площадям контакта. Поэтому нагрузка на пакет j определяется выражением:

$$Q_i = \sum_{i \in T_j} (m_i + Q_i) \frac{S_{ij}}{\sum_{k \in B_i} S_{ik}}, \tag{7}$$

где S_{ij} – площадь контакта пакета i с опорой j, а сумма в знаменателе – суммарная площадь контакта пакета i со всеми его непосредственными опорами.

Расчёт выполняется сверху вниз. Если на пакет j непосредственно не опирается ни один другой пакет, множество T_j пусто и $Q_i = 0$. При переходе к нижним ярусам вместе с собственной массой каждого пакета передаётся нагрузка, полученная им от верхних ярусов. Для всех размещённых пакетов требуется:

$$Q_j \le C_j . \tag{8}$$

При пробной установке кандидата нагрузки пересчитываются для всей текущей укладки, после чего условие проверяется для каждого пакета. Это позволяет обнаружить перегруз любого нижележащего яруса, даже если непосредственные опоры кандидата выдерживают добавленную нагрузку. При нарушении (6) или (8) предложенная позиция отклоняется без изменения укладки. Таким образом, проверка классов хрупкости выполняется для контактных пар, а проверка несущей способности учитывает передачу нагрузки по всей цепочке опирания. Распределение нагрузки пропорционально площади контакта является допущением модели; деформации тары и неравномерность контактных напряжений не рассчитываются.

Встраивание ограничений в алгоритм размещения. Рассмотренные ограничения включаются в процедуру *Maximal-Space* на этапе проверки предложенной позиции. Муравьиный алгоритм формирует подмножество пакетов для загрузки. Перед размещением пакеты упорядочиваются по возрастанию класса хрупкости, а свободные области перебираются снизу вверх.

Такой порядок обеспечивает приоритетное размещение прочной тары в нижних ярусах, а допустимость каждой установки определяется последующими проверками.

Для кандидата, прошедшего проверки габаритов, отсутствия пересечений и допустимой массы, последовательно проверяются площадь опирания, совместимость классов хрупкости по (6), несущая способность с расчётом нагрузки по (7)-(8) и нагрузки на оси по (1)-(5). Расчёты выполняются для текущей укладки с учётом кандидата. При первом нарушении предложенный вариант отклоняется, и поиск продолжается среди оставшихся вариантов размещения. Если все проверки пройдены, пакет фиксируется в укладке и обновляется набор свободных областей.

После завершения размещения результат передаётся в контур *ACO* для оценки и обновления феромона. Подмножество, которое не удалось разместить полностью, получает нулевую оценку. Для успешно размещённого подмножества оценка определяется стоимостью груза с учётом штрафа за смещение центра масс. Последовательность операций представлена на рисунке 2.

Таким образом, проверки физических ограничений выполняются внутри каждого шага размещения до оценки решения.



Рис. 2. Блок-схема предлагаемого алгоритма ACO-MSP

Результаты экспериментальных исследований. Геометрия машины и снаряжённые нагрузки приведены в таблице 1. При равномерном распределении полной грузоподъёмности 20000 кг по длине кузова нагрузка на ведущую ось составляет $R_{вед} = 9721$ кг, то есть 97% предела. Поэтому при грузе, близком к *G*, допустимость укладки определяется её продольным центром масс, и осевое ограничение становится связывающим. Это согласованный расчётный набор, а не паспорт конкретной машины; пределы осей совпадают с экспериментами *ACO-MS*, чтобы сдвиг результатов не объяснялся сменой лимитов.

Сравнивались три метода. Первые два полностью повторяют схему работы из прошлого исследования. GR-L – жадная укладка по убыванию длины. *ACO-MS* – муравьиный алгоритм с размещением *Maximal-Space*. *ACO-MSP* – предлагаемое расширение, в котором в условие шага размещения входят площадь опирания, условия хрупкости и несущей способности (6)-(8) и нагрузки на оси (1)-(5). Базовые параметры *ACO* соответствуют наилучшей сбалансированной конфигурации, определённой в предыдущем исследовании: число муравьёв – 50, количество итераций – 100, гиперпараметры установлены в $\alpha = 4$, $\beta = 4$, $\rho = 0,35$.

Для воспроизводимости результатов был установлен список генератора псевдослучайных чисел (от 42 до 46, по очереди).

Табл. 1. Параметры условного автопоезда

Параметр	Обозначение	Значение
Расстояние от переднего края кузова до центра ССУ, м	a	1,30
Расстояние от центра ССУ до центра тележки полуприцепа, м	b	8,10
База тягача, м	A	3,70
Положение центра ССУ за рулевой осью тягача, м	c	3,20
Снаряжённая нагрузка на рулевую ось тягача без полуприцепа, кг	$R_{рул,0}$	5400
Снаряжённая нагрузка на ведущую ось тягача без полуприцепа, кг	$R_{вед,0}$	2200
Нагрузка снаряжённого полуприцепа на ССУ, кг	U_0	2400
Нагрузка снаряжённого полуприцепа на тележку, кг	$R_{п/п,0}$	4600
Снаряжённая масса автопоезда, кг	–	14 600
Предел нагрузки на рулевую ось, кг	–	7500
Предел нагрузки на ведущую ось, кг	–	10 000
Предел нагрузки на тележку полуприцепа, кг	–	19 500
Грузоподъёмность, кг	G	20 000
Предел полной массы автопоезда, кг	–	40 000

Сценарий 1 повторяет груз предыдущей работы как есть. Сценарий 2 сохраняет массы и вводит хрупкую тару: каждый пакет с вероятностью 0,35 объявляется хрупким, его класс $f = 1$ или 2 выбирается равновероятно, а несущая способность C – равномерно из интервала 50-1300 кг; остальные пакеты прочные ($f = 0$, C не ограничена). Хрупкие пакеты назначаются тем же генератора псевдослучайных чисел (ГПСЧ), что управляет работой *ACO*, поэтому в сценариях 2 и 4 их число варьируется в зависимости от начального значения генератора: от 6 до 9 из 24.

Сценарий 3 оставляет тару однородной и масштабирует массы коэффициентом 2,556. Сценарий 4 совмещает утяжеление груза с хрупкостью. Сценарии 1 и 2 проверяют, связывают ли оси при плотности груза работы [1]; в сценарии 2 к ним добавляются условия (6)-(8). Сценарии 3 и 4 показывают работу алгоритма, когда осевое ограничение становится активным.

На базовой настройке в сценарии 1 все три метода допустимы на пяти ГПСЧ (табл. 2). Осевых нарушений нет. Нарушений площади опирания нет ни у одного метода, ни в одном сценарии, поэтому далее они не обсуждаются. *GR-L* даёт заполнение 90,8% и стоимость 600 у.е. *ACO-MS* держит заполнение 89,1-90,8% при стоимости 830-950 у.е. *ACO-MSP* уступает по заполнению (82,4-90,0%), но по стоимости не проигрывает (900-950 у.е.). Максимум загрузки оси у всех около 84-85% предела. При такой плотности оси ещё не мешают. Преимущество *ACO-MSP* здесь в том, что он не теряет стоимость, уже учитывая физику шага. Укладки этого сценария показаны на рисунке 3: плотность *GR-L* и *ACO-MSP* близка, различие – в составе и стоимости.

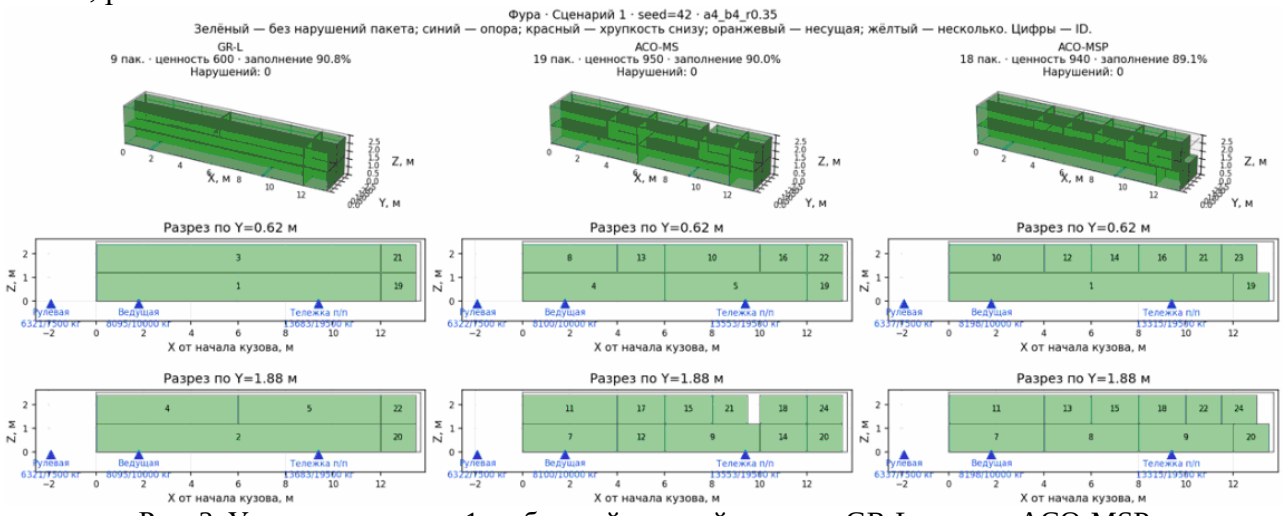


Рис. 3. Укладки сценария 1 на базовой настройке: слева GR-L, справа ACO-MSP

Табл. 2. Базовая настройка $\alpha = 4, \beta = 4, \rho = 0,35$; начальные значения ГПСЧ: 42-46

Сценарий	Метод	Стоимость, у.е., мин/мед/макс	Заполнение, %, мин/мед/макс	Нарушений, мин/мед/макс	Допустимых сценариев	Ось, макс. %
1	GR-L	600 / 600 / 600	90,8 / 90,8 / 90,8	0 / 0 / 0	5 из 5	84,3
1	ACO-MS	830 / 880 / 950	89,1 / 90,0 / 90,8	0 / 0 / 0	5 из 5	84,4
1	ACO-MSP	900 / 920 / 950	82,4 / 85,8 / 90,0	0 / 0 / 0	5 из 5	85,1
2	GR-L	600 / 600 / 600	90,8 / 90,8 / 90,8	0 / 3 / 4	1 из 5	84,3
2	ACO-MS	830 / 880 / 950	89,1 / 90,0 / 90,8	1 / 5 / 9	0 из 5	84,4
2	ACO-MSP	920 / 920 / 950	82,4 / 82,4 / 90,0	0 / 0 / 0	5 из 5	85,1
3	GR-L	300 / 300 / 300	50,5 / 50,5 / 50,5	1 / 1 / 1	0 из 5	124,6
3	ACO-MS	300 / 300 / 300	50,5 / 50,5 / 50,5	1 / 1 / 1	0 из 5	124,6
3	ACO-MSP	620 / 620 / 620	52,1 / 52,1 / 52,1	0 / 0 / 0	5 из 5	99,2
4	GR-L	300 / 300 / 300	50,5 / 50,5 / 50,5	1 / 1 / 3	0 из 5	124,6
4	ACO-MS	300 / 300 / 300	50,5 / 50,5 / 50,5	1 / 1 / 3	0 из 5	124,6
4	ACO-MSP	620 / 620 / 620	52,1 / 52,1 / 52,1	0 / 0 / 0	5 из 5	99,2

В сценарии 2 осевых нарушений по-прежнему нет, однако готовые укладки *GR-L* и *ACO-MS* нарушают условия (6) и (8). В сумме по пяти инициализациям генератора у *GR-L* зафиксировано 7 нарушений хрупкости и 6 нарушений несущей способности, тогда как у *ACO-MS* – 14 и 9 соответственно. Допустимая укладка получена в одном из пяти запусков жадного метода (при начальном значении 46) и ни в одном из пяти запусков *ACO-MS*. По всей сетке из 16 настроек непустые допустимые укладки *ACO-MS* получены в 15 из 80 запусков, а *ACO-MSP* – в 80 из 80. *ACO-MSP* остаётся допустимым при всех пяти инициализациях, обеспечивая стоимость 920-950 у.е. и заполнение 82,4-90,0%.

Пример для начального значения 42 приведён на рисунке 4. У *GR-L* прочный пакет 4 расположен на хрупком пакете 2, который несёт сверху нагрузку около 3000 кг. У *ACO-MS* прочные пакеты 10 и 17 расположены на хрупких пакетах 5 и 12, а пакеты 5, 7 и 12 перегружены. *ACO-MSP* при заполнении 89,1% против 90,0% у *ACO-MS* нарушений не имеет: учёт хрупкости на этапе построения решения не даёт сформировать штабель, который потом пришлось бы отбросить.

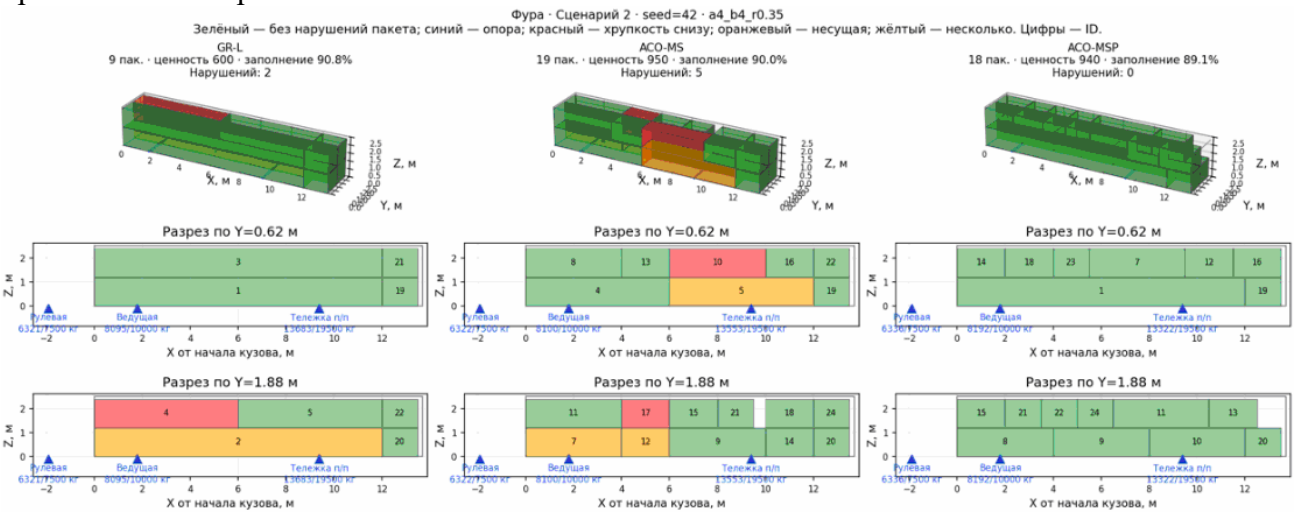


Рис. 4. Укладки сценария 2, ГПСЧ 42: красный – пакет на более хрупком, оранжевый – превышена несущая способность, зелёный – нарушений нет

В сценарии 3 осевое ограничение становится связывающим. *GR-L* и *ACO-MS* сходятся к одной укладке: заполнение 50,5%, стоимость 300 у.е., ведущая ось загружена на 124,6% предела. Решение недопустимо при всех пяти инициализациях. *ACO-MSP* собирает другую укладку: заполнение 52,1%, стоимость 620 у.е., загрузка оси 95,6-99,2%, нарушений нет. Цена допустимости здесь не в потере объёма, а в отказе от смещения массы вперёд. Это видно на

рисунке 5: без предиката шага масса уходит в переднюю часть полуприцепа, реакция седла догружает ведущую ось тягача; *ACO-MSP* переносит груз назад, и реакции остаются в допуске.

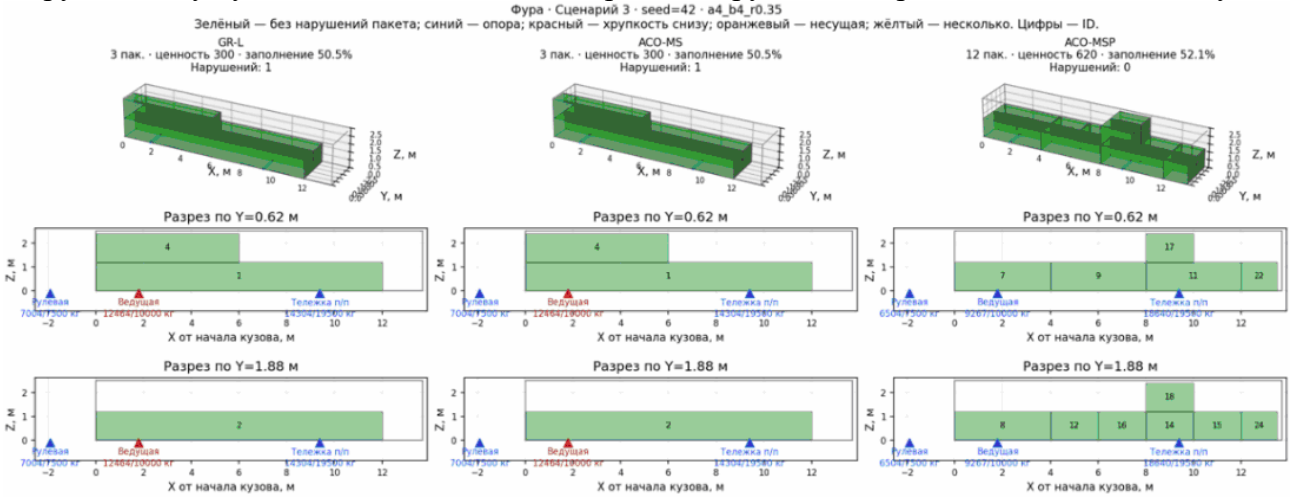


Рис. 5. Укладки сценария 3: ACO-MS и GR-L перегружают ведущую ось, ACO-MSP – нет

Сценарий 4 повторяет осевой результат сценария 3 и добавляет ограничение хрупкости. У *GR-L* и *ACO-MS* к перегрузке ведущей оси добавляются нарушения условий (6) и (8), но реже, чем в сценарии 2: по пяти инициализациям одно нарушение хрупкости и два нарушения несущей способности, потому что кузов заполнен лишь наполовину и штабелей мало. *ACO-MSP* снова допустим при всех пяти инициализациях. Стоимость составляет 620 у.е., заполнение – 52,1%, максимальная осевая нагрузка – 95,2-99,2%. Отдельной укладки для сценария 4 нет: расположение груза совпадает со сценарием 3 (рис. 5), отличие только в проверке хрупкости.

Сводку по всем пяти инициализациям даёт рисунок 6. В сценариях 1 и 2 загрузка оси у всех трёх методов составляет 84-85% предела, то есть осевое ограничение решение не связывает. В сценариях 3 и 4 *GR-L* и *ACO-MS* на всех пяти инициализациях выходят за предел, до 124,6%, а *ACO-MSP* остаётся в пределах 95-99-%.

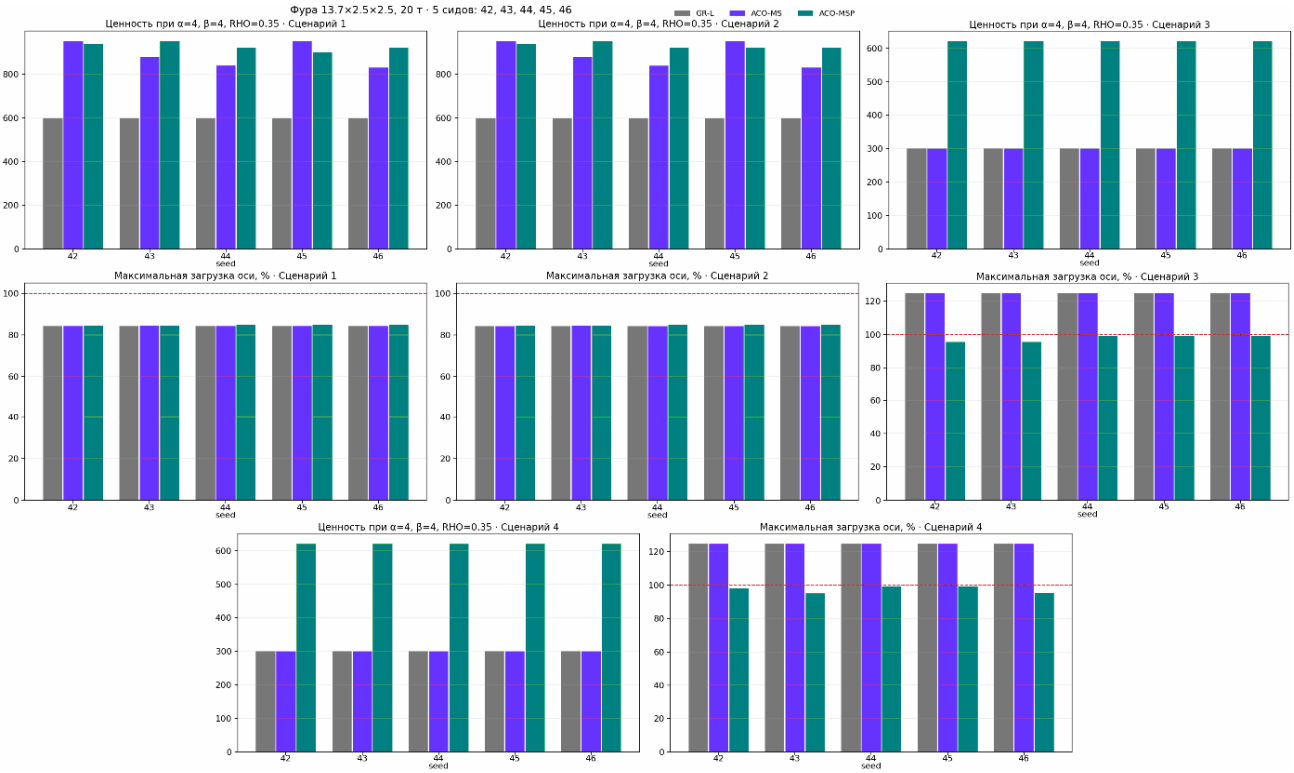


Рис. 6. Стоимость (у.е.) и максимальная загрузка оси (% предела) по ГПСЧ 42-46: красная (горизонтальная) линия – предел нагрузки на ось

Выводы. Предложена статическая модель распределения нагрузок по осям автопоезда в составе седельного тягача и трёхосного полуприцепа. Принцип рычага применяется дважды: груз распределяется между седельно-сцепным устройством и тележкой полуприцепа, после чего сила на ССУ делится между рулевой и ведущей осями тягача. Модель вместе с условиями площади опирания, совместимости классов хрупкости и несущей способности тары встроена в процедуру *Maximal-Space* как ограничение шага размещения, а не как проверка готовой укладки.

При грузе предыдущей работы (сценарий 1) осевое ограничение не является связывающим. Нарушений по осям нет ни у одного метода, максимум загрузки ведущей оси составляет 84-85% предела. *ACO-MSP* сохраняет стоимость размещённого груза 900-950 у.е. при заполнении 82,4-90,0% против 89,1-90,8% у *ACO-MS*. Таким образом, при исходной плотности груза учёт ограничений шага почти не снижает стоимость решения.

В сценарии 2 к той же геометрии добавлена хрупкая тара. Укладки *GR-L* и *ACO-MS* нарушают условия (6) и (8): допустимая укладка получена при одной из пяти инициализаций жадного метода и ни при одной из пяти инициализаций *ACO-MS*. По полной сетке настроек непустые допустимые укладки *ACO-MS* получены в 15 из 80 прогонов, тогда как *ACO-MSP* – во всех 80. При базовой настройке *ACO-MSP* остаётся допустимым при всех пяти инициализациях, обеспечивая стоимость 920-950 у.е. и заполнение 82,4-90,0%.

При утяжелении груза (сценарии 3 и 4) определяющим становится осевое ограничение. *GR-L* и *ACO-MS* сходятся к одной геометрически выгодной укладке и при всех пяти инициализациях перегружают ведущую ось до 124,6% допустимого предела. *ACO-MSP* удерживает нагрузку в диапазоне 95-99% предела и обеспечивает стоимость 620 у.е. против 300 у.е. у методов без предиката шага. Цена допустимости в данном случае связана не с потерей объёма, а с отказом от смещения массы вперёд.

Ограничения хрупкости и осевых нагрузок связывают решение в разных условиях: первое – при штабелировании разнородной тары, второе – при высокой плотности груза. Площадь опирания не была нарушена ни в одном сценарии ни одним методом. Следовательно, одной проверки доли контакта нижней грани недостаточно: допустимость укладки ломается по условиям (6)-(8) и по нагрузкам на оси (1)-(5).

Предмет сравнения следует оговорить отдельно. Реальная машина не испытывалась: параметры автопоезда условные, модель статическая. *ACO-MSP* строит укладки, допустимые по принятой статической модели осей и по условиям штабелирования, тогда как исходные методы *GR-L* и *ACO-MS* такой допустимости не гарантируют.

Заключение. Результаты показывают, что физическую допустимость укладки можно обеспечивать непосредственно на этапе размещения, а не за счёт последующей отбраковки готовых решений. При плотности груза, использованной в предыдущем исследовании, это практически не снижает стоимость, а при тяжёлом грузе позволяет сохранять допустимость в случаях, когда геометрически оптимальная укладка приводит к перегрузке ведущей оси.

Параметры автопоезда, использованные в расчётах, являются условными и не соответствуют паспортным данным конкретного транспортного средства. Модель носит статический характер: в ней не учитываются торможение, крепление груза по EN 12195-1 и деформация тары. Результаты, полученные при пяти различных инициализациях генератора псевдослучайных чисел, позволяют оценить устойчивость решения, однако этого недостаточно для вывода о его статистической значимости.

Дальнейшая работа предполагает переход к паспортным данным тягача и полуприцепа, учёт динамических нагрузок и управление порядком укладки.

Список литературы

1. Маклашин Д.И., Хабаров С.П. Применение муравьиного алгоритма для задачи трёхмерной упаковки грузов // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2025. – №31. – С. 42-47. – doi.org/10.26160/2658-3305-2025-31-42-47.

2-12. *См. References*

References

1. Maklashin D.I., Khabarov S.P. Application of the ant colony algorithm to the three-dimensional cargo packing problem // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2025, no. 31, pp. 42-47. doi.org/10.26160/2658-3305-2025-31-42-47.
2. Dorigo M., Maniezzo V., Colorni A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics. 1996, vol. 26, no. 1, pp. 29-41. doi.org/10.1109/3477.484436.
3. Bortfeldt A., Wäscher G. Constraints in container loading: a state-of-the-art review // European Journal of Operational Research. 2013, vol. 229, no. 1, pp. 1-20. doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.006.
4. Wang X., Gong L., Zhao H., Li B., Tian M. A 3D offline packing algorithm considering cargo orientation and stability // International Journal of Distributed Sensor Networks. 2023, vol. 2023, art. 5299891. doi.org/10.1155/2023/5299891.
5. Gzara F., Elhedhli S., Yildiz B.C. The pallet loading problem: three-dimensional bin packing with practical constraints // European Journal of Operational Research. 2020, vol. 287, no. 3, pp. 1062-1074. doi.org/10.1016/j.ejor.2020.04.053.
6. Zhu W., Chen S., Dai M., Tao J. Solving a 3D bin packing problem with stacking constraints // Computers & Industrial Engineering. 2024, vol. 188, p. 109814. doi.org/10.1016/j.cie.2023.109814.
7. Krebs C., Ehmke J.F. Axle weights in combined vehicle routing and container loading problems // EURO Journal on Transportation and Logistics. 2021, vol. 10, p. 100043. doi.org/10.1016/j.ejtl.2021.100043.
8. Pollaris H., Braekers K., Caris A., Janssens G.K., Limbourg S. Vehicle routing problems with loading constraints: state-of-the-art and future directions // OR Spectrum. 2015, vol. 37, no. 2, pp. 297-330. doi.org/10.1007/s00291-014-0386-3.
9. Pollaris H., Braekers K., Caris A., Janssens G.K., Limbourg S. Capacitated vehicle routing problem with sequence-based pallet loading and axle weight constraints // EURO Journal on Transportation and Logistics. 2016, vol. 5, no. 2, pp. 231-255. doi.org/10.1007/s13676-014-0064-2.
10. Gajda M., Trivella A., Mansini R., Pisinger D. An optimization approach for a complex real-life container loading problem // Omega. 2022, vol. 107, p. 102559. doi.org/10.1016/j.omega.2021.102559.
11. Elhedhli S., Gzara F., Yildiz B. Three-dimensional bin packing and mixed-case palletization // INFORMS Journal on Optimization. 2019, vol. 1, no. 4, pp. 323-352. doi.org/10.1287/ijoo.2019.0013.
12. Scania CV AB. Axle load calculations. 04:20-01, Issue 1. – Sweden, 2010. – 19 p.

Сведения об авторах:	*Information about authors:*
Маклашин Денис Игоревич – аспирант	**Maklashin Denis Igorevich** – postgraduate student
Хабаров Сергей Петрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент, доцент кафедры информационных систем и технологий	**Khabarov Sergey Petrovich** – candidate of technical sciences, senior researcher, associate professor, department of information systems and technologies
densuper2005@gmail.com	

Получена 30.09.2026