

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЗЛОВОГО КРАНА КК-32/8Т ПРИ РАБОТЕ В ПОРТУ АСТРАХАНСКОЙ ОБЛАСТИ

*Дульгер Н.В., Кораблин А.В., Джахьяева С.Б., Климова Е.В.
Астраханский государственный технический университет, Астрахань*

Ключевые слова: кран, метод конечных элементов, воздействие ветра, расчётная динамическая модель, цифровая модель пульсирующего ветра, собственные частоты, формы колебаний, напряжённо-деформированное состояние, резонансные режимы, демпфирование колебаний.

Аннотация. В статье приведены результаты комплексного исследования внешнего ветрового воздействия на козловый кран КК-32/8т, эксплуатируемый в порту Астраханской области. На основании длительных натурных измерений, построена детализированная модель пульсирующей ветровой нагрузки, отражающая нестационарный характер воздействия при проведении погрузочно-разгрузочных работ. Данная модель легла в основу разработки математического аппарата для описания динамики крана: сформировано матричное уравнение движения, учитывающее как вынужденные, так и собственные колебания конструкции со многими степенями свободы. Особое внимание уделено корректному учёту демпфирования, включая использование коэффициентов, связанных с логарифмическим декрементом колебаний, а также применению альтернативных формулировок матрицы затухания. Расчётная динамическая модель реализована в рамках метода конечных элементов и включает стержневые, пластинчатые и условные конечные элементы, что позволяет адекватно отразить особенности работы решётчатой металлоконструкции, в том числе эффекты стеснённого кручения тонкостенных замкнутых профилей. Построенная модель обладает высокой практической ценностью и может применяться при проектировании новых моделей козловых кранов для портов и терминалов, расположенных в различных ветровых районах России, а также для оценки допустимых режимов эксплуатации и прогнозирования ресурса действующих грузоподъёмных установок с учётом реальных ветровых условий.

MATHEMATICAL MODEL OF GANTRY CRANE KK-32/8T WHEN WORKING IN THE PORT OF ASTRAKHAN REGION

*Dulger N.V., Korablin A.V., Dzhakhyaeva S.B., Klimova E.V.
Astrakhan State Technical University, Astrakhan*

Keywords: crane, finite element method, wind impact, design dynamic model, digital pulsating wind model, natural frequencies, mode shapes, stress-strain state, resonance regimes, vibration damping.

Abstract. The article presents the results of a comprehensive study of the external wind impact on the gantry crane KK-32/8t, operated in the port of the Astrakhan region. Based on long-term field measurements, a detailed model of pulsating wind load was built, reflecting the non-stationary nature of the impact during loading and unloading operations. This model formed the basis for the development of a mathematical apparatus for describing the dynamics of a crane: a matrix equation of motion was formed, taking into account both forced and natural fluctuations of the structure with many degrees of freedom. Particular attention is paid to the correct accounting of damping, including the use of coefficients associated with the logarithmic decrement of oscillations, as well as the use of alternative formulations of the attenuation matrix. The calculated dynamic model is implemented as part of the finite element method and includes rod, plate and conditional finite elements, which makes it possible to adequately reflect the features of the lattice metal structure, including the effects of constrained torsion of thin-walled closed profiles. The constructed model has a high practical value and can be used in the design of new models of gantry cranes for ports and terminals located in various wind areas of Russia, as well as to assess permissible operating modes and predict the resource of existing lifting installations taking into account real wind conditions.

Введение

Тенденции развития подъёмно-транспортного машиностроения диктуют необходимость рационального использования материалов при проектировании козловых кранов, не снижая при этом уровень промышленной безопасности. В связи с этим возрастает роль расчётных и экспериментальных исследований напряжённо-деформированного состояния, позволяющих обоснованно определять несущую способность конструкций и выбирать наиболее эффективные технические решения [1].

В качестве объекта исследования влияния пульсирующего ветра на несущую способность металлоконструкции козлового крана принят кран КК-32/8 грузоподъёмностью $Q_{ном} = 32/8$ т (зав. № 526 ОАО «Балткран», рег. № 39284), установленный в порту ОАО Грузовая компания «Армада». С февраля 2015 г. проводился постоянный эксперимент по измерению пиковых значений ветровых нагрузок в г. Астрахани с применением анемометра АТЕ-1033 [2], установленным на кране КК-32/8т на отметке 16 м от уровня головки рельса (УГР, рис. 1).

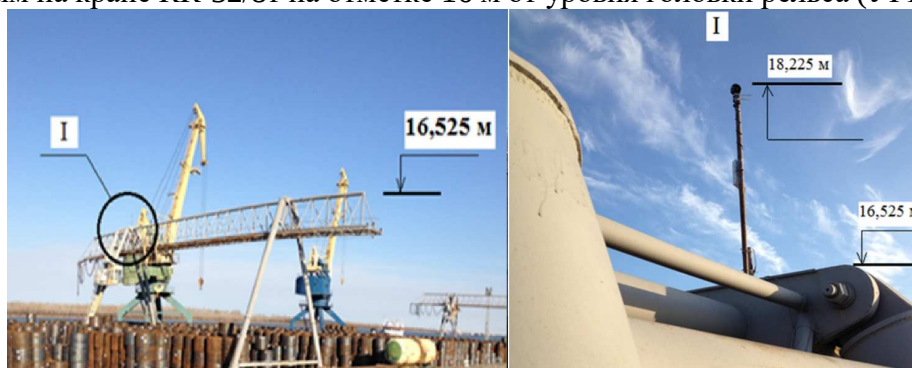


Рис. 1. Зона установки анемометра АТЕ-1033 на кран КК-32/8 (высота 18,225 м: 1,7 м над верхней кромкой металлоконструкции крана)

Материалы и методы исследований

Для оценки прочности и жёсткости крановых конструкций применяют метод конечных элементов (МКЭ), позволяющий формировать расчётные динамические модели (РДМ) из разных типов конечных элементов. Выбор типа конечных элементов (стержневой, пластинчатый, оболочечный, объёмный) определяется геометрией объекта и характером внешних воздействий. В отношении решётчатых металлоконструкций козловых кранов стержневая модель оказывается наиболее обоснованной: она отражает реальную работу элементов решётки и корректно учитывает большое количество степеней свободы [3].

Расчётная динамическая модель козлового крана КК-32/8 реализована в конечно-элементной постановке и характеризуется следующими параметрами: 339 узлов (2034 степени свободы), 509 стержневых, 15 пластинчатых и 84 условных конечных элементов (жёсткие связи). Для обеспечения воспроизводимости результатов на рис. 2 даны: общий вид РДМ, схема ветровой нагрузки, нумерация узлов (для анализа перемещений) и нумерация КЭ (для определения зон максимальных эквивалентных напряжений) [1].

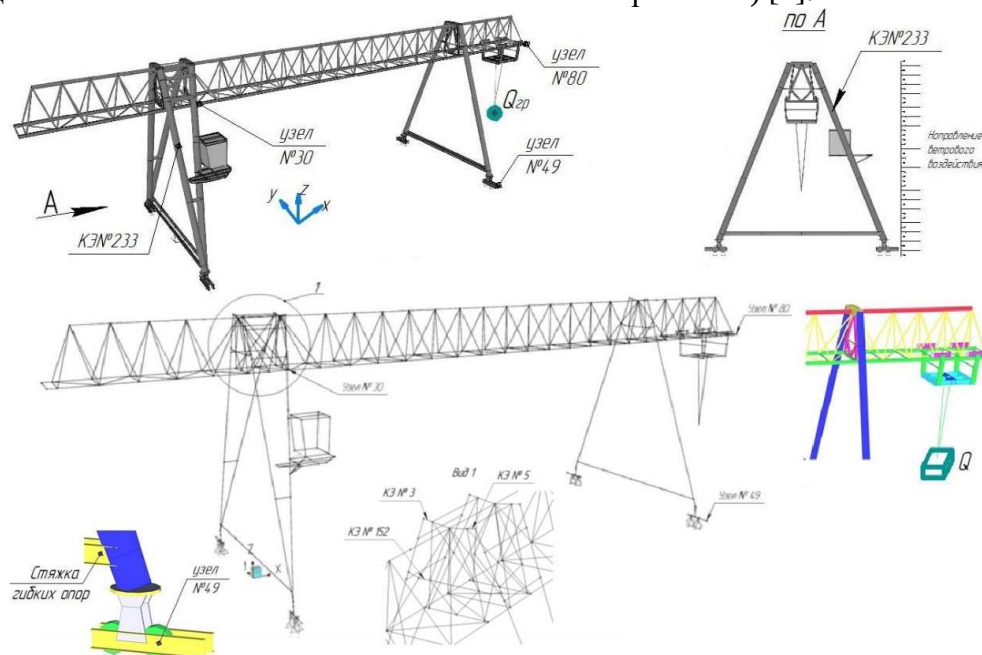


Рис. 2. Расчётно-динамическая конечно-элементная модель козлового крана КК-32/8 с учетом геометрических характеристик сечений и мест приложения сосредоточенных масс

Конечно-элементное линейное уравнение движения РДМ конструкции крана как системы с « n » степенями свободы имеет традиционный вид, левая часть – это сумма сил инерции, демпфирования и упругости, действующих на систему, правая часть – сумма приложенных внешних сил (статических и динамических) минус силы, вызванные внешним ускорением (последнее слагаемое справа учитывает кинематическое возбуждение, например, колебания опор):

$$[M]_{n \times n} \left\{ \frac{d^2 v}{dt^2} \right\}_{1 \times n} + [C]_{n \times n} \left\{ \frac{dv}{dt} \right\}_{1 \times n} + [K]_{n \times n} \{v\}_{1 \times n} = \{P_{cm}\}_{1 \times n} + \{P_d\}_{1 \times n} - [M]_{1 \times n} \{\ddot{A}(t)\}_{1 \times n}, \quad (1)$$

где $[M]_{n \times n} = [M_p]_{n \times n} + [M_c]_{n \times n}$ – матрица масс системы, компонентами которой являются матрицы распределённых (p) и сосредоточенных (c) масс n -го порядка; $\{v\}_{1 \times n}$ – вектор перемещений узлов конечно-элементной РДМ крана КК-32/8т и его 1-ая и 2-ая производные; $[K]$ – матрица жесткости РДМ крана КК-32/8т; $\{\ddot{A}(t)\}$ – вектор ускорений опорных узлов РДМ, зависящий от времени t ; $\{P_{cm}\}_{1 \times n}$ – вектор статических нагрузок (постоянных или медленно меняющихся сил); $\{P_d\}_{1 \times n}$ – вектор динамических нагрузок (переменных во времени сил, ветровых); n – число степеней свободы системы; $[C]_{n \times n}$ – матрица демпфирования (затухания), принимается согласно решений [4]:

$$[C] = \alpha \cdot [M]_{n \times n} + \beta \cdot [K]_{n \times n}, \quad (2)$$

где α – коэффициент пропорциональности, зависящий от логарифмического декремента колебаний (ЛДК) крана $\delta_3^{(1)}$ на частоте низшей формы изгибно-крутильных колебаний $\omega_{(1)}$ полной системы:

$$\alpha = \delta_3^{(1)} \omega_{(1)} / \pi. \quad (3)$$

Очевидно, коэффициент β будет аналогично (3):

$$\beta = \delta_3^{(1)} / (\pi \omega_{(1)}). \quad (4)$$

Более точную формулировку матрицы затухания $[C]_{n \times n}$ в (1) целесообразно принимать с учётом решений А.И. Цейтлина [5], после чего уравнение движения (1) примет вид (подстрочные индексы « n » и « $n \times n$ » опущены):

$$[M] \left\{ \frac{d^2 v}{dt^2} \right\} + [\gamma_3 ([M][K])^{0,5}] \left\{ \frac{dv}{dt} \right\} + [K] \{v\} = \{P_{cm}\} + \{P_d\} - [M] \{\ddot{A}(t)\}, \quad (5)$$

где γ_3 – коэффициент потерь [5]:

$$\gamma_3 = 2\xi = 2(\delta_3 [(2\pi)^2 + \delta_3^2]^{-0,5}) \cong \delta_3 / \pi, \quad (6)$$

где δ_3 – ЛДК; ξ – коэффициент относительного демпфирования, который для стальных конструкций кранов лежит в пределах $\xi \leq 0,02 \div 0,04$ ($\delta_3 = 0,125 \div 0,25$), а для железобетонных конструкций их обустройства (цехов, эстакад, портовых сооружений и др.) $\xi \leq 0,04 \div 0,06$ ($\delta_3 = 0,25 \div 0,38$) [6].

В уравнениях (1) и (5) $[K]$ – матрица жесткости РДМ крана КК-32/8т, в основу которой положен тонкостенный КЭ замкнутого профиля, что соответствует конструкции крана КК-32/8т.

Далее, в (1) и (5), конечно-элементная модель внешней нагрузки на кран представлена вектором n -го порядка статических и динамических нагрузок, пульсирующих ветровых, и кинематических воздействий. Все нагрузки и воздействия, представленные вектором ускорений $\{\ddot{A}(t)\}$ опорных узлов РДМ, могут быть обусловлены колебаниями Земли, неровностями крановых рельсовых путей, вибрационными промышленными колебаниями основания и др.

Из уравнений движения (1) и (5) можем представить конечно-элементную модель матрицы масс jk КЭ, в которой $[M_c]_{14 \times 14}$ – диагональная матрица с сосредоточенными массами в узлах j и k , где:

$$[M_j]_{7 \times 7} = [m_j m_j m_j] \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}_{3 \times 3} 0]_{7 \times 7}, \quad (7)$$

а матрица распределенных масс, согласно предложений Клафа [7], для балочного пространственного КЭ имеет вид матричной формулы.

Матрицы жёсткости и матрицы масс построены с применением функций узловых перемещений предполагаемого поля перемещений. $[M_p]$ – матрица распределённых (приведённых) масс элемента. В отличие от сосредоточенных масс в узлах, она учитывает распределение массы по длине стержня и даёт более точный расчёт динамики (собственных частот, форм колебаний, отклика на нагрузку):

$$[M_p] = \mu \begin{bmatrix} \frac{l}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13l}{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13l}{35} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{l}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{11l^2}{210} & 0 & \frac{l^3}{105} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{11l^2}{210} & 0 & 0 & 0 & \frac{l^3}{105} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9l}{70} & 0 & 0 & 0 & \frac{13l^2}{420} & 0 & 0 & \frac{13l}{35} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{9l}{70} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{13l}{35} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{l}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13l^2}{420} & 0 & -\frac{l^3}{140} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{11l^2}{210} & 0 & \frac{l^3}{105} & 0 \\ 0 & -\frac{13l^2}{420} & 0 & 0 & 0 & -\frac{l^3}{140} & 0 & 0 & -\frac{11l^2}{210} & 0 & 0 & 0 & \frac{l^3}{105} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

где μ – погонная масса стержня, $\mu = \rho A$, ρ – плотность материала стержня, A – площадь его поперечного сечения; l – длина стержня (конечного элемента); $\frac{l}{3}$, $\frac{13l}{35}$, $\frac{11l^2}{210}$ и др. – коэффициенты которые получаются из интегрирования функций формы по длине элемента при построении матрицы масс (например: $\frac{l}{3}$ типичен для продольной массы в 1D-стержне (диагональные члены для осевых перемещений), l^2 , l^3 – возникают, когда учитываются моменты инерции масс относительно осей (для вращательных степеней свободы и связанных эффектов); дробные коэффициенты появляются из интегралов произведений функций формы при учёте распределённой массы и аппроксимации перемещений полиномами.

Структура матрицы говорит о том, что учтены разные типы степеней свободы: продольные перемещения, поперечные перемещения (изгиб), повороты, поэтому в матрице появляются члены с l^2 , l^3 .

При формировании матрицы масс полной системы матрицу (8) условно разбивают на блоки 7×7 $[M_p]^{jj}$, $[M_p]^{kk}$ и $[M_p]^{jk}$, где $[M_p]^{kj} = ([M_p]^{jk})^T$, где T – индекс транспонирования матриц, после чего формируют матрицу масс в (1) либо (5) методом суперпозиции, в согласно нумерации степеней свободы узлов в РДМ крана.

Поскольку оголовки опор крана выполнены из пластин, матрицы масс и жёсткости пластин принимаются по работе авторов [3], либо допускается балочные оголовки опор смоделировать КЭ в виде массивных стержней.

Для практических расчетов рекомендуется матрицу жесткости отдельного jk стержня замкнутого профиля представлять в блочном виде (9)-(11) особенно для случая, когда номер узла k не следует за номером узла j . Локальная матрица жёсткости конечного элемента стержня $[K]_{7 \times 7}^{jj}$ описывает упругие свойства прямолинейного стержня при расчёте методом конечных элементов (МКЭ):

$$[K]_{7 \times 7}^{jj} = \begin{bmatrix} \frac{12EJ_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EJ_x}{L^3} & 0 & -\frac{6EJ_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6EJ_x}{L^2} & 0 & \frac{4EJ_x}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EJ_y}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{6GJ_z}{5L} + \frac{3D}{L^2}\right) & -\left(\frac{11GJ_z}{10} - \frac{3D}{2L}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{11GJ_z}{10} - \frac{3D}{2L}\right) & \left(\frac{17GJ_z L}{15} + D\right) \end{bmatrix}, (9)$$

где E – модуль Юнга материала (модуль продольной упругости); J_x , J_y – осевые моменты инерции поперечного сечения относительно осей x , y ; L – длина стержня (конечного элемента); A – площадь поперечного сечения стержня; G – модуль сдвига материала; J_z – полярный момент инерции сечения (для кручения); D – дополнительный параметр, который отражает жёсткость на кручение с учётом деформации (для тонкостенных стержней открытого профиля, характерных для металлоконструкций кранов).

Матрица составлена из вкладов разных видов деформаций: $\frac{EA}{L}$ – классическая жёсткость стержня на осевую нагрузку; $\frac{12EJ_y}{L^3}$, $\frac{6EJ_y}{L^2}$ – стандартные коэффициенты для изгиба балки по Эйлеру–Бернулли; $\frac{4EJ_y}{L}$ – моменты от изгиба, которые отвечают за жёсткость на поворот (момент при повороте узла); $\frac{12}{L^3}$, $\frac{6}{L^2}$, $\frac{4}{L}$ – коэффициенты, получаемые из вариационной постановки или из условия равновесия и совместности деформаций для стержня; $\frac{6}{5}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{17}{15}$ – дробные коэффициенты в блоке кручения (результат учёта деформации и распределения крутящего момента по длине элемента).

Нижний правый блок (строки/столбцы 6-7) описывает крутильную жёсткость и эффекты деформации. Именно там появляются слагаемые с GJ_z и параметром D . Это важно для реальных крановых балок (коробчатые, двутавровые сечения), где кручение сопровождается деформацией и существенно влияет на динамику и прочность:

$$[K]_{7 \times 7}^{kk} = \begin{bmatrix} \frac{12EJ_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EJ_x}{L^3} & 0 & \frac{6EJ_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EJ_x}{L^2} & 0 & \frac{4EJ_x}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EJ_y}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{6GJ_z}{5L} + \frac{3D}{L^2}\right) & \left(\frac{GJ_z}{10} + \frac{3D}{2L}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{GJ_z}{10} + \frac{3D}{2L}\right) & \left(\frac{2GJ_z L}{15} + D\right) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$[K]_{7 \times 7}^{jk} = \begin{bmatrix} -\frac{12EJ_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EJ_x}{L^3} & 0 & -\frac{6EJ_x}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EJ_x}{L^2} & 0 & \frac{2EJ_x}{L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{6EJ_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EJ_y}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(-\frac{6GJ_z}{5L} - \frac{3D}{L^2}\right) & \left(-\frac{GJ_z}{10} - \frac{3D}{2L}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{11GJ_z}{10} + \frac{3D}{2L}\right) & \left(-\frac{GJ_z L}{30} + \frac{D}{2}\right) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

В (10) и (11) матрицы знаки и коэффициенты в некоторых ячейках отличаются – это следствие того, как именно определены направления перемещений и поворотов в локальной системе координат элемента.

После чего, с учетом (9)-(11), получим:

$$[K]_{14 \times 14}^{jk} = \begin{bmatrix} [K]_{7 \times 7}^{jj} & [K]_{7 \times 7}^{jk} \\ [K]_{7 \times 7}^{kj} & [K]_{7 \times 7}^{kk} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где, как известно,

$$[K]_{7 \times 7}^{kj} = ([K]_{7 \times 7}^{jk})^T, \quad (13)$$

Очевидно, что при использовании матрицы (12) необходимо учитывать возможность получения из формул (9)-(11) – матрицу жесткости КЭ массивного стержня порядка 12×12 . Для этого в формулах (9)-(11) исключаем влияние на компоненты стесненного кручения. В частном случае, если в матрице (12), принять воздействие на ее составляющие только факторы изгиба и чистого кручения, то блоки матрицы (12) примут вид матричных формул (9)-(11), в которых компонента стеснённого кручения по 7-й степени свободы обнулится, а по 6-й – примет значение $\frac{GJ_p}{L}$, а $[K]_{6 \times 6}^{kj}$ принимается, как это принято в (13).

Следует учитывать, что в (9)-(11) для D принято обозначение:

$$D = \frac{4EJ_{\bar{\omega}}(J_p^2 + J_z^2 - 2J_z J_p)}{LJ_p^2 \mu^4}, \quad (14)$$

где J_{ω} – секториальный момент инерции стержневого КЭ замкнутого профиля, J_p – направленный момент инерции сечения стержня замкнутого профиля, принимаемые по [8].

Наличие в РДМ крана шаровых и цилиндрических шарниров учитывается в исходных матрицах масс и жёсткости КЭ по методу Жордановых исключений [9].

Завершая математическую модель уравнений движения (1) и (5), покажем их частный случай для целей расчетного анализа режима собственных колебаний, необходимых для отстройки резонансных областей в расчетном анализе с учетом пульсирующих ветровых воздействий.

Таким образом, матричное уравнение недемпфированных собственных колебаний имеет, в отличие от (5), более простой вид:

$$[M]_{n \times n} \left\{ \frac{d^2 v}{dt^2} \right\}_{1 \times n} + [K]_{n \times n} \{v(t)\}_{1 \times n} = \{0\}, \quad (15)$$

где $\{0\}$ – нулевой вектор; $\{v(t)\}$ – вектор перемещений узлов РДМ крана в предположении собственных колебаний системы в виде вектора гармоничных колебаний:

$$\{v(t)\} = [\Phi] \{\sin(\omega t + \vartheta)\}, \quad (16)$$

и его второй производной по времени

$$\left\{ \frac{d^2 v}{dt^2} \right\} = -[\Lambda][\Phi] \{\sin(\omega t + \vartheta)\} = -[\Lambda] \{v(t)\}, \quad (17)$$

где $[\Phi]$ – фундаментальная матрица произведения матриц $[M]^{-1}[K]$ порядка $n \times n$, составленная из собственных векторов [2], расположенных по столбам:

$$[\Phi] = [\{\phi_1\} \dots \{\phi_m\} \dots \{\phi_n\}] = \begin{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \phi_n \\ \dots \\ \phi_{n1} \end{matrix} \right\} & \dots & \left\{ \begin{matrix} \phi_m \\ \dots \\ \phi_{nm} \end{matrix} \right\} & \dots & \left\{ \begin{matrix} \phi_{1n} \\ \dots \\ \phi_{nn} \end{matrix} \right\} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Матрица (18) характеризует форму колебаний полной системы, у которой изменяются только амплитуды и ϑ – фазовый угол; $[\Lambda]$ – диагональная матрица собственных значений, элементами которой являются квадраты собственных частот:

$$[\Lambda] = [\omega_1^2 \dots \omega_2^2 \dots \omega_m^2 \dots \omega_n^2]_{n \times n}. \quad (19)$$

Подставив выражения (16) и (17) в (15), получим:

$$-[\Lambda][M][\Phi] \{\sin(\omega t + \vartheta)\} + [K][\Phi] \{\sin(\omega t + \vartheta)\} = \{0\},$$

откуда приходим к матричному уравнению для собственных значений (однородной системы) [3]:

$$(-[\Lambda][M] + [K])[\Phi] = \{0\}. \quad (20)$$

Для существования нетривиального решения задачи необходимо выполнение определённого условия, которое в рамках метода конечных элементов приводит к формированию частного уравнения МКЭ в прямой форме:

$$\|[M]^{-1}[K] - [E][\Lambda]\| = 0, \quad (21)$$

где $[E]$ – единичная матрица $n \times n$.

Благодаря развитому инструментарию современных САЕ-комплексов, реализующих МКЭ, решение задачи становится технически доступным и не требует разработки собственных вычислительных алгоритмов.

Результаты исследований

Генерация расчётных нагрузок на конструкцию, включая ветровые воздействия, выполнялась в среде программного комплекса SAP2000, реализующего конечно-элементное моделирование.

Согласно данным таблицы 1, спектр собственных частот крана КК-32/8т и формы его колебаний позволяют выделить ключевые динамические эффекты.

Табл. 1. Форма собственных колебаний РДМ козлового крана КК-32/8

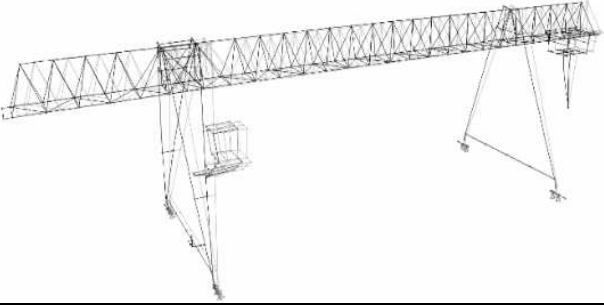
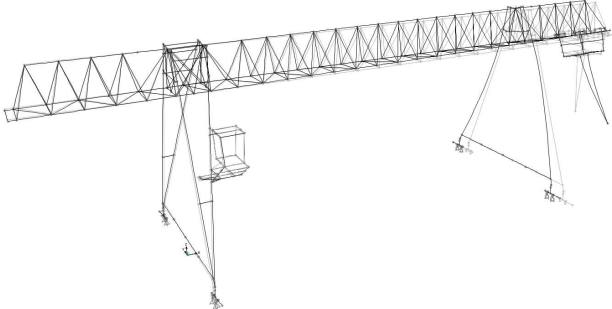
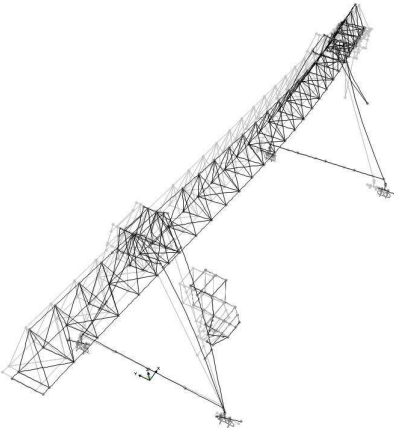
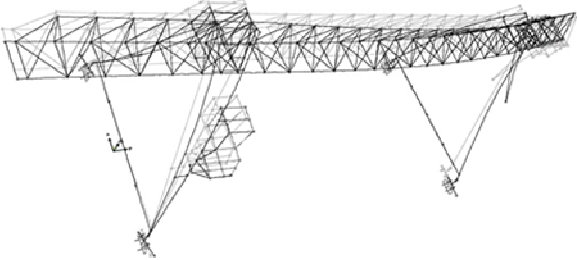
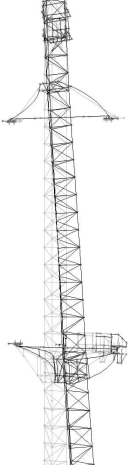
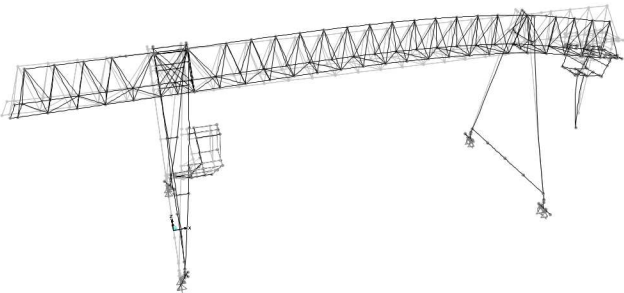
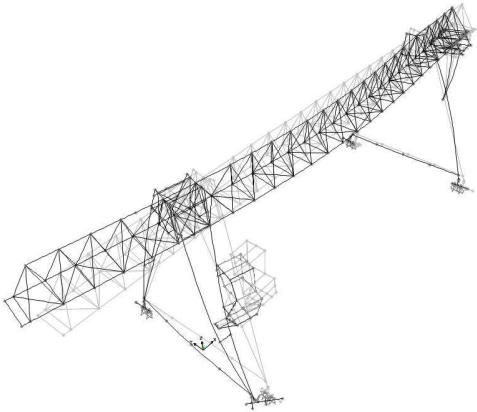
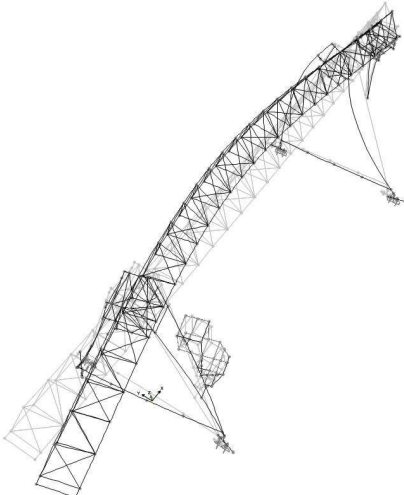
№	Частота, f , Гц	Форма колебаний РДМ
1	$f = 0,7$	
2	$f = 1,1$	
3	$f = 1,97$	
4	$f = 2,0$	
5	$f = 2,25$	

Табл. 1. Продолжение

№	Частота, f , Гц	Форма колебаний РДМ
6	$f = 2,4$	
7	$f = 3,49$	
8	$f = 3,56$	

Низшие собственные частоты, определённые по уравнению (20), соответствуют колебаниям груза на полиспастном подвесе, изображённом на рисунке 2 [1]. Изгибные деформации опор наблюдаются на частотах 0,7 Гц и 1,1 Гц. Частота 2,0 Гц характеризуется комбинированным (изгибно-крутильным) деформированием опор и моста крана [9] – она принята в качестве расчётной для применения в формулах (3) и (4).

Для учёта нестационарного характера ветрового воздействия использована запись пульсирующего ветра, полученная с помощью анемометра АТЕ-1033 на кране КК-32/8т. На основании этих данных установлено, что критические резонансные режимы могут реализовываться на частотах не выше 1,5 Гц при амплитудных значениях скорости ветрового потока до 0,93 м/с [1]. Расчётная скорость ветра для рабочего состояния крана (17,83 м/с) выбрана исходя из условий безопасной эксплуатации с номинальным грузом $Q = 32$ т.

Переход от скорости ветра к ветровому давлению выполнен в соответствии с ветровым районом, скоростью ветра [11]. Промежуточные значения ветрового давления получены линейной интерполяцией.

Для учёта ветрового воздействия в расчётах использована модель пульсирующего нормального давления q_e . Нагрузка прикладывалась к внешней (наветренной) стороне

несущих конструкций крана КК-32/8 – её расположение и принцип распределения показаны на рисунке 2.

Скорость ветра задавалась одинаковой по высоте [10]. Давление ветра переводилось в распределенную нагрузку на каждый КЭ и приводилось к узловой нагрузке каждого конечного элемента. Расчет проведен методом динамического анализа.

В результате численного интегрирование матричного уравнения (1) методом Гира [1] с $n=2034$ степеней свободы получены перемещения всех узлов РДМ (рис. 2, 3), причем перемещения тех из них на временной оси в осях общей системы координат $OXYZ$, которые признаны максимальными (узлы №30, 49, 80) представлены на рисунке 3, полученные краном под воздействием пульсирующей ветровой нагрузки, представленной на рисунках 3, 4.

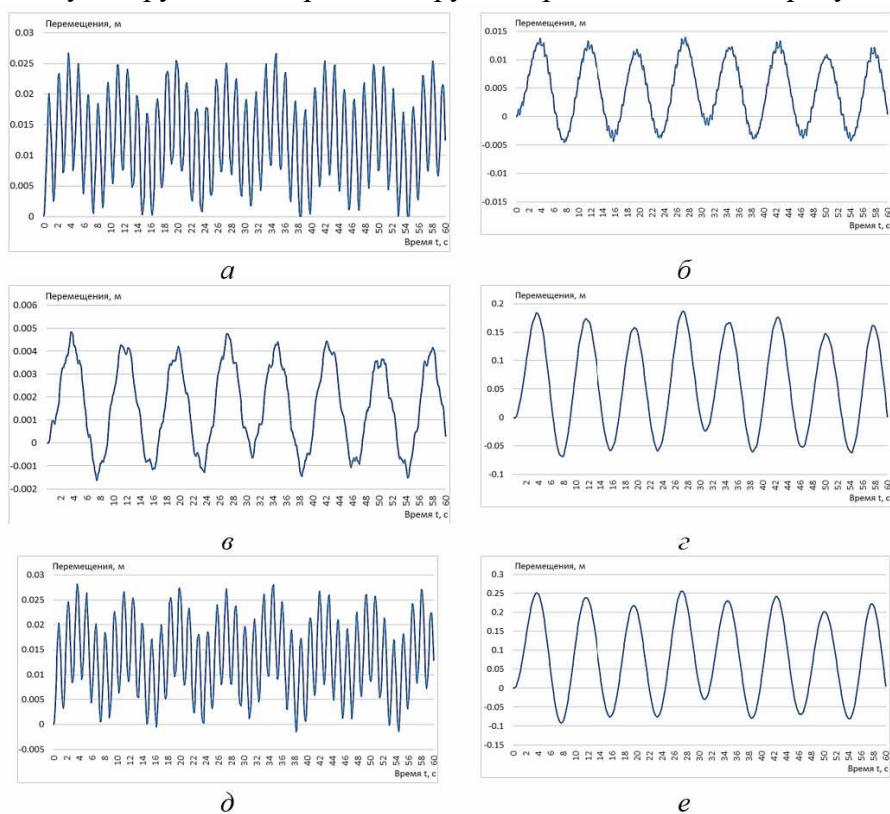


Рис. 3. Перемещения узлов РДМ козлового крана КК-32/8 при воздействии ветровой нагрузки:
а – узла №30 по X; б – узла №30 по Y, вдоль КРП; в – узла №49 по X; г – узла №49 по Y, вдоль КРП;
д – узла №80 по X; е – узла №80 по Y, вдоль КРП

Под воздействием ветра кран находится в перекошенном режиме с перемещениями гибкой опоры $\begin{matrix} +180\text{мм} \\ -165\text{мм} \end{matrix}$, в то время как максимальная амплитуда вибраций жесткой опоры составляет всего 25 мм. Здесь характерно то, что перемещения узлов №49 и №80 (рис. 3, а и д) практически совпадают, что может служить поверочным обстоятельством качества расчетного анализа крана КК-32/8т на ветровое воздействие.

Для оценки параметров напряженного состояния в jk КЭ РДМ необходимо после интегрирования уравнения (1) расчетные значения перемещений узлов каждого jk КЭ перевести из общей системы координат $OXYZ$ в местную систему координат $oxyz$.

$$\{v\}_{1 \times 12}^{jk}_{MCK} = [T]_{12 \times 12}^{jk,T} \times \{v\}_{1 \times 12}^{jk}_{OCK}, \quad (22)$$

с использованием которых следует перейти к внутренним узловым усилиям (23) любого jk КЭ из множества, присущего РДМ, где в (22) $[T]$ – матрица преобразования координат; и T – матричный индекс транспортирования матриц.

Выражение (23) описывает связь узловых усилий (нагрузок) с перемещениями через матрицу жёсткости для конечного элемента стержня в рамках МКЭ:

$$\{Q\}_{1 \times 12}^{jk} = [k]_{12 \times 12}^{jk} \times \{v\}_{1 \times 12}^{jk} = \left\{ \begin{matrix} (Q_x Q_y N_z M_x M_y M_z)^{j,T} \\ (Q_x Q_y N_z M_x M_y M_z)^{k,T} \end{matrix} \right\}_{1 \times 12}^{jk}, \quad (23)$$

где $\{Q\}_{1 \times 12}^{jk}$ – вектор узловых сил/моментов размерности 1×12 (суммарные усилия, которые «передаются» на узлы элемента от его жёсткости при заданных перемещениях); $[k]_{12 \times 12}^{jk}$ – глобальная (или локально-глобальная) матрица жёсткости элемента, переведённая к 12 степеням свободы (индекс jk указывает, что матрица связывает степени свободы узлов j и k); $\{v\}_{1 \times 12}^{jk}$ – вектор узловых перемещений и поворотов того же размера; $Q_x, Q_y, N_z, M_x, M_y, M_z$ – компоненты усилий в каждом узле (Q_x, Q_y – поперечные силы, N_z – продольная сила (осевое усилие), M_x, M_y – изгибающие моменты, M_z – крутящий момент относительно продольной оси стержня); T – надстрочный индекс, обозначает транспонирование (способ записать вектор-строку из 6 усилий; вместе для двух узлов получается 12 компонент).

То есть вектор из 12 усилий (по 6 в каждом узле) равен произведению матрицы 12×12 на вектор из 12 перемещений/поворотов.

Теперь известные эквивалентные напряжения с учетом (23) в наиболее нагруженных jk КЭ представлены на рисунке 4.

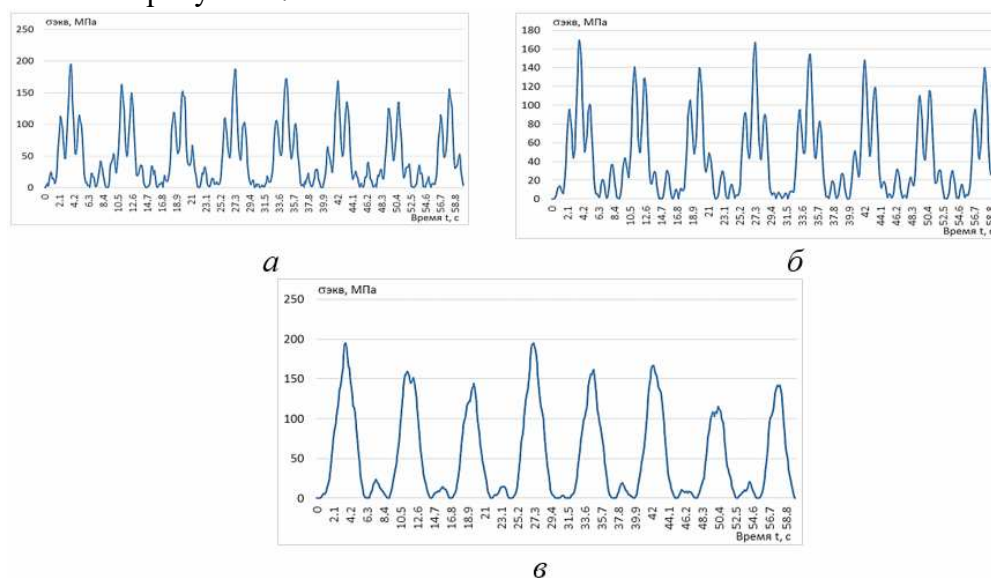


Рис. 4. Эквивалентные напряжения: а – в КЭ № 5; б – КЭ № 152; в – КЭ № 3

Выводы

Как это видно из результатов расчетного анализа, при сочетании расчетной грузоподъемности крана и пульсирующей ветровой нагрузки не рабочего состояния (~ 18 м/с) эквивалентные напряжения составляют 200 МПа, что должно послужить предосторожностью для эксплуатационников кранов типа КК-32/8т.

В результате проведенных экспериментальных исследований выполнен анализ приборных записей скорости ветра, полученных с помощью прибора АТЕ-1033 за период с 29.03.15 г. по 27.04.24 г.

При оценке условий эксплуатации крана КК-32/8 выявлено, что фактические ветровые воздействия выходили за рамки паспортных ограничений: при предельно допустимой по паспорту скорости $V_{mp} = 14$ м/с средняя скорость ветра составляла 10,5 м/с.

Получены АЧХ и ФЧХ указанной приборной записи скорости ветра [1, 9, 10]. Установлено, что амплитуда гармоник АЧХ убывает с ростом частоты, а энергия ветрового потока сконцентрирована в области низких частот – до 1,5 Гц [1]. Осреднение исходного приборного сигнала приводит к существенному искажению частотных характеристик.

В связи с этим использование осредненной записи в качестве входного ветрового воздействия нецелесообразно.

В целях резонансной отстройки собственных частот при пульсирующим ветре получены первые 100 собственных форм и частот РДМ козлового крана КК-32/8т, построен спектр собственных частот, приведены характерные собственные формы колебаний, чем установлено, что первые изгибно-крутильные формы колебаний крана КК-32/8т накладываются на резонансные частоты пульсирующего ветрового потока на частоте 1,1 Гц при деформациях из плоскости металлоконструкций гибких опор крана и на частоте 2,0 Гц первой изгибно-крутильной формы колебаний моста крана (табл. 1).

Ключевым элементом математического описания стержневого КЭ является набор соотношений, которые формализуют связь между силами, перемещениями и координатами, а также обеспечивают корректное преобразование координат при переходе между локальной и глобальной системами отсчёта.

При построении расчётной модели особое внимание уделено корректному описанию динамических и жёсткостных характеристик стержневых элементов: для КЭ с шестью степенями свободы приведены соответствующие матрицы масс и жёсткости. Сама методология формирования модели реализуется через стандартную последовательность: разбиение конструкции крана на узлы и элементы, сборку матрицы жёсткости и задание граничных условий – это обеспечивает адекватность расчётной схемы реальному объекту.

Достоверность оценки динамического отклика РДМ крана КК-32/8 обеспечена применением цифровой экспериментальной модели ветрового воздействия: нормальное давление q_e корректно приложено к наветренной поверхности несущих металлоконструкций [1]. Переход от давления к расчётной нагрузке реализован в два шага: формирование распределённой нагрузки по КЭ и её приведение к узловым силам – это согласуется с принципами МКЭ. Динамический анализ позволил получить узловые перемещения и напряжения в КЭ при пульсирующей ветровой нагрузке длительностью 60 с; такие результаты пригодны для оценки прочности и жёсткости конструкции в нестационарном режиме.

Список литературы

1. Дульгер Н.В., Кораблин А.В. Цифровая экспериментальная модель внешнего ветрового воздействия на несущие металлоконструкции козлового крана КК-32/8 // 67-я Международная научная конференция Астраханского государственного технического университета. – Астрахань: АГТУ, 2023. – С. 638-642.
2. Панасенко Н.Н., Синельщиков А.В. Математическая модель базовых конечных элементов в конечно-элементной теории портовых подъёмных сооружений // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. – 2018. – №1. – С. 109-128.
3. Подобед Н.Е., Подобед В.А., Меньшиков В.И. Математическое моделирование ветровых нагрузок на механизмы передвижения порталных кранов с прямой стрелой // Вестник Мурманского государственного технического университета. – 2009. – Т. 12, №1. – С. 27-33.
4. Дульгер Н.В., Панасенко Н.Н., Кораблин А.В. Экспериментальная модель пульсирующего ветра // 66-я Международная научная конференция Астраханского государственного технического университета. – Астрахань: АГТУ, 2022. – С. 668-674.
5. Панасенко Н.Н., Синельщиков А.В., Синельщикова Л.С. Конечно-элементная модель демпфирования колебаний несущих металлоконструкций грузоподъёмных кранов // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2013. – №3(56). – С. 41-49.
6. Панасенко Н.Н., Рабей В.В. Моделирование динамических воздействий на несущие конструкции грузоподъёмных кранов // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2015. – №2(68). – С. 37-43.
7. Синельщиков А.В., Панасенко Н.Н. Особенности формирования расчётной модели козлового крана для анализа устойчивости при ветровых нагрузках // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. – 2020. – №3. – С. 88-94.
8. Меньшиков В.И., Подобед Н.Е. Методика учёта пульсационной составляющей ветровой нагрузки при расчёте металлоконструкций портовых кранов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. Естественные и инженерные науки. – 2016. – Т. 22, №3. – С. 152-160.

9. Дьяков И.Ф., Чернов С.А. Применение метода конечных элементов для оценки напряжённо-деформированного состояния решётчатых конструкций // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2018. – №5. – С. 71-79.
10. Расторгуев Б.С., Плотников А.И. Расчёт строительных и подъёмных конструкций на динамические воздействия с учётом демпфирования // Строительная механика и расчёт сооружений. – 2017. – №4(273). – С. 42-48.

References

1. Dulger N.V., Korablin A.V. Digital experimental model of external wind impact on the load-bearing metal structures of the gantry crane KK-32/8 // 67th International Scientific Conference of Astrakhan State Technical University. – Astrakhan: ASTU, 2023. – P. 638-642.
2. Panasenko N.N., Sinelshchikov A.V. Mathematical model of basic finite elements in the finite-element theory of port lifting structures // Bulletin of Astrakhan State Technical University. Series: Marine Engineering and Technology. 2018, no. 1, pp. 109-128.
3. Podobed N.E., Podobed V.A., Menshikov V.I. Mathematical modeling of wind loads on the movement mechanisms of portal cranes with a straight boom // Bulletin of Murmansk State Technical University. 2009, vol. 12, no. 1, pp. 27-33.
4. Dulger N.V., Panasenko N.N., Korablin A.V. Experimental model of pulsating wind // 66th International Scientific Conference of Astrakhan State Technical University. – Astrakhan: ASTU, 2022. – P. 668-674.
5. Panasenko N.N., Sinelshchikov A.V., Sinelshchikova L.S. Finite-element model of vibration damping of load-bearing metal structures of lifting cranes // Bulletin of Astrakhan State Technical University. Series: Technical Sciences. 2013, no. 3, pp. 41-49.
6. Panasenko N.N., Rabei V.V. Modeling of dynamic impacts on load-bearing structures of lifting cranes // Bulletin of Astrakhan State Technical University. Series: Technical Sciences. 2015, no. 2, pp. 37-43.
7. Sinelshchikov A.V., Panasenko N.N. Features of forming a calculation model of a gantry crane for stability analysis under wind loads // Bulletin of Astrakhan State Technical University. Series: Marine Engineering and Technology. 2020, no. 3, pp. 88-94.
8. Menshikov V.I., Podobed N.E. Methodology for accounting for the pulsation component of wind load in the calculation of port crane metal structures // Scientific and Technical Bulletin of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. Natural and Engineering Sciences. 2016, vol. 22, no. 3, pp. 152-160.
9. Dyakov I.F., Chernov S.A. Application of the finite element method to assess the stress-strain state of lattice structures // News of Higher Educational Institutions. Construction. 2018, no. 5, pp. 71-79.
10. Rastorguev B.S., Plotnikov A.I. Calculation of building and lifting structures for dynamic impacts with damping taken into account // Structural Mechanics and Analysis of Structures. 2017, no. 4, pp. 42-48.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Дульгер Надежда Валерьевна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»	Dulger Nadezhda Valerievna – candidate of technical sciences, associate professor of the Department of general engineering disciplines and ground transport
Кораблин Анатолий Викторович – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»	Anatoly Viktorovich Korablin – candidate of technical sciences, associate professor, professor of the Department of general engineering disciplines and ground transport
Джахьяева Светлана Борисовна – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»	Dzhakhyaeva Svetlana Borisovna – candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the Department of general engineering disciplines and ground transport
Климова Екатерина Владимировна – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»	Klimova Ekaterina Vladimirovna – candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the Department of general engineering disciplines and ground transport
ndulger@yandex.ru	

Получена 07.07.2026