

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРА ТРЕЩИН В ГОРНОМ МАССИВЕ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВЫЖИВАЕМОСТИ И МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ ТРЕЩИН

Протосеня А.Г., Веселова А.В.

Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II, Санкт-Петербург

Ключевые слова: горный массив, хаотичная трещиноватость, анализ выживаемости, дискретная система трещин, средняя длина следов трещин, распределение диаметров трещин, плотность трещин.

Аннотация. В работе предложен комплексный подход по определению параметров и вида распределения диаметров трещин, основанный на совместном использовании анализа выживаемости и модели дискретной системы трещин (DFN), и учитывающий эффекты цензурирования следов трещин на обнажениях. Применение этого подхода показано на примере данных о следах трещин, измеренных вдоль линии сканирования на обнажениях горных пород алмазоносного месторождения, для случая хаотичной трещиноватости. В работе предполагается экспоненциальное распределение диаметров трещин. Визуальный анализ по графикам квантиль-квантиль (Q-Q) и вероятность-вероятность (P-P) применяются для визуальной оценки вида распределения следов трещин. Стереологические зависимости используются для ориентировочного определения среднего значения распределения диаметров трещин. Приводятся результаты анализа выживаемости, проведенного по данным о следах трещин, оценивается коэффициент вариации и относительная ошибка среднего значения длины следов трещин и соответствующего им среднего значения диаметра трещин в зависимости от площадной частоты встречаемости трещин. С помощью модели DFN проводится сравнение среднего диаметра трещин в массиве со значениями средних диаметров, рассчитанных по стереологическим зависимостям исходя из данных о следах трещин.

DETERMINATION OF FRACTURE SIZE DISTRIBUTION PARAMETERS IN A ROCK MASS BASED ON SURVIVAL ANALYSIS AND A DISCRETE FRACTURE NETWORK MODEL

Protosenya A.G., Veselova A.V.

Empress Catherine II Saint Petersburg Mining University, Saint-Petersburg

Keywords: rock mass, chaotic fracturing, survival analysis, discrete fracture network, average length of fracture traces, distribution of fracture diameters, fracture density.

Abstract. This paper proposes an integrated approach to determining the parameters and type of fracture diameter distribution based on the combined use of survival analysis and the discrete fracture network (DFN) model, taking into account the effects of censoring of fracture traces on outcrops. The application of this approach is demonstrated using the example of fracture trace data measured along a scanline on outcrops of rocks. An exponential distribution of fracture diameters is assumed in the paper. Visual analysis using quantile-quantile (Q-Q) and probability-probability (P-P) plots is used to visually assess the type of fracture trace distribution. Stereological relationships are used to approximately determine the mean value of the fracture diameter distribution. The results of the survival analysis conducted on the fracture trace data are presented, and the variation coefficient and relative error of the mean value of the fracture trace length and the corresponding mean value of the fracture diameter are estimated depending on the areal frequency of fractures. Using the DFN model, a comparison is made between the true average diameter of cracks in the mass and the values of average diameters calculated using stereological dependencies based on data on crack traces.

Введение

В различных задачах геомеханики [1-3], в частности при оценке устойчивости трещиноватых массивов горных пород, при численном моделировании [4-6] ключевую роль играет количественная оценка нарушенности массива. В связи с развитием и популяризации использования модели дискретной системы трещин (DFN) [7-9] исследования, посвященные определению вида и параметров распределения размера трещин, в том числе среднего размера трещин, становятся все более актуальными. Модель DFN, построенная на неверном

распределении размеров, не способна корректно воссоздать нарушенность массива горных пород, что может привести к ошибочным суждениям об устойчивости массива. Для корректного определения параметров и вида распределения размеров трещин требуется большой объем натурных исследований и даже в этом случае из-за изменчивости массива и ограниченности исследуемых участков при обработке данных можно прийти к ошибочным результатам.

Изучение размеров трещин, как правило, основывается на данных, собранных с обнажений пород [10], так как измерить напрямую размер трещин удается редко, если вообще возможно. Для исследования размеров трещин наиболее широко применяются методы картирования обнажений [11]. Причем следы трещин на обнажениях усечены и цензурированы. Как правило, используется нижний предел цензурирования для картирования площадей, равный 1 м, и 0,1 м – для картирования линий сканирования [11].

Помимо цензурирования или невозможности обнаружения коротких трасс, существуют два источника смещения, полностью обусловленные размером области отбора проб:

- смещение, связанное с тем, что линия сканирования или обнажение будут стремиться пересекать преимущественно более крупные плоскости трещин;
- смещение, обусловленное в выходе за пределы обнажения больших плоскостей трещин, из-за чего происходит усечение следа трещины.

Наиболее известными из ученых, работавшими над методами, учитывающими смещения выборки длин следов трещин Прист С.Д. и Хадсон Дж.А. и Кулатилаке П. [12].

При исследовании статистического распределения размеров трещин и их параметров ограниченность исходных данных, цензурирование и усечение данных и другие ограничения, возникающие при работе с геологическими данными, не позволяют подобрать теоретическое распределение, достоверно описывающее распределение длин следов трещин. Для решения проблем, связанных с подбором параметров и вида распределения цензурированных данных, в работе применяется анализ выживаемости.

Цель данного исследования: определение наиболее вероятного вида и параметров распределения диаметров трещин в массиве.

Задачи исследования:

- по данным о следах трещин определить наиболее вероятный вид и параметры распределения диаметров трещин на исследуемых участках массива;
- при помощи стереологических зависимостей определить ориентировочные параметры распределения диаметров трещин в массиве;
- провести итерационный подбор параметров распределения диаметров трещин с использованием модели дискретной системы трещин (DFN)
- провести анализ выживаемости на сгенерированных и натурных данных о длинах следов трещин для определения наиболее вероятного вида и параметров распределения диаметров трещин.

Геологическая характеристика месторождения

В статье приведены данные о параметрах трещиноватости алмазоносного месторождения, находящегося в Западной Якутии. На месторождении развита полигенная трещиноватость [13] различных масштабных уровней. Исходными данными, по которым проводилось исследование рудного тела, являются данные картирования горных выработок на горизонтах -425...-455 м. Стандартная точка наблюдения представляла собой участок стенки выработки размером от 5х5 м до 5х10 м.

На рисунке 1, а приведена гистограмма распределения длин следов трещин, собранных с обнажений, цензурированных до 0,2 м и усеченных от 5 м до 10 м. Другие показатели трещиноватости, определенные для каждой точки наблюдения – это количество трещин на 1 м и на 1 м² (рис. 1, б), далее P_{10} и P_{20} соответственно. В среднем показатели P_{10} и P_{20} составили соответственно 4,5 тр./м и 7,9 тр./м² для исследуемого кимберлитового тела.

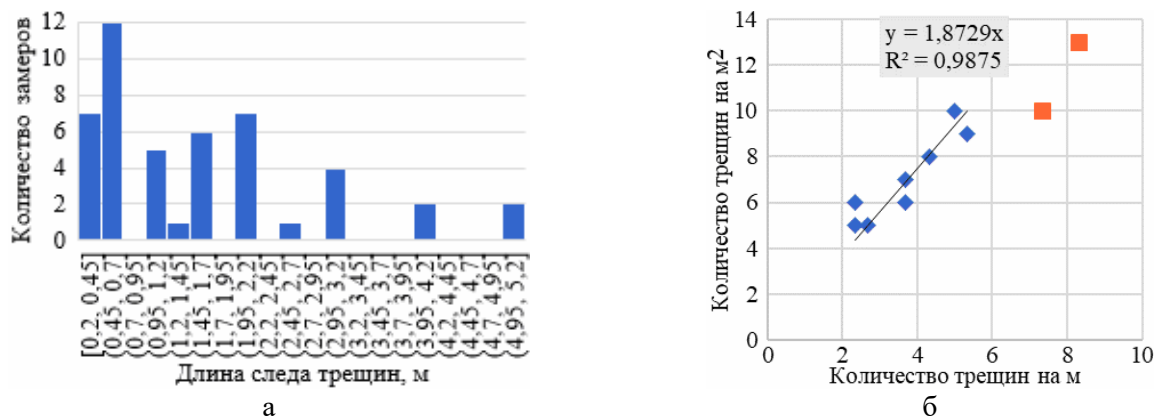


Рис. 1. Количественные параметры трещиноватости: а) гистограмма распределения следов трещин; б) график зависимости количества трещин на единицу площади от количества трещин на единицу длины поверхности обнажения

Теоретические предпосылки

Визуальная оценка вида распределения: квантильные и вероятностные графики.

Оценить качество соответствия теоретического распределения наблюдаемому распределению можно по графикам: квантиль-квантиль (Q-Q) и вероятность-вероятность (P-P).

На Q-Q графиках наблюдаемые значения переменной отображаются относительно теоретических квантилей.

Для оценки соответствия теоретического распределения наблюдаемым данным, непропущенные наблюдаемые значения переменной упорядочиваются ($x_1 < \dots < x_n$), а затем эти значения (x_i) строятся по обратной функции распределения вероятности.

На графиках вероятности-вероятности (P-P графиках) наблюдаемая кумулятивная функция распределения отображается в зависимости от теоретической функции.

Функция плотности вероятности экспоненциального распределения:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda(x-\theta)}, \quad 0 \leq x < \infty, \lambda > 0, \theta < x, \quad (1)$$

где θ – параметр порогового значения (местоположения); λ – параметр масштаба (альтернативная параметризация: параметр масштаба $\lambda = 1/b$).

Анализ выживаемости.

Анализ выживаемости (survival analysis) – группа статистических методов анализа данных о состоянии объектов во времени при наличии цензурированных наблюдений.

Для определения формы функции выживания используются различные семейства распределений, которые могут быть «приведены к линейному состоянию» с помощью соответствующих преобразований. Процедура оценки параметров (теоретических функций выживаемости) представляет собой алгоритм линейной регрессии [14] методом наименьших квадратов [15]. Экспоненциальная функция риска $[h(t)]$ выражается через линейную регрессионную функцию как: $h(t) = L$.

Алгоритм подгонки в анализе выживаемости также вычисляет два типа оценок взвешенных наименьших квадратов:

$$WSS = \sum \omega_i (y_i - a - bx_i)^2, \quad (2)$$

где $y = ax + b$ – линейное уравнение, к которому сводится теоретическое распределение времени жизни; ω_i – невзвешенные наименьшие квадраты; $\omega_i = 1/v_i$, $\omega_i = n_i \cdot h_i$ – взвешенные наименьшие квадраты; v_i – (оцененная) дисперсия интенсивности, n_i и h_i – ширина i -го интервала и число объектов в начале i -го интервала соответственно.

Оценка соответствия теоретическому распределению проводится по критерию Хи-квадрат (χ^2) [16].

Анализ выживаемости для двух групп данных.

Для сравнения 2-х групп эмпирических данных можно использовать пять двухвыборочных тестов: обобщенный тест Вилкоксона Гехана (Gehan's generalized Wilcoxon

test) [17], F-тест Кокса (Cox's F -test) [18], тест Кокса-Мантеля [19], лог-ранговый критерий (log-rank statistic) [20] и обобщенный тест Вилкоксона Пето и Пето (Peto & Peto's generalized Wilcoxon test) [20]. Различные тестовые статистики получаются путем выбора различных весовых функций [16]. Все эти процедуры проверяют статистическую значимость выживаемости в двух группах.

Стереологические зависимости между параметрами распределения диаметров трещин и параметрами распределения следов трещин

Вывод зависимостей и описание методов стереологии, применяемых для определения параметров распределения диаметров трещин подробно описываются в работе [20]. Ниже кратко приводятся зависимости, используемые в данной работе.

Средний диаметр трещины:

$$\mu_s = \int_0^{\infty} s c(s) ds, \quad (3)$$

где $c(s)$ – плотность вероятности распределения диаметров трещин s ; для экспоненциального распределения:

$$\mu_L = \frac{\pi m_{s2}}{4\mu_s}, \quad (4)$$

где μ_L – среднее значение длины полных следов трещин по всей поверхности обнажения; m_{s2} – второй момент, распределения диаметров дисков трещин, для экспоненциального распределения:

$$m_{s2} = \lambda \left[\frac{-x^2 e^{-\lambda x}}{\lambda} - \frac{2xe^{-\lambda x}}{\lambda^2} - \frac{2e^{-\lambda x}}{\lambda^3} \right]_0^{\infty} = \frac{2}{\lambda^2}, \quad (5)$$

где λ – параметр экспоненциального распределения.

Из (4) и (5) получаем:

$$\mu_s = 2\mu_L / \pi. \quad (6)$$

Среднее значение полных длин следов трещин, пересеченных линией сканирования (рис. 2):

$$\mu_{gL} = 2\mu_L. \quad (7)$$

Среднее значение полных длин следов трещин для случайных трещин (рис. 2):

$$\mu_L = \frac{\pi P_{10}}{2P_{20}}. \quad (8)$$

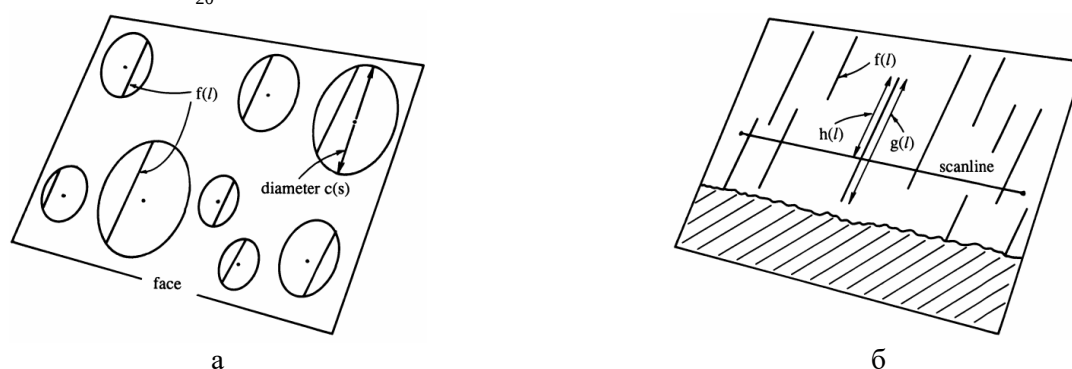


Рис. 2. Следы трещин [12]: а) распределение диаметров дисков трещин $c(s)$, пересечение которых с обнажением образует распределение полных следов трещин $f(l)$; б) распределение полных следов трещин $f(l)$, пересечение которых с линией сканирования образует распределение полных следов трещин $g(l)$ и полуследов $h(l)$

Методология

Принятые допущения.

1) Предположим, что гистограмма, показывающая распределение следов трещин, собранных со всех точек наблюдений, справедлива для хаотичной трещиноватости. Данное

допущение используем для подбора распределения диаметров трещин, по следующим причинам:

- ограниченность исходных данных;
- в массиве наблюдается 3 и более системы трещин с высокой дисперсией угла и азимута падения (показатель Фишера меньше 100);
- имеется высокая доля бессистемных трещин.

2) Для описания формы трещин принята круглая модель диска в трехмерном пространстве.

3) Распределения диаметров и следов трещин соответственно могут быть охарактеризованы непрерывной функцией, в данной работе делается предположение о экспоненциальном распределении диаметров трещин [12].

4) Распределение центров трещин в пространстве подчиняется пуассоновскому распределению, то есть трещины в пространстве возникают случайным образом [4,12].

Подход к подбору оптимальных параметров статистического распределения диаметров трещин.

Алгоритм принятия решения по выбору теоретического распределения и подбору его оптимальных параметров представлен в виде блок-схемы на рисунке 3.

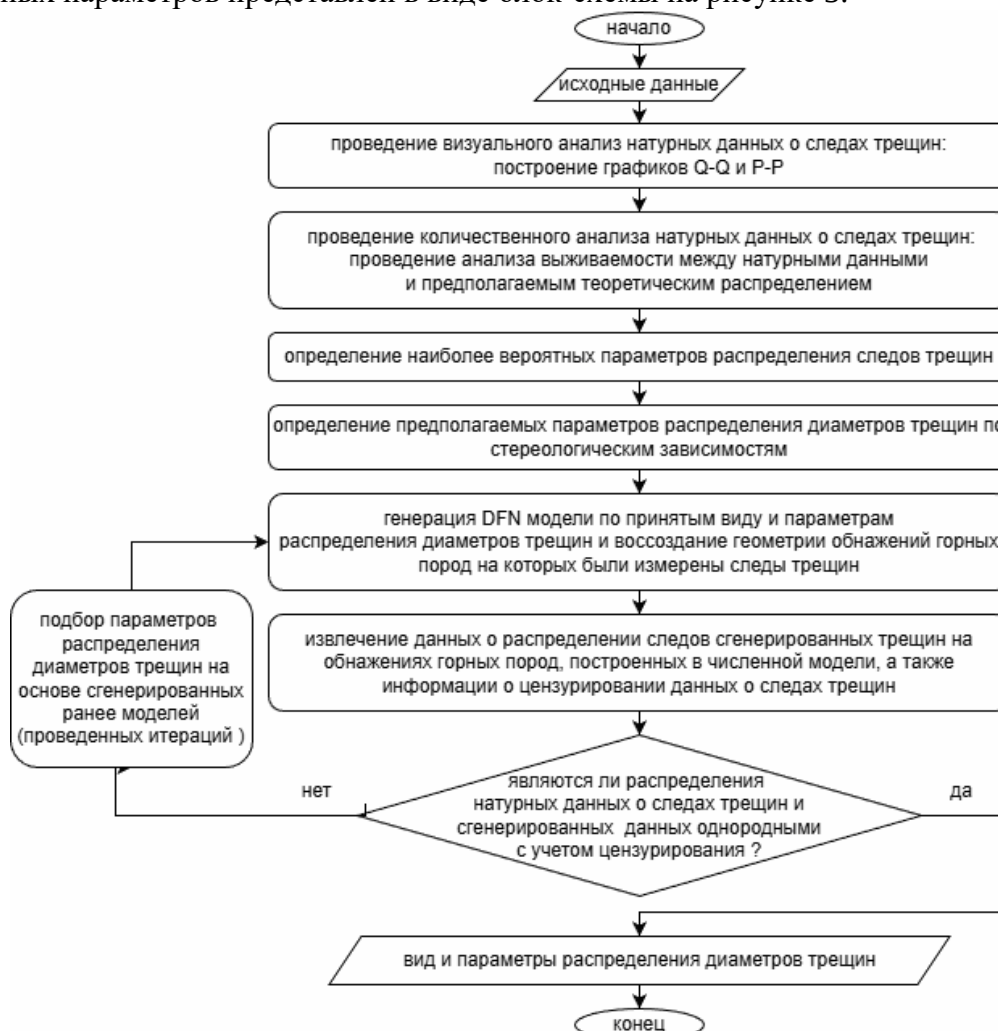


Рис. 3. Блок-схема для подбора оптимальных параметров статистического распределения диаметров трещин

1. Визуальный анализ эмпирического распределения следов трещин.

Предполагается, что заданное распределение следов трещин следует экспоненциальному закону распределения. Чтобы проверить это предположение, необходимо построить графики $Q-Q$ и $P-P$.

2. Количественный анализ данных о следах трещин.

Анализ выживаемости предназначен для работы с цензурированными данными и поскольку длина, как и время, является неотрицательной непрерывной переменной, возможно применять методы анализа выживаемости к наборам данных о следах трещин [21]. Ученые [21] описали методику и продемонстрировали на примерах использование анализа выживаемости применимо к геологическим данным, а именно к следам трещин.

Классические понятия в анализе выживаемости применимо к геологическим данным понимаются следующим образом [21]:

- 1) полная длина следа трещины – продолжительность жизни;
- 2) неполная длина следа – событие смерти;
- 3) исследуемая область массива – период исследования (наблюдения);
- 4) пересечение следа трещины и границы исследуемой области – цензурируемое событие.

Сначала определяется, существуют ли параметры принятого теоретического распределения, достоверно описывающие данные о следах трещин. Необходимо отметить, что даже при хорошем визуальном сходстве распределение следов трещин может не соответствовать ни одному виду распределения.

3. С помощью стереологических зависимостей по формулам (3)-(8) вычисляется начальное значение λ_s (и μ_s) для генерации систем трещин.

4. Создание трещиноватого массива горных пород на основе статистической DFN модели.

При подборе параметров распределения диаметров трещин введем дополнительное условие, которое должно выполняться при генерации DFN: соотношение между P_{10} и P_{20} должно соответствовать соотношению линейной и площадной частот по точкам наблюдения;

Исходя из данных о размерах и форме исследуемой области горного массива, на котором проводилось измерение длин следов трещин, воспроизводится его геометрия, генерируются трещины с параметрами распределения диаметров, определенных ранее.

Со статистической модели извлекаются данные о распределении следов трещин на обнажении в соответствии с методами, используемыми при сборе натурных данных о следах трещин, например: метод оконной выборки, измерение вдоль линии сканирования.

Информация, полученная о следах трещин с численной модели, сравнивается с натурными данными с помощью анализ выживаемости.

Если по результатам анализа данные выборки являются однородными, то параметры распределения диаметров трещин подобраны верно. Окончательно принимаются такие параметры, при которых обеспечивается наибольший уровень значимости p по всем критериям и выполняется условие по параметрам P_{10} и P_{20} .

Важно отметить, что абсолютное большинство статистических критериев хорошо работают при равном объеме сравниваемых выборок, поэтому суммарная длина линий сканирования (линии а и б на рис. 4, а) должна быть такой, чтобы объем выборки следов трещин на исследуемых обнажениях был сопоставим с объемом выборки натурных данных.

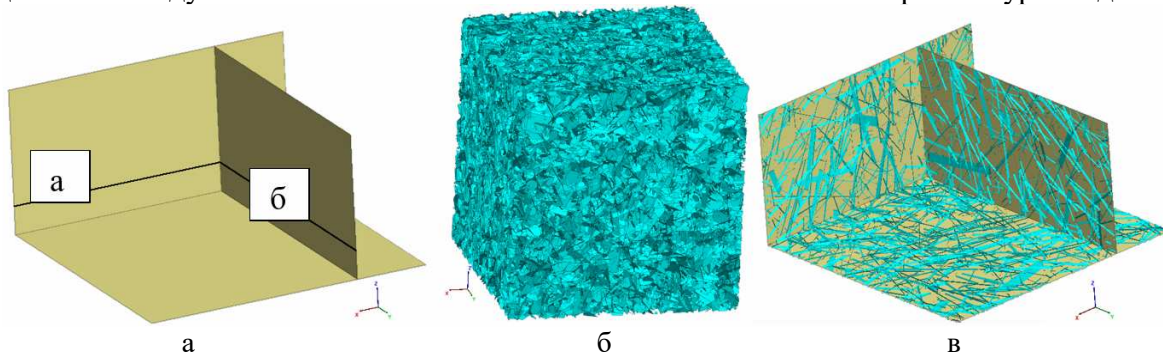


Рис. 4. Геометрия модели: а) исследуемые обнажения массива; б) DFN, для случая хаотичной трещиноватости, в) следы трещин

Исходные данные для генерации DFN:

– средняя площадная частота встречаемости трещин по всем обнажениям $P_{20} = 7,9 \text{ тр./м}^2$;

- размеры обнажений (точек наблюдения), равны 10х5 (м);
- область генерации DFN 20х20х20 м.

На рисунке 4 изображена построенная модель обнажения и модель DFN хаотичной трещиноватости. Из данной модели были извлечены данные о следах трещин (рис. 4, в).

Результаты

Результаты визуального анализа эмпирического распределения следов трещин.

На рисунке 5 приведены графики Q-Q и P-P для предположения о экспоненциальном распределении данных.

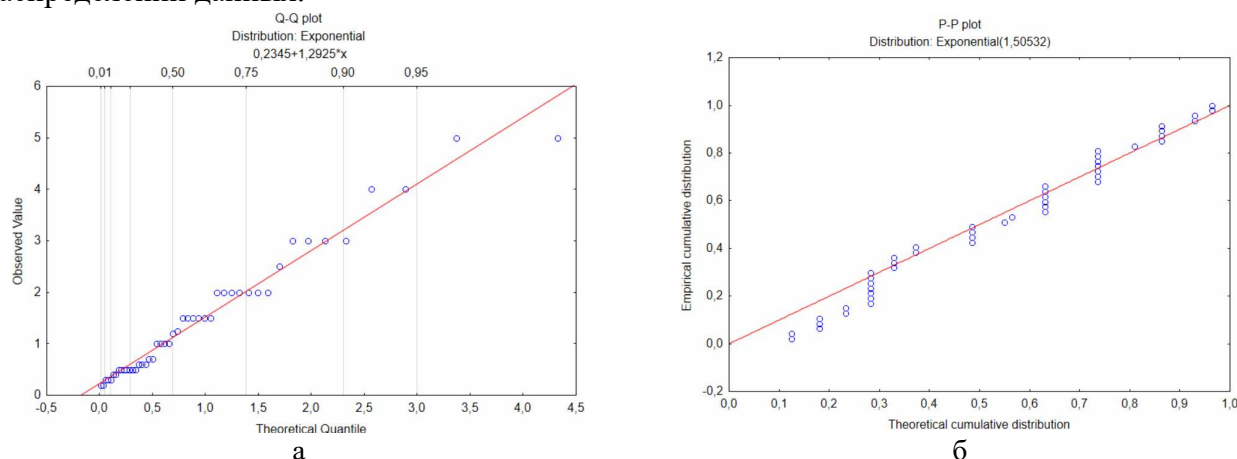


Рис. 5. Визуальный анализ данных: а) Q-Q график; б) P-P график для экспоненциального распределения

По представленным результатам данные наблюдений хорошо ложатся на теоретические кривые экспоненциального распределения. Таким образом, визуально наблюдаемые значения согласуются с выбранным видом распределения.

Результаты анализа выживаемости по подбору параметра теоретического распределения следов трещин.

Анализ выживаемости проведен для цензурированных данных о следах трещин, наблюдаемых в диапазоне размеров от 0,2 м до 10 м. Результаты приведены ниже:

– общее число наблюдений: 47; полные наблюдения – 45 (95,74%); цензурированные – 2 (4,26%).

Не смотря на хорошее визуальное сходство с экспоненциальным распределением, уровень значимости p во всех случаях во много меньше 0,05, что говорит об ошибочном предположении об экспоненциальном распределении следов трещин.

По данным анализа наилучшее соответствие экспоненциального распределения эмпирическим цензурированным данным обеспечивается при коэффициенте $\lambda_{gL} = 0,726$, $\mu_{gL} = 1,377$.

Результаты стереологического расчета

По зависимостям (8)-(9) были определены параметр экспоненциального распределения диаметров трещин: $\lambda_s = 3,02$ ($\mu_s = 0,331$).

Результаты анализа выживаемости для 2 цензурированных выборок по эмпирическим данным и данным, полученным со сгенерированной модели DFN при показателе $\lambda_s = 3,02$, представлены на рисунке 6, этот случай обозначен как $\lambda = 3$.

Количественно соответствие функций определено уровнем значимости p по статистике χ^2 и представлено на рисунке 7 для $\lambda = 3$.

Из графиков кумулятивных функций выживаемости видно, что полученные из стереологических зависимостей параметры распределений λ чрезмерно учитывают долю коротких длин трасс трещин в случае хаотичной трещиноватости и, соответственно, сгенерированные распределения не соответствуют натурным данным.

Результаты итерационного подбора параметров распределения диаметров трещин.

На рисунке 6 представлены кумулятивные функции распределения эмпирических данных о следах трещин, а также следов трещин, сгенерированных на обнажениях при $P_{20} = 7,9 \text{ тр./м}^2$ и зафиксированных вдоль линии сканирования при параметре экспоненциального распределения диаметров трещин $\lambda = 1,5; 1,75; 2,0; 2,5; 3$. Для каждой λ сгенерировалось по 4 случая хаотичной трещиноватости.

Количественная оценка представлена на рисунке 7, где показаны усредненные уровни значимости p по каждому из 5 тестовых статистик при параметре экспоненциального распределения диаметров трещин $\lambda = 1,5; 1,75; 2,0; 2,5; 3$.

Кроме того, проводилась проверка соответствия натурным данным отношения показателей P_{20} и P_{10} . На рисунке 8 представлены данные о P_{10} и P_{20} по точкам наблюдения в сгенерированных численных моделях при различных заданных $P_{20} = 4 \text{ тр./м}^2, 7,9 \text{ тр./м}^2$ и 12 тр./м^2 , и различных параметрах экспоненциального распределения $\lambda = 1,5; 1,75; 2,0; 2,5; 3$.

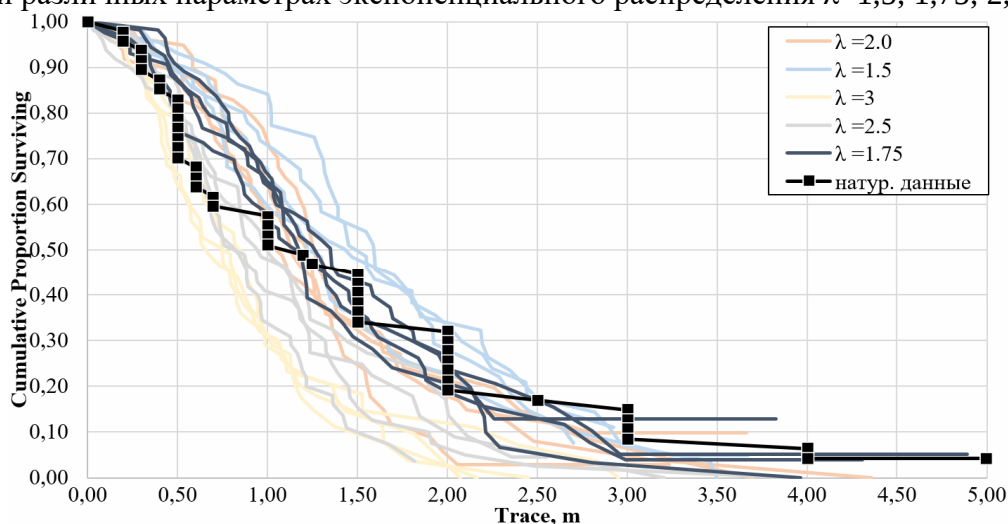


Рис. 6. Кумулятивная функция выживаемости следов трещин, измеренных вдоль линий сканирования

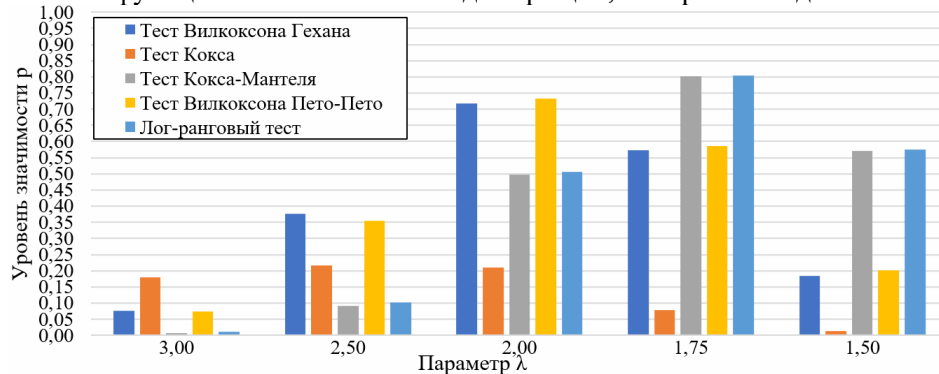


Рис. 7. Уровень значимости p в зависимости от показателя λ

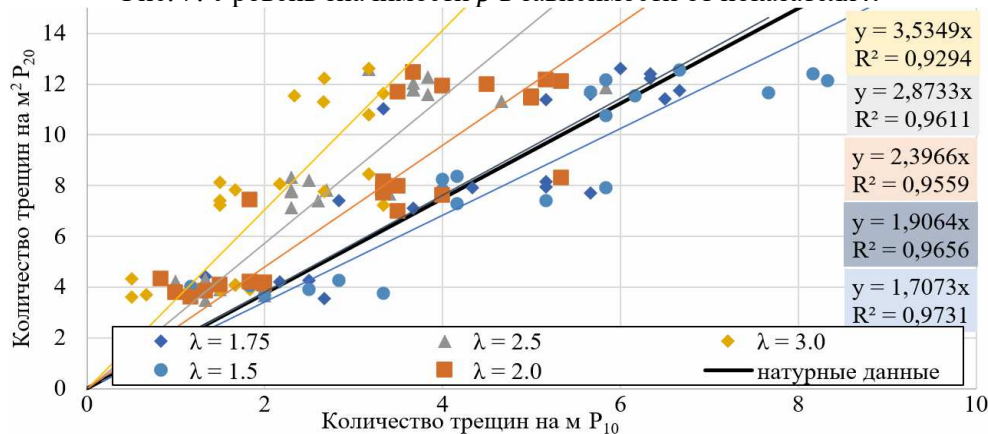


Рис. 8. График зависимости количества трещин на единицу площади от количества трещин на единицу длины поверхности обнажения

После определения наиболее подходящего параметра распределения диаметров трещин $\lambda = 1,75$ при помощи анализа выживаемости для $\lambda = 1,75$ были проверены распределения следов трещин вдоль линии сканирования с натурными данными при показателях $P_{20} = 4 \text{ тр./м}^2$ и 12 тр./м^2 . Результаты приведены на рисунке 9.

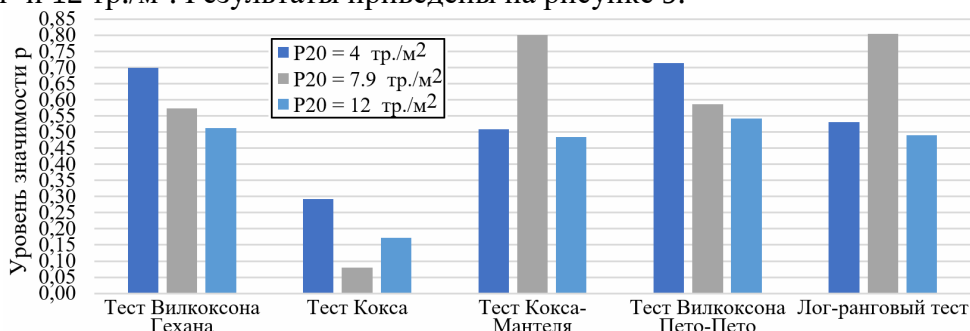


Рис. 9. Уровень значимости p при показателе $\lambda = 1,75 \text{ тр./м}^2$ в зависимости от показателя P_{20}

Обсуждение результатов

Наилучшее соответствие по отношению показателей P_{20}/P_{10} показали экспоненциальные распределения с показателями $\lambda_s = 1,5$ и $\lambda_s = 1,75$, а по уровню значимости p наилучшее соответствие показали распределения с показателями $\lambda_s = 1,75$ и $\lambda_s = 2$.

Таким образом, параметр экспоненциального распределения диаметров трещин λ_s , при котором обеспечивается наибольшее соответствие натурных данных сгенерированным, с учетом соблюдения соотношения между P_{10} и P_{20} , равен $1,75$.

Далее описание результатов будет проводиться по показателям μ_i – средним значениям i -ых распределений.

На рисунке 10 показаны средние значения диаметров трещин μ_s , определенных по параметрам распределений следов трещин в массиве μ_L и μ_{gL} .

На рисунке 11 показано, как меняются коэффициенты вариации среднего значения показателя μ_L и μ_{gL} , измеренные на обнажении (с модели), и μ_L , рассчитанный по стереологическим зависимостям (8) и (10) при изменении площадной плотности следов трещин P_{20} .

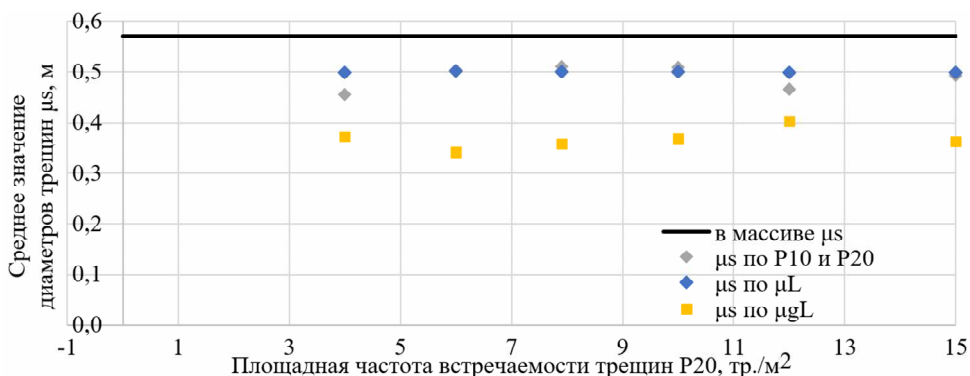


Рис. 10. Среднее значение диаметров трещин, рассчитанное по показателям μ_L , μ_{gL} , P_{20} и P_{10}

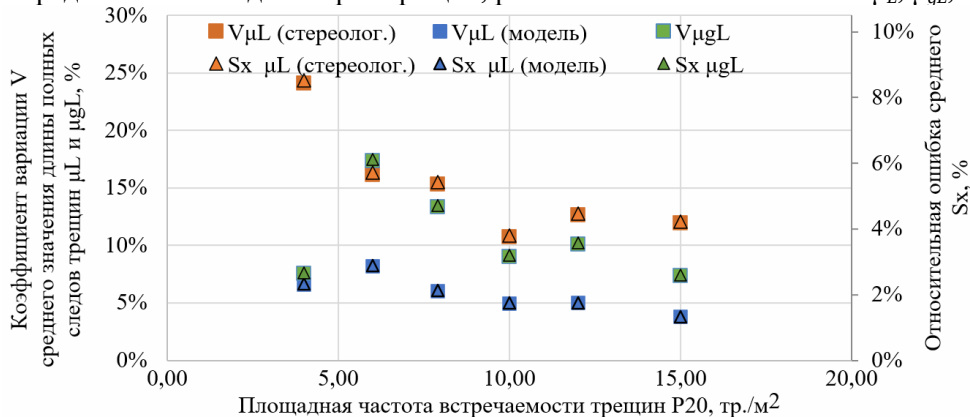


Рис. 11. Коэффициент вариации и относительная ошибка среднего следов трещин

Выводы

Ниже при формулировке выводов используются следующие обозначения параметров статистических распределений:

μ_s – среднее значение диаметров трещин, соответствующий параметр экспоненциального распределения – λ_s ;

μ_L – среднее значение полных следов диаметров трещин на обнажении, соответствующий параметр экспоненциального распределения – λ_L ;

μ_{gL} – среднее значение следов диаметров трещин, измеренных вдоль линии сканирования на обнажении, соответствующий параметр экспоненциального распределения – λ_{gL} ;

В результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1) при оценке параметра μ_s по стереологическим зависимостям (8) и (9) по параметру μ_{gL} происходит переоценка доли коротких длин следов трещин, то есть завышение показателя λ_s экспоненциального распределения диаметров трещин, в случае хаотичной трещиноватости;

2) анализ выживаемости для двух групп данных в совокупности с моделями DFN может применяться для определения параметров и вида распределения диаметров трещин;

3) вид эмпирического распределения следов трещин, зафиксированных на обнажениях, не всегда соответствует виду статистического распределения диаметров трещин;

4) в случае хаотичной трещиноватости при определении параметра μ_s :

– по значениям площадной и линейной частоты встречаемости трещин P_{10} и P_{20} стереологические зависимости (10) и (8) дают заниженные значения на 10-20% от параметра μ_s ;

– по замеренным μ_L стереологическая зависимость (8) дает заниженные значения на 12-13% от параметра μ_s ;

– по замеренным μ_{gL} стереологические зависимости (9) и (8) дают заниженные значения на 39-40% от параметра μ_s ;

5) коэффициент вариации и относительная ошибка среднего при определении показателя μ_s :

– по показателям P_{20} и P_{10} , то есть по стереологическим зависимостям (10) и (8), составляют 11-24% и до 9% соответственно;

– по замеренным μ_L , то есть по стереологической зависимости (8), составляют 3-8% и до 3% соответственно;

– по замеренным μ_{gL} , то есть по стереологическим зависимостям (9) и (8), составляют 7-17% и до 6% соответственно;

6) С увеличением площадной частоты встречаемости трещин коэффициент вариации и относительная ошибка средних показателей μ_L , μ_{gL} и μ_s уменьшаются.

7) в первом приближении для определения показателя μ_s следует использовать: P_{20} и P_{10} , μ_L , так как они дают меньшую ошибку от μ_s в массиве, чем показатель μ_{gL} .

Заключение

В данной статье описан комплексный подход, предназначенный для определения параметров распределения диаметров трещин на основании данных о следах трещин. Данный подход учитывает эффекты цензурирования следов трещин, обусловленные размерами исследуемой области массива. Преимущество данного подхода состоит в том, что следы трещин могут не соответствовать ни одному виду статистического распределения, что можно часто наблюдать на практике. Для применения подхода необходимо сделать предположение о виде распределения диаметров трещин исходя из имеющихся данных. Анализ выживаемости и модель дискретной системы трещин используются для итерационного подбора наиболее вероятных параметров распределения диаметров трещин. В данном исследовании подход описан на конкретном примере набора данных о следах трещин, отобранных с точек наблюдения на алмазоносном месторождении. Также в работе с помощью модели DFN сравнивается средний диаметр трещин в массиве со значениями средних диаметров, рассчитанных по стереологическим зависимостям исходя из данных о следах трещин. Были

сделаны выводы о точности определения средних значений следов трещин, а именно о коэффициенте вариации и относительной ошибке среднего, в зависимости от способа сбора данных о следах трещин, от объема данных и площадной частоте встречаемости трещин.

Список литературы

1. Soni A., Monsalve J., Bishop R., Ripepi N., Baggett J. Estimating Strength of Pillars with Karst Voids in a Room-and-Pillar Limestone Mine // *Mining Metallurgy & Exploration*. 2022, vol. 39, pp. 1073-1086. doi.org/10.1007/s42461-022-00594-0.
2. Багаутдинов И.И., Локтюкова О.Ю., Шабаров А.Н. Горные удары и их связь с геолого-структурными особенностями массива // *Горный журнал*. – 2025. – №3. – С. 53-60. – DOI: 10.17580/gzh.2025.03.08.
3. Шабаров А.Н., Андреев А.А. Геомеханическое обоснование размеров целиков между разгрузочными скважинами при разработке удароопасных месторождений // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. – 2025 – №12-2. – С. 180-193. – doi.org/10.25018/0236_1493_2025_122_0_180.
4. Wang M., Cai M., Simulation of time-dependent response of jointed rock masses using the 3D DEM-DFN modeling approach, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2025, vol. 188, p. 106062. doi.org/10.1016/j.ijrmms.2025.106062.
5. Багаутдинов И.И., Зуев Б.Ю., Стрешнев А.А. Оценка эффективности бурения разгрузочных скважин для приведения выработок в неудароопасное состояние методами численного и физического моделирования // *Горный журнал*. – 2023. – №5. – С. 33-39. – DOI: 10.17580/gzh.2023.05.05.
6. Андреев А.А., Вильнер М.А., Марысюк В.П., Шиленко С.Ю. Обоснование размеров недозакладываемых пустот при камерной системе разработки // *Горный журнал*. – 2022. – №10. – С. 22-27. – doi.org/10.17580/gzh.2022.10.03.
7. Xiao K., Zhang R., Hou Zh., Zhang Zh., Zhang Z., Zhang A., Xie J., Lou Ch., Yang Z. A new equivalent constitutive relationship of rock mass containing complex random fractures: Insights from anisotropy analysis // *Rock Mechanics Bulletin*. 2026, p. 100329. doi.org/10.1016/j.rockmb.2026.100329.
8. Liu F., Wang L., Li X., Zhang Y. Characterizing the anisotropic mechanical behavior and failure of synthetic rock mass under true triaxial compression using a DEM-DFN model // *Computational Particle Mechanics*. 2026, vol. 13, pp. 1-22. doi.org/10.1016/j.cpm.2025.11.001.
9. Wang W., Jiang L., Wen Zh., Zhao Y., Gao M., Yang X. Dominant fracture size and equivalent DFN modeling for coal-rock mass: A discrete element study based on CT scanning // *Green and Smart Mining Engineering*. 2026, vol. 3, iss. 1, pp. 65-78. doi.org/10.1016/j.gsme.2025.11.002.
10. Zhan J., Eberhardt E., Han X., Pang Y., Chen J. Robust estimation of fracture trace length distributions derived from underground mapping and long narrow sampling windows // *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2022, vol. 128, p. 104630. doi.org/10.1016/j.tust.2022.104630.
11. Munier R. Statistical analysis of fracture data, adapted for modelling Discrete Fracture Networks-Version 2. SKB Rapport R-04-66, 2004. – 55 p.
12. Priest S.D. *Discontinuity Analysis for Rock Engineering* – M.: Springer Dordrecht, 2012. – 473 p. – doi.org/10.1007/978-94-011-1498-1.
13. Серебряков Е.В., Гладков А.С. Геолого-структурная характеристика массива глубоких горизонтов месторождения Трубка «Удачная» // *Записки Горного института*. – 2021. – Т. 250. – С. 512-525. – doi.org/10.31897/PMI.2021.4.4.
14. Kennedy A.D., Gehan, E.A. Computerized simple regression methods for survival time studies // *Computer Programs in Biomedicine*. 1971, no. 1, pp. 235-244.
15. Gehan E.A., Siddiqui M.M. Simple Regression Methods for Survival Time Studies // *Journal of the American Statistical Association*. 1973, vol. 68(344), pp. 848-856. doi.org/10.1080/01621459.1973.10481435.
16. Боровиков В. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере: Для профессионалов. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2003. – 688 с.
- 17-21. См. *References*.

References

1. Soni A., Monsalve J., Bishop R., Ripepi N., Baggett J. Estimating Strength of Pillars with Karst Voids in a Room-and-Pillar Limestone Mine // *Mining Metallurgy & Exploration*. 2022, vol. 39, pp. 1073-1086. doi.org/10.1007/s42461-022-00594-0.
2. Bagautdinov I.I., Loktyukova O.Yu., Shabarov A.N. Rock bursts and correlation with geological structures in rock mass // *Gornyi Zhurnal*. 2025, no. 3, pp. 53-60. doi.org/10.17580/gzh.2025.03.08.
3. Shabarov A.N., Andreev A.A. Geomechanical substantiation of pillar dimensions between unloading boreholes during the development of rockburst-hazardous deposits // *Mining information and analytical bulletin*. 2025, no. 12-2, pp. 180-193. doi.org/10.25018/0236_1493_2025_122_0_180.
4. Wang M., Cai M., Simulation of time-dependent response of jointed rock masses using the 3D DEM-DFN modeling approach, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2025, vol. 188, p. 106062. doi.org/10.1016/j.ijrmms.2025.106062.

5. Bagautdinov I.I., Zuev B.Yu., Streshnev A.A. Efficiency evaluation of destressing drilling by numerical and physical modeling toward rockburst nonhazardous conditions in mines // Gornyi Zhurnal. 2023, no. 5, pp. 33-39. doi.org/10.17580/gzh.2023.05.05.
6. Marysyuk V.P., Shilenko S.Yu., Andreev A.A., Vilner M. A. Justification of the size of underdeveloped voids in the chamber mining system // Gornyi Zhurnal. 2022, no. 10, pp. 22-27. doi.org/10.17580/gzh.2022.10.03.
7. Xiao K., Zhang R., Hou Zh., Zhang Zh., Zhang Z., Zhang A., Xie J., Lou Ch., Yang Z. A new equivalent constitutive relationship of rock mass containing complex random fractures: Insights from anisotropy analysis // Rock Mechanics Bulletin. 2026, p. 100329. doi.org/10.1016/j.rockmb.2026.100329.
8. Liu F., Wang L., Li X., Zhang Y. Characterizing the anisotropic mechanical behavior and failure of synthetic rock mass under true triaxial compression using a DEM-DFN model // Computational Particle Mechanics. 2026, vol. 13, pp. 1-22. doi.org/10.1016/j.cpm.2025.11.001.
9. Wang W., Jiang L., Wen Zh., Zhao Y., Gao M., Yang X. Dominant fracture size and equivalent DFN modeling for coal-rock mass: A discrete element study based on CT scanning // Green and Smart Mining Engineering. 2026, vol. 3, iss. 1, pp. 65-78. doi.org/10.1016/j.gsme.2025.11.002.
10. Zhan J., Eberhardt E., Han X., Pang Y., Chen J. Robust estimation of fracture trace length distributions derived from underground mapping and long narrow sampling windows // Tunnelling and Underground Space Technology. 2022, vol. 128, p. 104630. doi.org/10.1016/j.tust.2022.104630.
11. Munier R. Statistical analysis of fracture data, adapted for modelling Discrete Fracture Networks-Version 2. SKB Rapport R-04-66, 2004. – 55 p.
12. Priest S.D. Discontinuity Analysis for Rock Engineering – M.: Springer Dordrecht, 2012. – 473 p. – doi.org/10.1007/978-94-011-1498-1.
13. Serebryakov E.V., Gladkov A.S. Geological and structural characteristics of deep-level rock mass of the Udachnaya pipe deposit // Journal of Mining Institute. 2021, vol. 250, pp. 512-525. doi.org/10.31897/PMI.2021.4.4.
14. Kennedy A.D., Gehan, E.A. Computerized simple regression methods for survival time studies // Computer Programs in Biomedicine. 1971, no. 1, pp. 235-244.
15. Gehan E.A., Siddiqui M.M. Simple Regression Methods for Survival Time Studies // Journal of the American Statistical Association. 1973, vol. 68(344), pp. 848-856. doi.org/10.1080/01621459.1973.10481435.
16. Borovikov V. STATISTICA. The art of data analysis on a computer: For professionals. – 2nd ed. – SPb.: Piter, 2003. – 688 p.
17. Gehan E.A. A generalized Wilcoxon test for comparing arbitrarily singly-censored samples // Biometrika. 1965, vol. 52, pp. 203-224. doi.org/10.1093/biomet/52.1-2.203.
18. Box G.E.P., Cox D.R. An analysis of transformations // Journal of the Royal Statistical Society. 1964, no. 26, pp. 211-252.
19. Prentice R.L. Introduction to Cox (1972) Regression Models and Life-Tables // Breakthroughs in Statistics. Springer Series in Statistics. Springer, New York, NY, 1992, pp. 519-526. doi.org/10.1007/978-1-4612-4380-9_36.
20. Peto R., Peto J. Asymptotically efficient rank invariant test procedures // Journal of the Royal Statistical Society. 1972, vol. 135, no. 2, pp. 185-207. doi.org/10.2307/2344317.
21. Benedetti G., Casiraghi S., Bertacchi D., Bistacchi A. Unbiased statistical length analysis of linear features: Adapting survival analysis to geological applications // Solid Earth. 2025, vol. 16, pp. 367-390. doi.org/10.5194/se-16-367-2025.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Веселова Анастасия Владимировна – аспирант	Veselova Anastasia Vladimirovna – postgraduate student
Протосеня Анатолий Григорьевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой СГПИП	Protosenya Anatoly Grigorievich – doctor of technical sciences, professor, head of the Department of CME&US
s225061@stud.spmi.ru	

Получена 19.05.2026