

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Богачева С.Ю.

*Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина
(Технологии. Дизайн. Искусство), Москва*

Ключевые слова: пространственный механизм, манипулятор параллельной структуры, кинематическая цепь, выходное звено, подвижная платформа, задача положений, точность.

Аннотация. В исследовании ставятся задачи структурного и кинематического анализа. Механизмы параллельной структуры – это механизмы, содержащие основание и выходное звено, связанные между двумя и более кинематическими цепями. На подвижном выходном звене располагается рабочий орган манипулятора – схват. Эти механизмы находят применение в промышленных устройствах. Повышенные показатели жесткости и точности определяют использование данных манипуляторов в различных областях промышленности, медицине и других сферах, где требуется надежность, динамическая и позиционная точность и качество работы. Исследования механизмов строятся на общих методах теории механизмов и машин, теоретической механики, теории управления. В настоящее время методы исследования параллельных механизмов включают численные, аналитические и геометрические методы. Рассматривается модернизированный пространственный механизм параллельной структуры с шестью степенями свободы. Выходное звено с рабочим органом соединено с приводами посредством трех кинематических цепей, движение которых можно реализовать разными способами для требуемого управления рабочим органом. Для определения точности позиционирования механизма выполнен его структурный анализ и решена прямая задачи кинематики. Практическая значимость заключается в использовании полученных аналитических зависимостей для управления выходным звеном, уточненной оценки точности позиционирования пространственного манипулятора.

INVESTIGATION OF THE SPATIAL MECHANISM OF PARALLEL STRUCTURE

Bogacheva S.Yu.

Kosygin State University of Russia (Technologies. Design. Art), Moscow

Keywords: spatial mechanism, parallel structure manipulator, kinematic chain, output link, movable platform, position task, accuracy.

Abstract. This study focuses on structural and kinematic analysis. Parallel mechanisms consist of a fixed base and a moving platform interconnected by two or more kinematic chains. The manipulator's end-effector – a gripper – is mounted on the moving platform. These mechanisms are employed in industrial equipment. Their enhanced stiffness and accuracy make them suitable for applications across diverse industrial sectors, medical fields, and other domains requiring reliability, dynamic and positional accuracy, and high operational performance. Research on such mechanisms is grounded in the general methodologies of the Theory of Mechanisms and Machines, theoretical mechanics, and control theory. Current research approaches for parallel mechanisms encompass numerical, analytical, and geometric methods. This paper examines a modified spatial parallel mechanism with six degrees of freedom. The moving platform, equipped with the end-effector, is connected to the actuators via three kinematic chains; the actuation of these chains can be configured in various ways to achieve the desired control of the end-effector. To assess the mechanism's positioning accuracy, structural analysis was conducted and the forward kinematics problem was solved. The practical significance of this work lies in utilizing the derived analytical relationships for controlling the moving platform and for obtaining a refined assessment of the spatial manipulator's positioning accuracy.

Введение

Механизмы параллельной структуры представляют собой тип механических систем, в которых взаимодействующие звенья соединены таким образом, что их движение связано совместно, а не последовательно [1, 2]. Такие устройства по сравнению с традиционными механизмами характеризуются гораздо лучшими динамическими характеристиками и более высокой точностью [3, 4]. Кинематическая точность позиционирования манипуляторов влияет на качество продукции, безопасность и эффективность производства, играет важную роль в повышении конкурентоспособности и инновациях в различных отраслях.

Параллельная структура позволяет обеспечить более точное движение исполнительных органов. Это существенно улучшает показатели позиционирования конечного устройства относительно рабочей зоны, позволяя достигать большей повторяемости движений и меньшей погрешности позиционирования.

Рассмотрим механизм параллельной структуры [5]. Конструктивно устройство включает неподвижное основание, три кинематические цепи и выходное звено с рабочим органом (рис. 1). Выходное звено, соединенное с тремя цепями при помощи шарниров карданного типа, которые позволяют передавать вращательное движение между звеньями при значительном угловом перекосе.

Манипулятор сконструирован на основе трех параллельных кинематических цепей. Каждая цепь оборудована двумя линейными двигателями, обеспечивающими поступательное движение. Передача усилий к рабочему органу выполняется посредством вспомогательных вращательных шарнирных соединений. Возможен сдвиг звеньев цепи – параллельные приводы будут перемещаться только поступательно вдоль своих направляющих при постоянной разности обобщенных координат. Перемещение и вращательное движение звеньев кинематической

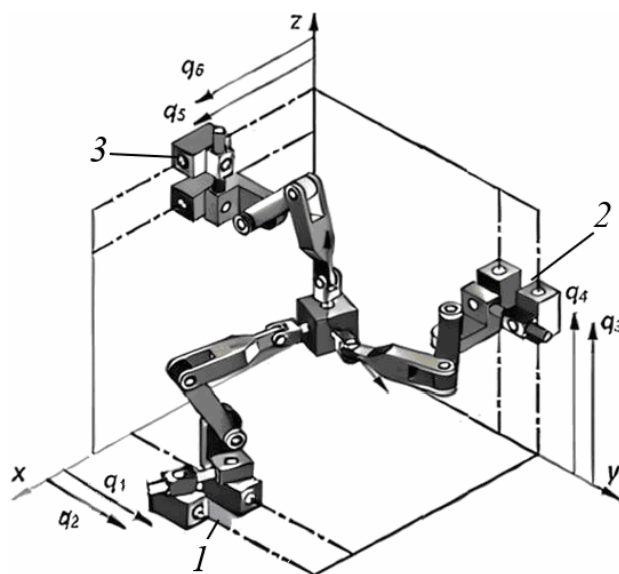


Рис. 1. Механизм с 6 степенями свободы: q_1, q_2 – обобщенные координаты кинематической цепи 1; q_3, q_4 – обобщенные координаты кинематической цепи 2; q_5, q_6 – обобщенные координаты кинематической цепи 3

цепи вокруг привода, расположенного на внутренней направляющей, реализуется при относительном движении пары параллельных приводов с различными скоростями. В этом случае, внутренний привод выступает в качестве пассивного.

В работе предложена замена карданных шарниров на сферические, что облегчит реализацию сложных пространственных перемещений, улучшит ориентацию звена при движении приводов, расширяя спектр применения механизма.

Методы исследований. В работе применялись методы теории механизмов и машин и теоретической механики, матричное исчисление, аппарат векторной алгебры, аналитической геометрии, тригонометрии. Для определения точности позиционирования механизма необходимо выполнить структурный и кинематический анализ. Отношения перемещений можно получить матричным методом преобразования координат, планом малых перемещений или посредством силового анализа.

Результаты. На первом этапе исследования определено число степеней свободы механизма, соответствующее количеству возможных перемещений. Определены возможные линейные и угловые перемещения. При перемещении приводов каждой кинематической цепи точки выходного звена G_1, G_2, G_3 перемещаются вдоль соответствующих осей x, y и z неподвижной системы координат, связанной с основанием, и вращаются вокруг этих осей. Выходная платформа с рабочим органом может перемещаться по всем осям x, y, z и вращаться вокруг трех этих осей, то есть механизм имеет шесть степеней свободы. Для расчета числа степеней свободы по формуле Сомова – Малышева нужно составить эквивалентный механизм, т.к. в исследуемом механизме имеются избыточные связи [6].

Прямая задача кинематики заключается в том, что при известных координатах приводов производят вычисление координат центра подвижной платформы в неподвижной системе координат. Только при точном управлении приводами может быть гарантирована точность управления движением подвижной платформы с центром $O(x_0, y_0, z_0)$.

Обратная задача кинематики заключается в определении положения приводов от заданного положения платформы и точки $O(x_0, y_0, z_0)$ [7, 8].

Для решения задач кинематики необходимо задать обобщенные координаты механической системы – перемещение приводов $q_i = (q_1, \dots, q_6)$ и составить систему уравнений вида:

$$q_i = f(x_0, y_0, z_0, \alpha, \beta, \gamma),$$

где i – число уравнений, $i = 1, \dots, 6$; x_0, y_0, z_0 – координаты центра подвижной системы относительно неподвижной системы координат; α, β, γ – углы поворота подвижной системы координат относительно осей x, y, z неподвижной системы координат.

Кинематическая цепь 1 содержит приводы q_1, q_2 , направляющие которых параллельны оси Oy . Кинематическая цепь 2 – приводы q_3, q_4 , направляющие которых параллельны оси Oz . Цепь 3 содержит приводы q_5, q_6 , направляющие которых параллельны оси Ox .

Матрица поворота платформы имеет вид

$$R_{nl} = R_x(\gamma) \cdot R_y(\beta) \cdot R_z(\alpha);$$

$$R_{nl} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha & -\cos \beta \sin \alpha & \sin \beta \\ \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha + \cos \gamma \sin \alpha & -\sin \gamma \sin \beta \sin \alpha + \cos \gamma \cos \alpha & -\sin \gamma \cos \beta \\ -\cos \gamma \sin \beta \cos \alpha + \sin \gamma \sin \alpha & \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha + \sin \gamma \cos \alpha & \cos \gamma \cos \beta \end{bmatrix},$$

где α, β, γ – углы ориентации платформы.

Ориентацию относительно осей координат платформы отражают соответствующие столбцы.

Далее определим матрицу преобразования R для каждой цепи [9]. Для кинематической цепи 1 имеем

$$R_{y1} = R_z(\varphi_1) \cdot R_y(\theta_1);$$

$$R_{y1} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \theta_1 & -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \sin \theta_1 \\ \sin \varphi_1 \cos \theta_1 & \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 \sin \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{bmatrix},$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – углы наклона проекций цепей к осям координат; $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ – углы поворота цепей вокруг неподвижных осей координат.

Вектор перемещения привода цепи 1

$$\vec{p}_1(q_1) = \begin{bmatrix} L - h \\ q_1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

где L – расстояние от центра неподвижной системы координат до направляющих внешних приводов механизма; $(L - h)$ – расстояние от точки O начала неподвижной системы до направляющих внутренних приводов; h – расстояние между параллельными направляющими приводами, одинаковы по плоскостям.

Для кинематической цепи 2 имеем

$$R_{y2} = R_x(\varphi_2) \cdot R_z(\theta_2);$$

$$R_{y2} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 \\ \cos \varphi_2 \sin \theta_2 & \cos \varphi_2 \cos \theta_2 & -\sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \sin \theta_2 & \sin \varphi_2 \cos \theta_2 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix}.$$

Вектор перемещения привода кинематической цепи 2

$$\vec{p}_2(q_3) = \begin{bmatrix} 0 \\ L - h \\ q_3 \end{bmatrix}.$$

Для кинематической цепи 3 имеем

$$R_{y3} = R_y(\varphi_3) \cdot R_z(\theta_3);$$

$$R_{y3} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 \cos \theta_3 & -\cos \varphi_3 \sin \theta_3 & \sin \varphi_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ -\sin \varphi_3 \cos \theta_3 & \sin \varphi_3 \sin \theta_3 & \cos \varphi_3 \end{bmatrix}.$$

Вектор перемещения привода

$$\vec{p}_3(q_5) = \begin{bmatrix} q_5 \\ 0 \\ L - h \end{bmatrix}.$$

Первый столбец кинематической цепи 1 приравниваем к столбцу оси x платформы. Второй столбец кинематической цепи 2 приравниваем к столбцу 2 оси y платформы. Третий столбец кинематической цепи 3 приравниваем к соответствующему столбцу платформы.

Для кинематической цепи 1 имеем:

$$\begin{bmatrix} -\cos \beta \sin \alpha \\ -\sin \gamma \sin \beta \sin \alpha + \cos \gamma \cos \alpha \\ \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha + \sin \gamma \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 \\ \cos \varphi_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для цепи 2:

$$\begin{bmatrix} \sin \beta \\ -\sin \gamma \cos \beta \\ \cos \gamma \cos \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \\ -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{bmatrix}.$$

Для цепи 3:

$$\begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha + \cos \gamma \sin \alpha \\ -\cos \gamma \sin \beta \cos \alpha + \sin \gamma \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 \\ -\sin \varphi_3 \cos \theta_3 \end{bmatrix}.$$

Учтем выражения углов наклона цепей

$$\varphi_1 = \arctg((q_2 - q_1)/h);$$

$$\varphi_2 = \arctg((q_4 - q_3)/h);$$

$$\varphi_3 = \arctg((q_6 - q_5)/h).$$

Для шести приводов механизма имеем геометрические соотношения:

$$q_1 = x_0 + (L - h - y_0) \operatorname{tg} \varphi_1; \quad q_2 = x_0 + (L - y_0) \operatorname{tg} \varphi_1;$$

$$q_3 = y_0 + (L - h - z_0) \operatorname{tg} \varphi_2; \quad q_4 = y_0 + (L - z_0) \operatorname{tg} \varphi_2;$$

$$q_5 = z_0 + (L - h - x_0) \operatorname{tg} \varphi_3; \quad q_6 = z_0 + (L - x_0) \operatorname{tg} \varphi_3.$$

Решим эту систему уравнений относительно центра подвижной платформы с рабочим органом x_0, y_0, z_0 – прямую задачу кинематики.

Имеем решение в виде следующих шести зависимостей

$$x_0 = \frac{(q_2 - L \operatorname{tg} \varphi_1) + \operatorname{tg} \varphi_1 (q_4 - L \operatorname{tg} \varphi_2) + \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 (q_6 - L \operatorname{tg} \varphi_3)}{1 - \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_3};$$

$$y_0 = \frac{(q_4 - L \operatorname{tg} \varphi_2) + \operatorname{tg} \varphi_2 (q_6 - L \operatorname{tg} \varphi_3) + \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_3 (q_2 - L \operatorname{tg} \varphi_1)}{1 - \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_3};$$

$$z_0 = \frac{(q_6 - L \operatorname{tg} \varphi_3) + \operatorname{tg} \varphi_3 (q_2 - L \operatorname{tg} \varphi_2) + \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_3 (q_4 - L \operatorname{tg} \varphi_2)}{1 - \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_3}.$$

Решение существует при отсутствии сингулярности [10] механизма, при $\operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{tg} \varphi_3 = 1$.

В отличие от механизма [5] с универсальными шарнирами, использование сферических шарниров изменяет геометрические ограничения в механизме. Запишем систему шести уравнений связей координат вида

$$F_i(\alpha, \beta, \gamma) = (\vec{G}_i - \vec{A}_i)^2 - l_i^2 = 0,$$

где A_i – координаты положения привода; l_i – общая длина цепи; $i = 1, \dots, 6$.

Имеем

$$F_1 = (x_{G_1} - x_{A_1})^2 + (y_{G_1} - y_{A_1})^2 + (z_{G_1} - z_{A_1})^2 - l_1^2;$$

$$F_2 = (x_{G_2} - x_{A_2})^2 + (y_{G_2} - y_{A_2})^2 + (z_{G_2} - z_{A_2})^2 - l_2^2;$$

$$F_3 = (x_{G_2} - x_{A_3})^2 + (y_{G_2} - y_{A_3})^2 + (z_{G_2} - z_{A_3})^2 - l_3^2;$$

$$F_4 = (x_{G_1} - x_{G_2})^2 + (y_{G_1} - y_{G_2})^2 + (z_{G_1} - z_{G_2})^2 - a^2;$$

$$F_5 = (x_{G_2} - x_{G_3})^2 + (y_{G_2} - y_{G_3})^2 + (z_{G_2} - z_{G_3})^2 - a^2;$$

$$F_6 = (x_{G_1} - x_{G_3})^2 + (y_{G_1} - y_{G_3})^2 + (z_{G_1} - z_{G_3})^2 - a^2;$$

где a – расстояние между соответствующими сферическими шарнирами на подвижной платформе.

Положение точки G_i определяется как

$$G_i = R_{пл} \cdot G_{иннов} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix},$$

где $G_{иннов}$ – координаты сферических в подвижной системе координат платформы.

Система нелинейных уравнений – совокупность уравнений, содержащих переменные x_0 , y_0 , z_0 , координаты расположения шести приводов q_1 , q_2 , q_3 , q_4 , q_5 , q_6 и конструктивные параметры механизма.

Используя зависимости переменных, определяем координаты положения центра x_0 , y_0 , z_0 и углы ориентации α , β , γ подвижной платформы механизма в пространстве.

Проверка состояла в числовом расчете.

При $L = 1,0$ м; $h = 0,1$ м и $q_1 = q_3 = q_5 = 0,75$ м; $q_2 = q_4 = q_6 = 0,80$ м получены углы наклона цепей $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 26,5^\circ$.

Положение центра платформы определилось как $x_0 = 0,59$ м, $y_0 = 0,63$ м, $z_0 = 0,59$ м. Углы ориентации подвижной платформы $\alpha \approx \beta \approx \gamma \approx -73,4^\circ$.

Выводы. Выполнен структурный анализ, создана математическая база соотношений между входными и выходными параметрами механизма. Для управления выходным звеном [11, 12] можно использовать численное моделирование с помощью матричных методов решения.

Заключение. Полученные результаты исследований позволяют выполнить дальнейшие расчеты механизма, связанные с решением обратной задачи, с учетом матрицы преобразования R выходного звена, дальнейшего моделирования точности позиционирования предложенного механизма.

Практическая значимость заключается в возможности использования результатов решения для дальнейших расчетов механизма и решения задачи позиционирования модифицированного 6-степенного пространственного манипулятора с тремя цепями.

Список литературы

1. Исии Т., Симояма И., Иноуэ Х., Хиросэ М., Накадзима Н. Мехатроника; Перевод с яп. С.Л. Масленникова; Под ред. В.В. Василькова. – М.: Мир, 1988. – 318 с.
2. Журавлев А.С., Ефремов И.С., Богачева С.Ю. Преимущества применения механизмов параллельной структуры в промышленности // Национальная (с международным участием) молодежная научно-техническая конференция Молодые ученые – развитию Национальной технологической инициативы (ПОИСК). – Иваново: ИГПУ, 2025. – Т. 4, №1. – С. 939-941.

3. Murray R.M., Li Z., Sastry S.S. A Mathematical introduction to robotic manipulation. – CRC PressINC, 1994. – 456 p.
4. Додорин И.С., Черник А.В., Смирнов А.Н. Механизмы параллельной структуры в технологическом и специальном оборудовании // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. Технические науки. – 2011. – Т.1, №7. – С. 90-91.
5. Seward N., Bonev I.A. A new 6-DOF parallel robot with simple kinematic model // 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Hong Kong, China, 2014, pp. 4061-4066. DOI: 10.1109/ICRA.2014.6907449.
6. Хоружев, Н.А., Хейло, С.В., Степнов, Н.В. Структурный и кинематический анализ параллельного механизма с четырьмя степенями свободы // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2025. – №5. – С. 215-222.
7. Гарин О.А. Разработка и исследование механизмов с шестью степенями свободы, имеющих ортогонально расположенные пары двигателей с попарно параллельными осями: Дисс. ... канд. техн. наук. – Москва, 2023. – 122 с.
8. Лысогорский А.Е. Разработка манипуляционного механизма параллельной структуры для поступательных и вращательных движений в системе технологического транспорта текстильного предприятия: Дисс. ... канд. техн. наук. – Москва, 2014. – 124 с.
9. Носова Н.Ю., Глазунов В.А. Глава 3. Синтез, анализ и управление механизмами с тремя кинематическими цепями для аддитивных технологий // Новые механизмы в современной робототехнике. – М.: Техносфера, 2018. – С. 89-120.
10. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 624 с.
11. Чжу Лянлян. Разработка методики точного позиционирования исполнительных органов роботов с параллельной структурой: Дисс. ... канд. техн. наук. – Москва, 2024. – 169 с.
12. Журавлев А.С., Богачева С.Ю. Кинематический анализ плоского механизма // Современные проблемы теории машин. – 2025. – №19. – С. 21-24. – doi.org/10.26160/2307-342X-2025-19-21-24.

References

1. Ishii T., Shimoyama I., Inoue H., Hirose M., Nakajima N. Mechatronics; Translated from Japanese by S.L. Maslennikov; Edited by V.V. Vasilkov. – M.: World, 1988. – 318 p.
2. Zhuravlev A.S., Efremov I.S., Bogacheva S.Yu. Advantages of using parallel structure mechanisms in industry // National (with international participation) Youth Scientific and Technical Conference Young Scientists for the Development of the National Technological Initiative (SEARCH). – Ivanovo: ISPU, 2025. – Vol. 4, no. 1. – P. 939-941.
3. Murray R.M., Li Z., Sastry S.S. A Mathematical introduction to robotic manipulation. – CRC PressINC, 1994. – 456 p.
4. Dodorin I.S., Chernik A.V., Smirnov A.N. Parallel structure mechanisms in technological and special equipment // Current problems of aviation and astronautics. Technical Sciences. 2011, vol. 1, no. 7, pp. 90-91.
5. Seward N., Bonev I.A. A new 6-DOF parallel robot with simple kinematic model // 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Hong Kong, China, 2014, pp. 4061-4066. DOI: 10.1109/ICRA.2014.6907449.
6. Khoruzhev N.A., Heilo S.V., Stepnov N.V. Structural and kinematic analysis of a parallel mechanism with four degrees of freedom // News of Tula State University. Technical sciences. 2025, no. 5, pp. 215-222.
7. Garin O.A. Development and study of mechanisms with six degrees of freedom, having orthogonally located pairs of engines with pairwise parallel axes: Diss. ... cand. of tech. sc. – Moscow, 2023. –122 p.
8. Lysogorsky A.E. Development of a parallel structure manipulation mechanism for translational and rotational movements in the technological transport system of a textile enterprise: Diss. ... cand. of tech. sc. – Moscow, 2014. – 124 p.
9. Nosova N.Yu., Glazunov V.A. Chapter 3. Synthesis, analysis and control of three kinematic chain mechanisms for additive technologies // New mechanisms in modern robotics. – M.: Technosphere, 2018. – P. 89-120.
10. Fu K., Gonzalez R., Lee C. Robotics: Translation from English. – M.: World, 1989. – 620 p.
11. Zhu Liangliang. Development of a technique for precise positioning of actuators of robots with a parallel structure: Diss. ... cand. of tech. sc. – Moscow, 2024. – 169 p.
12. Zhuravlev A.S., Bogacheva S.Yu. Kinematic analysis of a flat mechanism // Modern problems of machine theory. 2025, no. 19, pp. 21-24. doi.org/10.26160/2307-342X-2025-19-21-24.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Богачева Светлана Юрьевна – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теоретической и прикладной механики sveta_bogacheva@mail.ru	Bogacheva Svetlana Yurievna – candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the Department of theoretical and applied mechanics
---	---

Получена 15.03.2026