

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СОЕДИНЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧЕК

Берков Н.А.¹, Архангельский А.И.², Горшунова Т.А.¹, Архангельская М.В.³

¹МИРЭА – Российский технологический университет, Москва;

²Московский политехнический университет, Москва;

³Российская академия народного хозяйства и государственной службы при президенте Российской Федерации, Москва

Ключевые слова: пересекающиеся оболочки, коническая оболочка, цилиндрическая оболочка, упругопластическое деформирование, напряжение, напряженное состояние, метод конечных элементов.

Аннотация. Рассмотрена методика исследования напряженно-деформированного состояния пересекающейся цилиндрической оболочки со вставкой в виде конической оболочки. Конструкции такого типа применяются в трубопроводных системах для транспортировки газообразных и жидких продуктов и в различных конструкциях энергетического машиностроения. Исследование проводилось с использованием метода конечного элемента в рамках теории тонких оболочек с использованием изопараметрических конечных элементов. В работе получены геометрические соотношения на линии соединения оболочек в различных системах координат. Выведены формулы для матриц перехода из локальных базисов оболочек к глобальному ортонормированному декартову базису, в котором хранятся координаты узловых точек конечно-элементной модели и их перемещения. Для расчета напряженно-деформированного состояния рассматриваемых конструкций, в авторскую специализированную программу SAIS, был разработан и внедрен блок сопряжения, который производит автоматическую генерацию конечно-элементной модели, состоящей из цилиндрического сосуда и присоединенному к нему патрубку конической формы. Верификация прикладной методики и вычислительной программы осуществлялась путём решения модельных задач по расчёту соединений цилиндрических и конической оболочек с нулевым углом конусности. Проведённое сопоставление расчётных результатов с экспериментальными данными подтвердило ожидаемую степень их соответствия.

RESEARCH OF THE STRESS-STRAIN STATE OF A CYLINDRICAL-CONICAL SHELL CONNECTION

Berkov N.A.¹, Arkhangelsky A.I.², Gorshunova T.A.¹, Arkhangelskaya M.V.³

¹MIREA – Russian Technological University, Moscow;

²Moscow Polytechnic University, Moscow;

³Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Moscow

Keywords: intersecting shells, conical shell, cylindrical shell, elastic-plastic deformation, stress, stress state, finite element method.

Abstract. This paper presents a methodology for studying the stress-strain state of an intersecting cylindrical shell with a conical shell insert. Structures of this type are used in pipeline systems for transporting gaseous and liquid products and in various power engineering applications. The study was conducted using the finite element method within the framework of thin-shell theory using isoparametric finite elements. In this paper, geometric relationships for the shell connection line were obtained in various coordinate systems. Formulas were derived for the transition matrices from local shell bases to a global orthonormal Cartesian basis, which stores the coordinates of the nodal points of the finite element model and their displacements. To calculate the stress-strain state of the structures under consideration, a coupling module was developed and implemented in the proprietary SAIS software. This module automatically generates a finite element model consisting of a cylindrical vessel and a conical nozzle attached to it. Verification of the applied methodology and computational program was carried out by solving model problems for calculating connections between cylindrical and conical shells with a zero cone angle. A comparison of the calculated results with experimental data confirmed the expected degree of their agreement.

Введение

Конструктивные соединения в виде патрубков или штуцеров на обечайках и днищах сосудов и аппаратов, работающих под давлением, относятся к категории ответственных

узлов. Задача определения напряжений в них является сложной. Для её решения в действующих нормах прочности (ГОСТ Р 52857.3-2007 «Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Укрепление отверстий в обечайках и днищах при внутреннем и внешнем давлениях»), а также в более жёстких нормах для атомных энергетических установок, (Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 525 с.), наряду с аналитическими методами расчёта допускается применение численных и экспериментальных методов.

Задачи деформирования пересекающихся цилиндрической и конической оболочек являются малоизученными. Известные публикации касаются в основном соединений типа «цилиндр-конус», в которых пересекающей оболочкой (меньшего диаметра) является цилиндрическая оболочка [1-5]. Что же касается соединений, где пересекающей является коническая оболочка, то авторам неизвестны опубликованные работы на эту тему. В то же время такие конструктивные узлы применяются на практике, например, в трубопроводах различного назначения, где магистральная труба имеет отводы в виде конических переходников. Поэтому рассматриваемая задача имеет практическую значимость.

1. Геометрия пересечения оболочек. Рассмотрим пересечение цилиндрической и конической оболочек, рис.1. При этом предполагаем, что радиус цилиндрической оболочки R больше или равен радиусу конической оболочки в зоне пересечения. Значение радиуса конической оболочки в зоне пересечения обозначим r_0 . Цилиндрическую оболочку будем называть основной оболочкой или трубой, а коническую оболочку – патрубком. Введем еще безразмерный параметр $q = r_0 / R$.

Для адекватного моделирования соединений пересекающихся оболочек предпочтительным является использование теории оболочек, в которой геометрические и статические соотношения записываются для точек срединной поверхности оболочки в системе криволинейных координат. Во-первых, такой подход позволяет точно представлять геометрию оболочечной конструкции; во-вторых, обеспечивает возможность правильного учета взаимосвязанной мембранной и изгибной деформаций оболочки, обусловленной кривизной поверхности. При таком моделировании соединения необходимо получить два вида геометрических зависимостей: 1) координатные соотношения для точек линии пересечения срединных поверхностей оболочек; 2) матрицу преобразований систем криволинейных координат на линии пересечения.

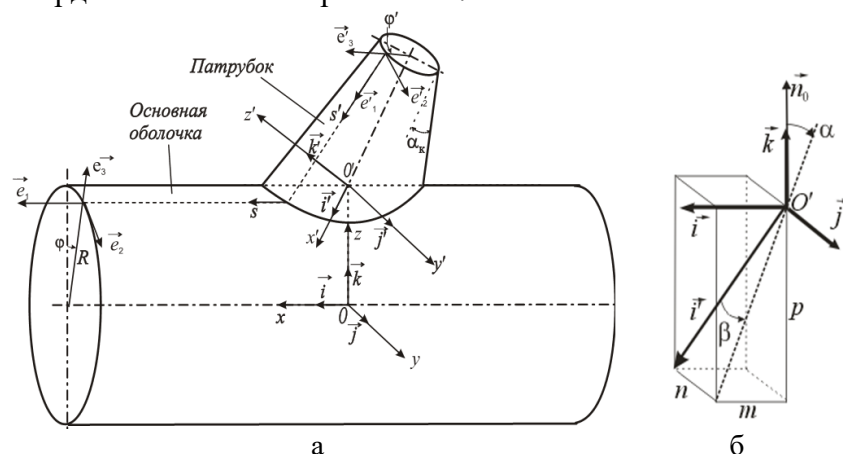


Рис. 1. Соединение пересекающихся оболочек

Для описания геометрии пересечения срединных поверхностей оболочек, введем две декартовы системы координат – основную систему координат $Oxyz$ с базисом $I = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ и вспомогательную систему координат $O'x'y'z'$ с базисом $I' = (\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$ (см. рис. 1, а). Направления координатных осей с ортами показано на рисунке 1, а, при этом системы координат являются правыми. Тогда плоскость Oxz – главная плоскость, а Oyz – поперечная плоскость соединения пересекающихся оболочек.

Матричное соотношение, связывающее координаты точек в системах $Oxyz$ и $O'x'y'z'$, имеет вид:

$$X = LX' + X_0, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad X' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}, \quad X_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$L = \begin{pmatrix} \vec{i} \cdot \vec{i}' & \vec{i} \cdot \vec{j}' & \vec{i} \cdot \vec{k}' \\ \vec{j} \cdot \vec{i}' & \vec{j} \cdot \vec{j}' & \vec{j} \cdot \vec{k}' \\ \vec{k} \cdot \vec{i}' & \vec{k} \cdot \vec{j}' & \vec{k} \cdot \vec{k}' \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где L – матрица перехода от базиса I к базису I' , $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $z_0 = R$ – координаты точки O' в основной системе координат (R – радиус срединной поверхности цилиндрической оболочки).

Геометрия срединной поверхности пересекающихся оболочек во введенной системе координат определяется радиусами срединной поверхности трубы (R) и патрубка (r_0), углом конусности α_k , а также положением единичного вектора $\vec{i}'(m; n; p)$ по отношению к базисной системе координат. Однако легко заметить, что для определения положения патрубка по отношению к трубе достаточно двух угловых параметров α и β . Положение патрубка по отношению к трубе в системе координат $Oxyz$ определяется так же, как и движение твердого тела с одной неподвижной точкой, тремя углами Эйлера. Поскольку патрубок является осесимметричной оболочкой, угол собственного вращения вокруг оси патрубка не изменяет геометрию конструкции, поэтому его можно не рассматривать. Таким образом, при помощи двух углов – угла прецессии и угла нутации – можно определить положение патрубка по отношению к трубе. Вместо этих углов введем два аналогичных угла: α – угол между вектором $\vec{i}'$ и поперечной плоскостью; β – угол между вектором $\vec{i}'$ и продольной плоскостью. Единичный вектор $\vec{i}'(m; n; p)$ в базисной системе координат определяется через углы α и β :

$$m = \cos \beta \cdot \cos \alpha; \quad n = -\sin \beta; \quad p = -\cos \beta \cdot \sin \alpha. \quad (3)$$

Из условия ортогональности векторов $\vec{i}'$, $\vec{j}'$, $\vec{k}'$ и расположения вектора $\vec{k}'$ в плоскости Oxz можно определить координаты векторов $\vec{k}'$ и $\vec{j}'$ в базисной системе координат:

$$\vec{k}' = -\bar{p}\vec{i} + \bar{m}\vec{k}, \quad \vec{j}' = -\bar{m} \cdot n\vec{i} + l\vec{j} - n \cdot \bar{p}\vec{k}$$

где $l = \sqrt{m^2 + p^2}$, $\bar{m} = m/l$, $\bar{p} = p/l$.

Подставляя координаты векторов $\vec{i}'$, $\vec{j}'$, $\vec{k}'$ в соотношения для матрицы L , получим:

$$L = \begin{bmatrix} m & -\bar{m}n & -\bar{p} \\ n & l & 0 \\ p & -n\bar{p} & \bar{m} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

Умножив (1) слева на L^{-1} и учитывая ортогональность матрицы L , получаем такие соотношения для координат:

$$X' = L^T X + X'_0, \quad X'_0 = \{-pR, n\bar{p}R, -\bar{m}R\}^T. \quad (5)$$

Теперь необходимо получить уравнения линии пересечения. Для этого введем на трубе и патрубке криволинейные координаты с базисами, определяемыми векторами $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ и $\vec{e}'_1$, $\vec{e}'_2$, $\vec{e}'_3$ (рис. 1, а).

На поверхности трубы выполняются равенства

$$x = s; \quad y = R \cdot \sin \varphi; \quad z = R \cdot \cos \varphi; \quad (6)$$

где s и φ – меридиональная и окружная координаты в цилиндрической системе координат, связанной с поверхностью трубы.

На поверхности патрубка выполняются равенства

$$x' = s' \cos \alpha_k, \quad y' = r \cdot \sin \varphi'; \quad z' = r \cdot \cos \varphi'; \quad r = r_0 + s' \cdot \sin \alpha_k; \quad (7)$$

где s' и φ' – меридиональная и окружная координаты в цилиндрической системе патрубка; α_k – угол конусности; r – текущий радиус поперечного сечения конической оболочки (патрубка); r_0 – радиус поперечного сечения, проходящего через точку O' .

Подстановка уравнений (4), (6) и (7) в соотношение (1) дает систему уравнений, необходимую для определения зависимостей между криволинейными координатами на линии пересечения:

$$\begin{cases} s = m \cdot s' \cdot \cos \alpha_k - \bar{m} \cdot n \cdot r \cdot \sin \varphi' - \bar{p} \cdot r \cdot \cos \varphi', \\ R \cdot \sin \varphi = n \cdot s' \cdot \cos \alpha_k + l \cdot r \cdot \sin \varphi', \\ R \cdot \cos \varphi = p \cdot s' \cdot \cos \alpha_k - n \cdot \bar{p} \cdot r \cdot \sin \varphi' + \bar{m} \cdot r \cdot \cos \varphi' + R. \end{cases} \quad (8)$$

Подставляя в (8) выражение $r = r_0 + s' \cdot \sin \alpha_k$, получаем:

$$\begin{cases} s = (m \cdot \cos \alpha_k + D(\varphi') \cdot \sin \alpha_k) \cdot s' + D(\varphi') \cdot r_0, \\ \sin \varphi = ((n \cdot \cos \alpha_k + l \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \varphi') \cdot s' + l \cdot \sin \varphi' \cdot r_0) / R, \\ \cos \varphi = ((p \cdot \cos \alpha_k + F(\varphi') \cdot \sin \alpha_k) \cdot s' + F(\varphi') \cdot r_0) / R, \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{где } D(\varphi') = -\bar{m} \cdot n \cdot \sin \varphi' + \bar{p} \cdot r \cdot \cos \varphi', \quad F(\varphi') = -n \cdot \bar{p} \cdot \sin \varphi' + \bar{m} \cdot \cos \varphi'. \quad (10)$$

Получим теперь параметрическое уравнение линии пересечения оболочек. В качестве параметра удобнее использовать окружную координату φ' патрубка. Таким образом, задавая значения параметра φ' необходимо получить значения остальных криволинейных координат s' , s и φ как функций параметра φ' :

$$s' = f_1(\varphi'); \quad s = f_2(\varphi'); \quad \varphi = f_3(\varphi'). \quad (11)$$

Для упрощения формы записи системы (9) введем коэффициенты, зависящие от выбранного параметра φ' :

$$\begin{aligned} A(\varphi') &= m \cdot \cos \alpha_k + D(\varphi') \cdot \sin \alpha_k, \\ B(\varphi') &= (n \cdot \cos \alpha_k + l \cdot \sin \alpha_k \cdot \sin \varphi') / R, \\ C(\varphi') &= (p \cdot \cos \alpha_k + F(\varphi') \cdot \sin \alpha_k) / R, \\ E(\varphi') &= q \cdot l \cdot \sin \varphi'. \end{aligned} \quad (12)$$

С учетом обозначений (10) и (12) система (9) примет более простой вид:

$$s = A \cdot s' + D \cdot r_0; \quad \sin \varphi = B \cdot s' + E; \quad \cos \varphi = C \cdot s' + F.$$

Используем основное тригонометрическое тождество:

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= B^2 \cdot s'^2 + 2B \cdot E \cdot s' + E^2; \quad \cos^2 \theta = C^2 \cdot s'^2 + 2C \cdot F \cdot s' + F^2 \Rightarrow; \\ (B^2 + C^2) \cdot s'^2 + 2(B \cdot E + C \cdot F) \cdot s' + (E^2 + F^2) &= 1. \end{aligned}$$

Получаем параметрические зависимости переменных s , s' и φ от параметра φ' на линии пересечения в виде:

$$\begin{aligned} s'(\varphi') &= \frac{-(B \cdot E + C \cdot F) \pm \sqrt{(B \cdot E + C \cdot F)^2 - (B^2 + C^2) \cdot (F^2 + E^2 - 1)}}{B^2 + C^2}; \\ s(\varphi') &= A(\varphi') \cdot s'(\varphi') + D(\varphi') \cdot r_0; \\ \varphi(\varphi') &= \arcsin(B(\varphi') \cdot s'(\varphi') + E(\varphi')); \quad \varphi' \in [0, 2\pi). \end{aligned} \quad (13)$$

Для сопряжения оболочек трубы и патрубка необходимо получить матрицу преобразований от базиса $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ к базису $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$. Из геометрических соображений получаем матрицу преобразований T_1 от базиса I к базису e .

$$e = T_1 \cdot I; \quad T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Матрица преобразований T_2 от базиса I' к базису e' получается суперпозицией двух поворотов на угол φ' вокруг оси $O'x'$ и угол α_k вокруг оси $O'y'$:

$$e' = T_2 \cdot I' \text{ или } I' = T_2^T \cdot e';$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_k & \sin \alpha_k \cdot \sin \varphi' & \sin \alpha_k \cdot \cos \varphi' \\ 0 & \cos \varphi' & -\sin \varphi' \\ -\sin \alpha_k & \cos \alpha_k \cdot \sin \varphi' & \cos \alpha_k \cdot \cos \varphi' \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где φ и φ' – окружные координаты трубы и патрубка (для одной точки на линии пересечения оболочек).

Из соотношения (1) следует преобразование для базисов:

$$I = L \cdot I'. \quad (16)$$

Подставляя в выражения (14) соотношения (15) и (16), получим:

$$e = T_1 \cdot I = T_1 \cdot L \cdot I' = T_1 \cdot L \cdot T_2^T \cdot e' = \Lambda \cdot e'.$$

$$\Lambda = T_1 \cdot L \cdot T_2^T \text{ или } e' = \Lambda \cdot e. \quad (17)$$

где Λ – матрица перехода от базиса e' к базису e .

Производя перемножение, получим

$$S = T_1 \cdot L = \begin{bmatrix} m & n \cdot \cos \varphi - p \cdot \sin \varphi & n \cdot \sin \varphi + \varphi \cdot \cos \varphi \\ -\bar{m}n & l \cdot \cos \varphi + n \cdot \bar{p} \cdot \cos \varphi & l \cdot \sin \varphi - n \cdot \bar{p} \cdot \cos \varphi \\ -\bar{p} & -\bar{m} \cdot \sin \varphi & \bar{m} \cdot \cos \varphi \end{bmatrix}.$$

Производя перемножение матриц S и T_2^T , получаем компоненты λ_{ij} матрицы Λ преобразования в явном виде:

$$\begin{aligned} \lambda_{11} &= m \cos \alpha_k + S_{12} \sin \alpha_k \sin \varphi' + S_{13} \sin \alpha_k \cos \varphi'; \\ \lambda_{12} &= S_{12} \cos \varphi' - S_{13} \sin \varphi'; \\ \lambda_{13} &= -m \sin \alpha_k + S_{12} \cos \alpha_k \sin \varphi' + S_{13} \cos \alpha_k \cos \varphi'; \\ \lambda_{21} &= -n \bar{m} \cos \alpha_k + S_{22} \sin \alpha_k \sin \varphi' + S_{23} \sin \alpha_k \cos \varphi'; \\ \lambda_{22} &= S_{22} \cos \varphi' - S_{23} \sin \varphi'; \\ \lambda_{23} &= m \bar{n} \sin \alpha_k + S_{22} \cos \alpha_k \sin \varphi' + S_{23} \cos \alpha_k \cos \varphi'; \\ \lambda_{31} &= -\bar{p} \cos \alpha_k - \bar{m} \sin \varphi \sin \alpha_k \sin \varphi' + \bar{m} \cos \varphi \sin \alpha_k \cos \varphi'; \\ \lambda_{32} &= -\bar{m} \sin \varphi \cos \varphi' - \bar{m} \cos \varphi \sin \varphi'; \\ \lambda_{33} &= \bar{p} \sin \alpha_k - \bar{m} \sin \varphi \cos \alpha_k \sin \varphi' + \bar{m} \cos \varphi \cos \alpha_k \cos \varphi'. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь S_{ij} – компоненты матрицы S :

$$S_{12} = n \cdot \cos \varphi - p \cdot \sin \varphi; \quad S_{13} = n \cdot \sin \varphi + \varphi \cdot \cos \varphi;$$

$$S_{22} = l \cdot \cos \varphi + n \cdot \bar{p} \cdot \cos \varphi; \quad S_{23} = l \cdot \sin \varphi - n \cdot \bar{p} \cdot \cos \varphi.$$

Для расчета напряженно-деформированного состояния пересекающихся оболочек применена специализированная вычислительная программа SAIS, которая [6], которая разработана в работах [7, 8]. В данной работе она была модернизирована для решения поставленной задачи. В работе создан модуль для автоматической генерации конечно-элементной модели соединения цилиндрической оболочки с коническим патрубком. На рисунке 2 представлена КЭМ с радиально присоединенным коническим патрубком, автоматически сгенерированный программой SAIS. С учетом симметрии задачи, рассматривается четвертая часть модели. На основной оболочке сетка получается путем проведения нескольких эквидистантных слоев, а затем плавного спрямления линий.

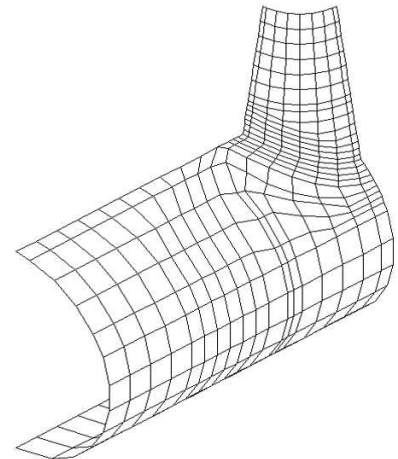


Рис. 2. КЭМ для радиального соединения цилиндр-конус

В работах [9, 10], используя и модернизируя данную программу, было проведено исследование напряженно-деформированного состояния пересекающихся оболочек в нелинейной постановке.

2. Анализ напряженно-деформированного состояния. На напряженно-деформированное состояние пересекающихся цилиндрической и конической оболочек основное влияние оказывает комплекс относительных геометрических параметров соединения. Основными параметрами являются:

$$r_0/R; r/H; r_0/h; l_c/R; l_k/r_0; \alpha_k; \alpha;$$

где H, h – толщина цилиндрической и конической оболочек, l_c, l_k – длина цилиндрической и конической оболочек.

Все эти параметры в разной степени оказывают влияние на напряженное состояние в оболочках для различных типов нагружения. Исследуем влияние некоторых (основных) параметров на напряженное состояние конструкций, состоящих из цилиндрической трубы и приваренной к ней конического патрубка меньшего радиуса.

Для исследования рассмотрим конструкцию со следующими значениями основных безразмерных параметров:

$$r_0/R = 0,5; r/H = 100; r_0/h = 50; l_c/R = 3; l_k/r_0 = 2; \alpha = 0.$$

В качестве нагрузки выберем наиболее распространенный вид нагружения подобных конструкций – внутреннее давление.

На рисунке 3 приведены результаты распределения максимальных эквивалентных напряжений вдоль линии пересечения для патрубка и оболочки при трех значениях угла конусности $\alpha_k = \{0^\circ, 10^\circ, 20^\circ\}$.

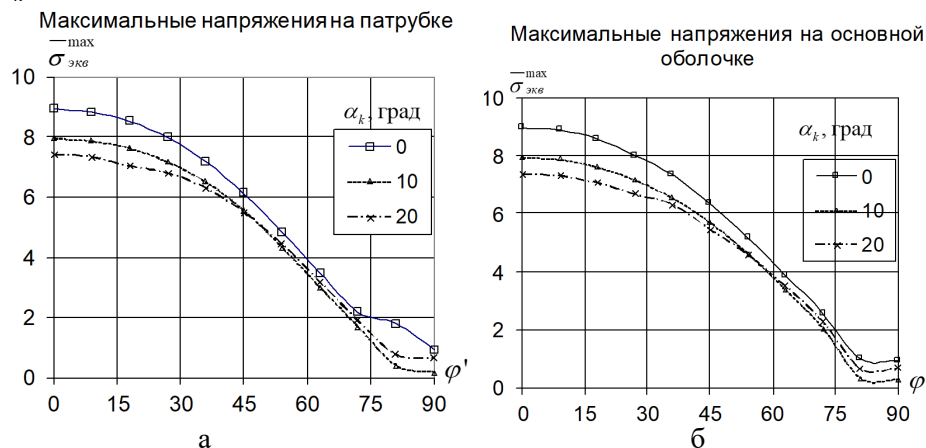


Рис. 3. Распределение максимальных эквивалентных напряжений по линии пересечения

В качестве расчетных результатов приведены безразмерные максимальные эквивалентные напряжения, определенные по теории наибольших касательных напряжений $\bar{\sigma}_{\text{экв}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{экв}}^{\text{max}} / \sigma_0$, где $\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}}$ – максимальные эквивалентные напряжения; $\sigma_0 = pR/H$ – номинальные напряжения в соединении.

Анализ напряженного состояния показывает, что величина максимальных напряжений принимает наибольшее значение в зоне сопряжения оболочек при $\phi' = 0^\circ$ (в главной плоскости) и плавно убывает с увеличением угла ϕ' .

С увеличением угла конусности максимальные значения по всей линии пересечения уменьшаются, сохраняя характер зависимости напряжений от угла ϕ' .

На рисунке 4 представлено изменение напряжений по линии пересечения для различных значений параметра q при нулевом значении угла конусности α_k , т.е. при пересечении двух цилиндрических оболочек. Из графиков видно, что при увеличении радиуса конуса, при фиксированном значении радиуса цилиндра, напряжения по всей линии пересечения, как на патрубке, так и на трубе возрастают. В предельном случае, когда радиусы

сечений оболочек совпадают, в зоне поперечной плоскости наблюдается локальный всплеск напряжений, который объясняется сложностью геометрии линии пересечения при близких значениях радиусов пересекающихся оболочек.

Данные исследования проведены для проверки предельного перехода конической оболочки к цилиндрической. Полученные результаты совпадают с результатами работ [7, 8].

Патрубок. $R/h=100$; $h/H=1$; Угол конусности=20 град Труба. $R/h=100$; $h/H=1$; Угол конусности=20 град.

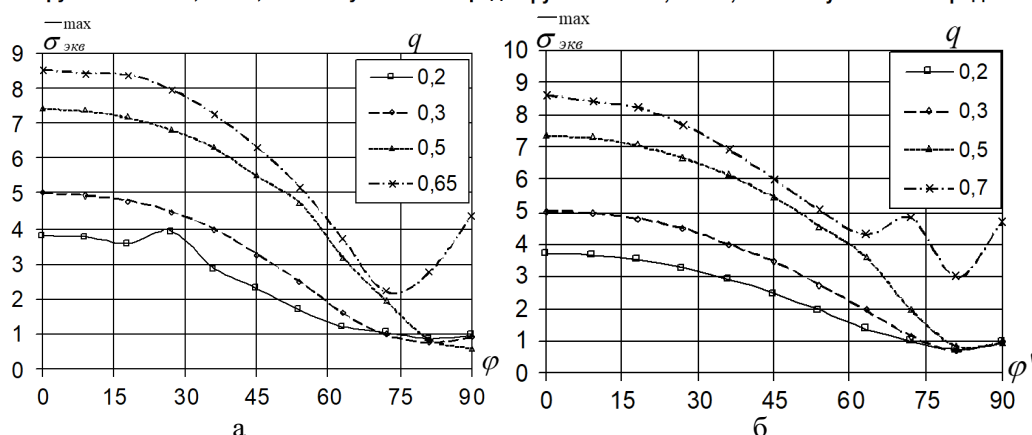


Рис. 4. Распределение максимальных эквивалентных напряжений по линии пересечения для различных значений отношений радиусов оболочек

На рисунке 4 представлена картина изменений максимальных напряжений по линии пересечения для значения угла конусности $\alpha_k = 20^\circ$ по линии пересечения оболочек. Характер изменения максимальных напряжений для пересечения цилиндр-конус совпадает с пересечением цилиндр-цилиндр.

Следует отметить, что при заданном значении угла конусности α_k предельное значение параметра q^* для радиального соединения, определяется по формуле:

$$\sin \alpha_k = \frac{1-q^{*2}}{1+q^{*2}} \text{ или } q^* = \sqrt{\frac{1-\sin \alpha_k}{1+\sin \alpha_k}}.$$

Заключение

В работе рассмотрены некоторые задачи, связанные с исследованием пересекающихся оболочек как специального класса оболочечных конструкций. Такие исследования носят фундаментальный характер и имеют важное прикладное значение. Полученные результаты по моделированию соединений пересекающихся цилиндрической и конической оболочек и анализу концентрации напряжений в них являются новыми и могут быть использованы в различных технических областях при проектировании и прочностном анализе подобных конструктивных узлов.

Список литературы

1. Машель Н.Г., Феденко Г.И. К расчету на прочность элементов укрепления отверстий в конических обечайках и днищах сосудов и аппаратов при внутреннем давлении // Труды ЛенНИИХиммаш. – 1974. – №8. – С. 32-38.
2. Hodge P.G.J. Plastic analysis and pressure-vessel safety // Applied Mechanics Reviews. 1971, no. 8, pp. 741-747.
3. Morton J.L., Mokhtarain K., Ranjan G.V., Rodabaugh E.C. Local Stresses in Cylindrical Shells due to External Loadings on Nozzles // Welding Research Council Bulletin. 1984, no. 297, pp. 1-36.
4. Mershon J.L. Interpretive Report on Oblique Nozzle Connections in Pressure Vessel Heads and Shells Under Internal Pressure Loading // Welding Research Council Bulletin. 1970, vol. 151, pp. 1-45.
5. Lawate S., Deshmukh B.B. Analysis of heads of pressure vessel // International Journal Innovative Research in Science, Engineering and Technology. 2015, vol. 4, iss. 2, pp. 759-765.
6. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2011611624 Stress Analysis in Interesting Shells (SAIS) / В.Н. Скопинский, Н.А. Берков, В.В. Михайлов. – Запр. 17.02.2011.
7. Skopinsky V.N. Stress concentration in cone-cylinder intersection // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2001, vol. 78, no. 1, pp. 35-41.

8. Скопинский В.Н. Пересекающиеся оболочки – конструктивные объекты машиностроения // Машиностроение и инженерное образование. – 2005. – №2. – С. 31-45.
9. Берков Н.А., Архангельский А.И., Горшунова Т.А., Архангельская М.В. Прочностной анализ пересекающихся композитных оболочек вращения // Системные технологии. — 2022. – №3(44). – С. 169-175.
10. Берков Н.А., Архангельский А.И., Горшунова Т.А., Архангельская М.В. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния перекрестно армированной цилиндрической оболочки при кручении // Системные технологии. – 2025. – №1(54). – С. 31-40.

References

1. Mashel N.G., Fedenko G.I. On the Strength Calculation of Reinforced Openings in Conical Shells and Bottom of Vessels and Apparatus under Internal Pressure // Proceedings of LenNIIKhim mash. 1974, no. 8, pp. 32-38.
2. Hodge P.G.J. Plastic analysis and pressure-vessel safety // Applied Mechanics Reviews. 1971, no. 8, pp. 741-747.
3. Morton J.L., Mokhtarin K., Ranjan G.V., Rodabaugh E.C. Local Stresses in Cylindrical Shells due to External Loadings on Nozzles // Welding Research Council Bulletin. 1984, no. 297, pp. 1-36.
4. Mershon J.L. Interpretive Report on Oblique Nozzle Connections in Pressure Vessel Heads and Shells Under Internal Pressure Loading // Welding Research Council Bulletin. 1970, vol. 151, pp. 1-45.
5. Lawate S., Deshmukh B.B. Analysis of heads of pressure vessel // International Journal Innovative Research in Science, Engineering and Technology. 2015, vol. 4, iss. 2, pp. 759-765.
6. Certificate of Registration of Computer Program No. 2011611624. Stress Analysis in Interesting Shells (SAIS) / V.N. Skopinsky, N.A. Berkov, V.V. Mikhailov. – Reg. 17.02.2011.
7. Skopinsky V.N. Stress concentration in cone-cylinder intersection // International Journal of Pressure Vessels and Piping. 2001, vol. 78, no. 1, pp. 35-41.
8. Skopinsky V.N. Intersecting Shells – Structural Objects of Mechanical Engineering // Mechanical Engineering and Engineering Education. 2005, no. 2, pp. 31-45.
9. Berkov N.A., Arkhangelsky A.I., Gorshunova T.A., Arkhangelskaya M.V. Strength analysis of intersecting composite shells of revolution // System technologies. 2022, no. 3(44), pp. 169-175.
10. Berkov N.A., Arkhangelsky A.I., Gorshunova T.A., Arkhangelskaya M.V. Mathematical modeling of the stress-strain state of a cross-reinforced cylindrical shell under torsion // System technologies. 2025, no. 1(54), pp. 31-40.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Берков Николай Андреевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики-3	Berkov Nikolay Andreevich – candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the Department of higher mathematics-3
Архангельский Александр Игоревич – кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики	Arkhangelsky Aleksandr Igorevich – candidate of pedagogical sciences, associate professor, associate professor of the Department of mathematics
Горшунова Татьяна Алексеевна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики-3	Gorshunova Tatyana Alekseevna – candidate of physico-mathematical sciences, associate professor, associate professor of the Department of higher mathematics-3
Архангельская Мария Владимировна – кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин berkow@mail.ru	Arkhangelskaya Maria Vladimirovna – candidate of pedagogical sciences, associate professor, associate professor of the Department of social sciences, humanities, economics, and natural sciences

Получена 08.02.2026