

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ПАРАМЕТРОВ РОТОРА ИНЕРЦИОННОГО НАКОПИТЕЛЯ ЭНЕРГИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Ветренко В.И.¹, Романова Т.И.²

¹ООО «Звездный», Томск;

²Томский государственный архитектурно-строительный университет, Томск

Ключевые слова: маховик, инерционный накопитель энергии, предел прочности, критическая угловая скорость, гироскоп, энергетический метод.

Аннотация. В статье рассматривается вопрос определения критической угловой скорости инерционного накопителя энергии, приводящей его к разрушению возникающими в нём силами при превышении предела прочности материала. Инерционные накопители энергии в своей конструкции содержат вращающиеся с большой скоростью маховики и могут применяться в рельсовом транспорте, гироскопических системах, в гибридных системах накопления энергии, в автомобилестроении. Особенно широкое применение маховики нашли в области гироскопических систем, где они вращаются с очень большой скоростью. Однако, при проектировании и расчётах на разрыв маховика, используются известные формулы допускаемых напряжений, не учитывающие такой геометрический параметр, как его ширина или толщина. В работе авторами получены расчётные формулы на основании равенства кинетической энергии и энергии упругой деформации маховика. Энергетический метод, применённый к решению задачи, позволил получить формулу, содержащую ширину маховика, которая ранее не присутствовала при расчётах. Произведённые вычисления показали, что вновь полученные формулы дают результат, лежащий в области значений, полученных из ранее известных формул, что позволяет их использовать в инженерных расчётах при проектировании маховиков.

DETERMINATION OF CALCULATION PARAMETERS OF THE ROTOR OF AN INERTIAL ENERGY STORAGE ACCUMULATOR BY THE ENERGY METHOD

Vetrenko V.I.¹, Romanova T.I.²

¹LLC «Zvezdny», Tomsk;

²Tomsk State University of Architecture and Building, Tomsk

Keywords: flywheel, inertial energy storage device, ultimate strength, critical angular velocity, gyroscope, energy method.

Abstract. The article discusses the issue of determining the critical angular velocity of an inertial energy storage device, which leads to its destruction by the forces that arise in it when the material's strength limit is exceeded. Inertial energy storage devices contain high-speed flywheels and can be used in rail transport, gyroscopic systems, hybrid energy storage systems, and the automotive industry. Flywheels are particularly widely used in gyroscopic systems, where they rotate at very high speeds. However, when designing and calculating the breakage of a flywheel, well-known formulas for permissible stresses are used, which do not take into account such a geometric parameter as its width or thickness. In this work, the authors obtained calculation formulas based on the equality of kinetic energy and the energy of elastic deformation of the flywheel. The energy method applied to the problem solution allowed to obtain a formula containing the width of the flywheel, which was not previously present in the calculations. The calculations performed showed that the newly obtained formulas give a result lying in the area of values obtained from previously known formulas, which allows them to be used in engineering calculations when designing flywheels.

Введение. В конструкциях механических и электромеханических устройств широко используются инерционные двигатели, основное назначение которых – это аккумулирование энергии или, другими словами, создание кинетического момента, необходимого для работы конструкции. Такие двигатели нашли широкое применение в системах ориентации и стабилизации космических аппаратов [1], в авиастроении, в инерторах [2], в которых для преобразования вращательного движения в поступательное применяется гироскоп, и других областях техники, где требуется надёжность и долговечность проектируемых элементов. Основным элементом в инерционных двигателях для создания кинетического момента

является маховик, который вращается с большой скоростью. Но существует один существенный недостаток такого способа накопления энергии. Для повышения плотности запасаемой энергии необходимо увеличивать массу маховика либо скорость вращения, что приводит к разрушению маховика.

Известно, что при вращении маховика с большой скоростью под действием центробежной силы в нём возникают инерционные напряжения, в результате силы упругого взаимодействия частиц материала ослабевают. Увеличение центробежной силы будет приводить к возрастанию равной ей, но противоположно направленной физической центробежной силе, заставляя эти частицы изменять свою траекторию и «растягивать» тело маховика, пытаясь его разорвать, что позволило бы им двигаться равномерно и прямолинейно. При остановке вращения маховик не возвращается к прежним размерам. Если угловая скорость превысит критический предел, то растягивающее напряжение в материале может оказаться больше предела прочности маховика, и он разрушится.

В предыдущих работах аналитические формулы для расчёта параметров маховиков выводились из постулатов теории деформируемого твёрдого тела, не учитывавших кинетическую энергию. В статье [3] представлен обзор разработок в области инерционных систем накопления энергии, и приведены основные направления их применения. В [4] рассмотрены вопросы разгона и торможения маховиков в пределе упругости материала. В работе авторов [5] приведены формулы для расчёта размеров маховика без критических допускаемых напряжений на разрыв. В работе [6] приводится расчёт гиromотора. В работе [7] рассматривается вращательное движение только тонкостенного кольца. В [8] приведены расчёты маховика с гиперболическим профилем. В работе [9] описаны различные формы конструкции и принцип действия маховичных двигателей, приведены данные по их расчёту и конструированию. В патенте [10] представлена конструкция маховика с послойно навитыми лентами. Однако в перечисленных работах для расчёта приводятся формулы допускаемых напряжений на разрыв без учёта в них ширины маховика. Эта теория применима, когда ширина маховика мала по сравнению с диаметром. Такое предположение существенно упрощает расчёт маховика, и приводит к выводу, что прочность маховика зависит только от его плотности материала и радиуса. Следовательно, и расчёты, произведённые таким образом, будут давать значительную погрешность при определении критической угловой скорости и допускаемых напряжений.

Материалы и методы исследований. С целью повышения точности расчётов при конструировании маховика, возникает задача определения расчётной формулы для критической угловой скорости, учитывающей все его геометрические размеры.

Рассмотрим вращение маховика в плоскости YOZ относительно точки O , совпадающей с его геометрическим центром (рис. 1). Правая система координат $OXYZ$, связанная с маховиком, расположена так, что оси OY и OZ находятся в плоскости вращения маховика, а ось OX перпендикулярна плоскости вращения YOZ .

Выделим малый элемент маховика шириной B и длиной дуги $r\Delta\beta$, где r – радиус маховика, а $\Delta\beta$ – угол между плоскостями поперечного сечения.

Каждый элемент такого маховика движется по окружности радиусом r с угловой скоростью Ω . Это движение поддерживается центробежной силой F_c , направленной к центру маховика. Она равна по модулю двум

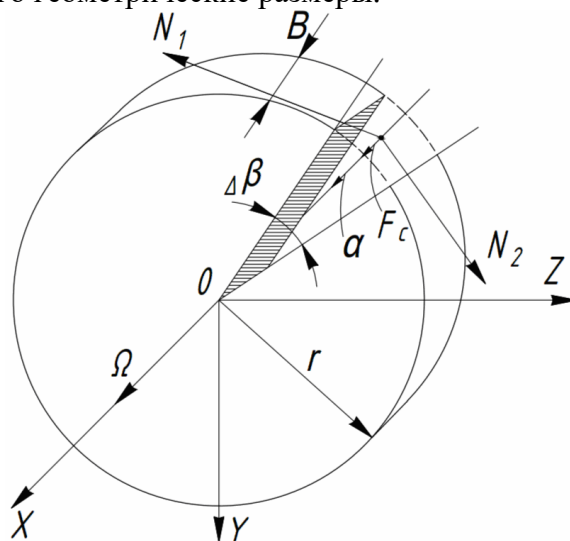


Рис. 1. Вращение маховика в плоскости YOZ относительно геометрического центра

растягивающим усилиям N_1 и N_2 . Эти силы перпендикулярны к плоскостям поперечного сечения и направлены под углом $\Delta\beta$ друг другу. Их равнодействующая N и представляет собой центростремительную силу $F_c = N\Delta\beta$:

$$F_c = ma = m\Omega^2 r, \quad (1)$$

где m – масса маховика, a – центростремительное ускорение.

Равенство (1) представим в виде (2), предварительно определив объём и массу выделенного элемента.

$$F_c = \frac{1}{2} \gamma S r^2 \Delta\beta \Omega^2, \quad (2)$$

где $S = rB$ – площадь поперечного сечения, B – ширина маховика, γ – удельная плотность материала.

В свою очередь, выделенный элемент маховика воздействует на другие его элементы, расположенные слева и справа двумя силами равными по модулю, но противоположно направленными. Их равнодействующая является центробежной силой F_b :

$$F_b = F_c = N\Delta\beta. \quad (3)$$

Подсчитаем величину растягивающего напряжения σ по формуле (4), которая следует из формул (2) и (3)

$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{1}{2} \gamma \Omega^2 r^2. \quad (4)$$

Если скорость вращения достаточно велика, то растягивающее напряжение в материале σ , создаваемое центростремительной силой, может оказаться больше предела прочности материала и маховик разорвётся. Поэтому при расчёте параметров маховика необходимо определять критическую угловую скорость, при которой произойдет его разрушение.

В работе [4] авторами были выведены расчётные выражения для геометрических размеров маховика на основе равенства момента импульса и пускового момента двигателя без учёта критической угловой скорости вращения инерционного пружинного двигателя. В этой связи возникает задача определения формулы критической угловой скорости, при достижении которой маховик начнёт растягиваться и разрываться. В работе [5] приведены формулы для расчёта ротора гиromотора на прочность без учёта его ширины. В работе [6] приведена формула для расчёта параметров вращающегося диска, толщина которого мала по сравнению с его радиусом.

$$\sigma = \Omega^2 r^2 \gamma. \quad (5)$$

Как следует из изложенных выше методик расчёта параметров маховика, в полученных конечных известных формулах (4) и (5) отсутствует значение ширины маховика, хотя в начальных условиях этот параметр был введён. Это может привести к значительной погрешности при определении его размеров, так как формулы (4) и (5) включают в себя только радиус маховика.

Для получения расчётной формулы критической угловой скорости маховика, учитывающей все его геометрические размеры, воспользуемся следующим предположением. Так как на маховик воздействует динамическая нагрузка, переходящая в растягивающее усилие, то процесс вращения маховика описывается следующей формулой

$$\frac{dL}{dt} = J_0 \frac{d\Omega}{dt} = J_0 \varepsilon = M, \quad (6)$$

где M – вращающий момент маховика, L – момент импульса, ε – угловое ускорение, J_0 – осевой момент инерции маховика относительно оси OX .

При разрыве маховика происходит высвобождение накопленной упругой энергии. Поэтому для определения критической угловой скорости воспользуемся энергетическим методом, позволяющим установить равенство между кинетической энергией маховика и упругой энергии деформированного тела маховика. Возможные колебательные эффекты от прогиба вала не учитываются.

Момент инерции полнотелого цилиндрического маховика равен

$$J_0 = \frac{\gamma \pi B r^4}{2}. \quad (7)$$

Предположим, что количество потенциальной энергии, накопленной к моменту наступления опасного состояния разрыва, одинаково как при сложном напряжённом состоянии, так и при простом растяжении. Тогда удельная потенциальная энергия деформации U_p для линейно-упругого деформированного тела описывается соотношением

$$U_p = \frac{E \delta^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2E}, \quad (8)$$

где E – модуль Юнга, δ – относительное удлинение.

Выражение для кинетической энергии U_k маховика имеет вид

$$U_k = \frac{J_0}{2} \Omega^2. \quad (9)$$

Установим равенство правых частей выражений (8) и (9):

$$\frac{J_0}{2} \Omega^2 = \frac{\sigma^2}{2E}. \quad (10)$$

Подставив выражение (7) в равенство (10), получим выражение для критической угловой скорости, при которой произойдёт разрушение маховика:

$$\Omega = \frac{\sigma \sqrt{2}}{r^2 \sqrt{\gamma \pi E B}}. \quad (11)$$

Тогда выражение для допускаемого напряжения в материале принимает вид

$$\sigma = \Omega r^2 \frac{\sqrt{\gamma \pi E B}}{\sqrt{2}}. \quad (12)$$

Результаты

Как видно из формул (11) и (12), угловая скорость и допускаемое напряжение зависят от радиуса и ширины маховика.

Для расчета определяемых величин примем следующие исходные данные: предельное допускаемое напряжение $\sigma_m = 400 \cdot 10^6$ Н/м²; радиус маховика $r = 2 \cdot 10^{-2}$ м; ширина маховика $B = 10^{-2}$ м; плотность стали $\gamma = 7800$ кг/м³; модуль упругости $E = 21 \cdot 10^{10}$ Н/м²; угловая скорость $\Omega = 10000$ об/мин = 1047 рад/с.

Произведём расчёт маховика, изготовленного из легированной конструкционной стали по формулам (4), (5) и (12).

В результате получим следующие значения допускаемых напряжений σ : $\sigma_4 = 171 \cdot 10^4$ Н/м², $\sigma_5 = 342 \cdot 10^4$ Н/м², $\sigma_{12} = 213 \cdot 10^4$ Н/м², которые имеют значения меньше допускаемого напряжения на разрыв, а результат, полученный по формуле (12) лежит в области значений известных формул (4) и (5) и близок по значению к результату, полученному по формуле (4).

Выводы. В работе получены аналитические выражения для вычисления критической угловой скорости и допускаемого напряжения на разрыв полнотелого цилиндрического маховика с учётом всех геометрических размеров. Расчётные формулы выведены на основе равенства кинетической энергии маховика и энергии упругой деформации. Полученное расчётное значение допускаемого напряжения лежит в области ранее полученных результатов по известным формулам и имеет значение одного порядка по отношению к ним. Следовательно, для расчёта маховика возможно применить формулу, учитывающую его ширину, полученную с применением энергетического метода.

Заключение. Полученные результаты показали, что использование энергетического метода для решения задач на прочность вращающихся элементов конструкций даёт удовлетворительный результат по отношению к другим методам. В настоящее время с

развитием технологий производства композитных материалов появилась возможность изготавливать маховики инерционных накопителей энергии достаточно безопасными, выполняя их не полнотелыми, а послойно навитыми из плоских лент. Такая технология уменьшает опасность разрыва всего маховика, что позволяет существенно увеличить его скорость вращения, и соответственно энергоёмкость системы накопления. При разрыве такой конструкции первым разрушается наружный виток, который и следует рассчитывать на прочность, а использование полученных формул позволяет решить задачу проектирования различных конструкций маховиков. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании гироскопических систем ориентации подвижных объектов, маховичных инерционных систем, в устройствах стабилизации оптического изображения.

Список литературы

1. Левантовский В.И. Механика космического полёта в элементарном изложении. – М: Наука, 1980. – 512 с.
2. Линевиц Э.И., Ежов А.Ф. Инерционный движитель // Новая энергетика. – 2004. – №3(18). – С. 12-15.
3. Полтавец В.Н., Колчанова И.П. Кинетические накопители энергии их применение в электротехнике // Энергобезопасность и энергосбережение. – 2021. – №6. – С. 26-34. – doi.org/10.18635/2071-2219-2021-6-26-34.
4. Бригаднов И.А., Максarov В.В., Ольт Ю. Оптимальный разгон или торможение массивных маховиков на пределе прочности // Известия РАН. Механика твёрдого тела. – 2023. – №2. – С. 30-41. – doi.org/10.31857/S0572329922100051.
5. Ветренко В.И., Романова Т.И. Инерционный двигатель // Известия вузов. Приборостроение. – 2017. – Т. 60, № 3. – С. 245-250. – doi.org/10.17586/0021-3454-2017-60-3-157-166.
6. Бабаева Н.Ф., Ерофеев В.М., Сивоконенко И.М., Хованский Ю.М., Хрущёв В.В., Явленский К.Н. Расчёт и проектирование элементов гироскопических устройств. – Л.: Машиностроение, 1967. – 480 с.
7. Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции. – М.: Наука, 1987. – 319 с.
8. Лопатин А.В., Макаров И.В., Рутковская М.А. Определение массовой энергоёмкости маховика гиперболического профиля // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнёва. – 2006. – №3(10). – С. 26-31.
9. Гуля Н.В. Маховичные двигатели. – М.: Машиностроение, 1976. – 172 с.
10. А.с. №1806292 СССР. Инерционный пружинный двигатель / В.И. Ветренко, О.В. Глазкин, В.И. Копытов, В.А. Петрухин, С.Н. Самойлов. – Заявка №4860863 от 29.08.1990; опублик. 30.03.1993.

References

1. Levantovsky V.I. Mechanics of Space Flight in Elementary Terms. – M.: Science, 1980. – 512 p.
2. Linevich E.I., Ezhov A.F. Inertial Propulsion // New Energy. 2004, no. 3(18), pp. 12-15.
3. Poltavets V.N., Kolchanova I.P. Kinetic energy storage devices and their application in electrical engineering // Energy safety and energy conservation. 2021, no. 6, pp. 26-34. doi.org/10.18635/2071-2219-2021-6-26-34.
4. Brigadnov I.A., Maksarov V.V., Olt Yu. Optimal acceleration or deceleration of massive flywheels at the breaking point // News of the Russian Academy of Sciences. Solid state mechanics. 2023, no. 2, pp. 30-41. doi.org/10.31857/S0572329922100051.
5. Vetrenko V. I., Romanova T. I. Inertial Engine // News of universities. Instrument Engineering. 2017, vol. 60, no. 3, pp. 245-250. doi.org/10.17586/0021-3454-2017-60-3-157-166.
6. Babaeva N.F., Erofeev V.M., Sivokononko I.M., Khovansky Yu.M., Khrushchev V.V., Yavlensky K.N. Calculation and Design of Elements of Gyroscopic Devices. – L.: Mechanical Engineering, 1967. – 480 p.
7. Ishlinsky A.Yu. Classical Mechanics and Inertial Forces. – M: Science, 1987. – 319 p.
8. Lopatin A.V., Makarov I.V., Rutkovskaya M.A. Determination of the mass energy consumption of a hyperbolic flywheel // Bulletin of the Siberian State Aerospace University n.a. Academician M.F. Reshetnev. 2006, no. 3(10), pp. 26-31.
9. Gulya N.V. Flywheel Engines. – M.: Mechanical Engineering, 1976. – 172 p.
10. A.c. No. 1806292 SU. Inertial spring motor / V.I. Vetrenko, O.V. Glazkin, V.I. Kopytov, V.A. Petrukhnin, S.N. Samoilov. – Appl. No. 4860863 from 29.08.1990; publ. 30.03.1993.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Ветренко Владимир Ильич – кандидат технических наук, директор	Vetrenko Vladimir Ilich – candidate of technical sciences, director
Романова Татьяна Ильинична – старший преподаватель кафедры «Экономика, организация, управление строительством и жилищно-коммунальным комплексом»	Romanova Tatyana Ilinychna – senior lecturer of the Department “Chair of Economics, organization, management of construction and housing and communal complex”
e2e469@mail.ru	

Получена 29.01.2026