

ВИРТУАЛЬНОЕ ПРОТОТИПИРОВАНИЕ И ПЛАНИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА

Засыпкин Ю.В., Городинов В.Д., Куц М.С.

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Москва

Ключевые слова: оптимизация траектории, динамическое моделирование, метод минимальных координат, оптимизация робота, динамика многотельных систем, манипулятор типа SCARA.

Аннотация. Работа посвящена проблеме повышения эффективности функционирования промышленных роботов на ранних стадиях проектирования с использованием методов виртуального прототипирования. Рассматривается задача построения оптимальной по времени траектории движения манипулятора типа SCARA с учетом полных нелинейных динамических уравнений и ограничений на скорости и моменты в приводах робота. Для решения задачи разработана численная модель основанная на открытом фреймворке для динамического моделирования многотельных систем Exudyn. Алгоритм планирования траектории базируется на методе двухпроходного интегрирования профиля скорости вдоль заданного геометрического пути. В ходе численных экспериментов исследовано влияние кривизны геометрического пути на общее время выполнения операции. Выявлен нетривиальный эффект: кинематически кратчайший путь не является оптимальным по времени из-за динамических ограничений системы. Показано, что использование траектории с отрицательной кривизной (минус 0,06 м) позволяет сократить время движения за счет более эффективного использования скоростного потенциала приводов и перераспределения динамических нагрузок. Результаты подтверждают необходимость интеграции алгоритмов планирования траектории непосредственно в процесс разработки электромеханической структуры робота, что позволяет обоснованно выбирать параметры приводов и избегать неэффективных режимов работы.

VIRTUAL PROTOTYPING AND TRAJECTORY PLANNING FOR AN INDUSTRIAL ROBOT

Zasypkin Yu.V., Gorodinov V.D., Kuts M.S.

Bauman Moscow State Technical University, Moscow

Keywords: trajectory optimization, dynamic modeling, minimal coordinate method, robot optimization, multibody dynamics, SCARA manipulator.

Abstract. The work addresses the problem of improving the efficiency of industrial robots at the early design stages using virtual prototyping methods. The task of constructing a time-optimal motion trajectory for a SCARA-type manipulator is considered, taking into account the complete nonlinear dynamic equations and constraints on the robot's actuator velocities and torques. To solve the problem, a numerical model was developed based on the open-source framework for dynamic modeling of multibody systems, Exudyn. The trajectory planning algorithm is based on the method of two-pass integration of the velocity profile along a given geometric path. During numerical experiments, the influence of the geometric path curvature on the total operation time was investigated. A non-trivial effect was revealed: the kinematically shortest path is not time-optimal due to the system's dynamic constraints. It is shown that using a trajectory with negative curvature (minus 0.06 m) allows for a reduction in movement time by more efficiently utilizing velocity potential of actuators and redistributing dynamic loads. The results confirm the necessity of integrating trajectory planning algorithms directly into the robot's electromechanical structure development process, enabling a well-founded selection of actuator parameters and avoiding inefficient operating modes.

Введение

Традиционный подход к проектированию роботов часто разделяет механическую и алгоритмическую фазы: сначала строится манипулятор, а затем для готового аппаратного обеспечения подбираются подходящие режимы работы. Такой подход не всегда оптимален, так как может привести к ситуации, когда механика системы не позволяет эффективно реализовать требуемые алгоритмы движения, или же комплектующие подобраны с большим запасом, что не является экономически целесообразным.

Концепция виртуального прототипирования предполагает более тесную интеграцию этих этапов. Она заключается в разработке комплексной математической модели на этапе концептуального проектирования, когда определена только базовая кинематическая схема робота. Ключевой особенностью при этом является возможность симуляции работы робота на реальных траекториях, поэтому задача планирования траектории является актуальной уже на этапе прототипирования. Оптимизация рабочих траекторий в виртуальной среде позволяет выравнивать и снижать пиковые нагрузки на приводы, а также минимизировать время выполнения операций.

Данная работа посвящена разработке и апробации модуля планирования траектории для модифицированного робота типа SCARA [1] (Selective Compliance Assembly Robot Arm), являющегося одним из наиболее распространенных и рентабельных типов роботов. Цель исследования – используя разработанный модуль планирования траектории, провести численные эксперименты и оценить, как выбор геометрического пути (в частности, его кривизны) влияет на общее время движения при заданных динамических ограничениях.

Материалы и методы

Кинематика и конструкция

В работе рассматривался манипулятор типа SCARA с четырьмя степенями свободы. Кинематическая схема (см. рис. 1) включает два вращательных сочленения (R_1 и R_2) и одно поступательное (P_0), обеспечивающее вертикальное перемещение (ось Z). Поскольку движение вдоль оси Z кинематически развязано от планарного движения звеньев, в рамках задачи планирования траектории основное внимание уделяется плоской системе (X, Y).

Положение рабочего органа x_{eff} в декартовом пространстве связано с обобщенными координатами $q = [q_0, q_1, q_2]^T$ уравнением прямой кинематики:

$$x_{eff} = f(q). \quad (1)$$

Для робота SCARA координаты конца манипулятора выражаются как:

$$\begin{cases} x = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2), \\ y = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2), \\ z = q_0, \end{cases} \quad (2)$$

где l_1, l_2 – длины звеньев.

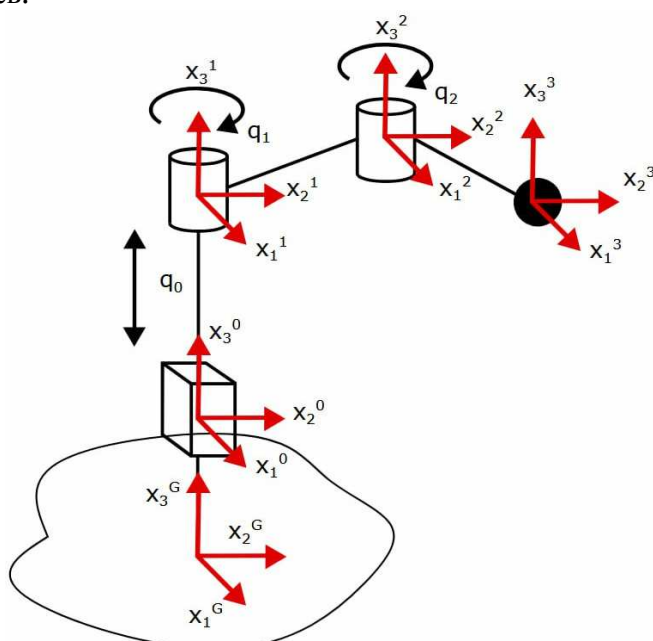


Рис. 1. Кинематическая схема исследуемого робота с локальными системами координат

Для пересчета заданной геометрической траектории из декартова пространства в пространство обобщенных координат используется решение обратной задачи кинематики

(ОЗК). Ввиду необходимости обработки сингулярных зон и обеспечения универсальности алгоритма задача решается численно с использованием итерационного метода Ньютона-Рафсона:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}_k)(\mathbf{x}_{target} - \mathbf{f}(\mathbf{q}_k)), \quad (3)$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ – матрица Якоби системы. Все кинематические расчеты реализованы с использованием библиотеки Exudyn [2, 3], что позволяет автоматически вычислять Якобианы и обрабатывать кинематические связи.

Динамическая модель

Для повышения вычислительной эффективности моделирования используется формулировка динамики в минимальных координатах [4]. В отличие от метода избыточных координат, где каждое тело описывается шестью степенями свободы с наложением алгебраических связей, данный подход позволяет записать уравнения движения непосредственно через углы в шарнирах, исключая необходимость введения множителей Лагранжа.

Уравнение динамики манипулятора в форме Лагранжа второго рода имеет вид:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (4)$$

где $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ – положительно определенная матрица инерции, $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ – вектор, объединяющий кориолисовы, центробежные и гравитационные силы, $\boldsymbol{\tau}$ – вектор управляющих моментов приводов. Расчет матриц $\mathbf{M}$ и вектора $\mathbf{h}$ производится с использованием рекурсивного алгоритма Ньютона-Эйлера и алгоритма составного твердого тела [4, 5], встроенных в ядро Exudyn.

Алгоритм планирования траектории

Задача планирования заключается в нахождении самого быстрого движения вдоль заданного геометрического пути $\mathbf{x}(\theta)$ в пространстве выходного звена, где $\theta \in [0; 1]$ – безразмерный параметр пути. Движение ограничено пределами скоростей $\dot{\mathbf{q}}_{max}$ и моментов $\boldsymbol{\tau}_{max}$ в сочленениях. Траектория в пространстве входных координат может быть представлена как функция от безразмерного пути θ : $\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\psi}(\theta(t))$, где $\boldsymbol{\psi}(\theta)$ – это функция, которая отображает параметр пути θ в соответствующие значения обобщенных координат $\mathbf{q}$ [4].

Тогда скорости и ускорения будут иметь вид:

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \boldsymbol{\psi}_{\theta} \dot{\theta}(t), \quad (5)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\psi}_{\theta\theta} \dot{\theta}^2 + \boldsymbol{\psi}_{\theta} \ddot{\theta}, \quad (6)$$

где $\boldsymbol{\psi}_{\theta} = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \theta}$ и $\boldsymbol{\psi}_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}}{\partial \theta^2}$ – первая и вторая производные $\boldsymbol{\psi}$ по пути.

Ограничение по скорости для i -го сочленения:

$$-\dot{q}_{max}^i \leq \boldsymbol{\psi}_{\theta}^i \dot{\theta} \leq \dot{q}_{max}^i \quad (7)$$

Оптимизация сводится к максимизации псевдоскорости $\dot{\theta}$ при соблюдении ограничений на физические пределы приводов [6, 7]. Ограничение по скорости для i -го сочленения формирует предельный профиль скорости:

$$\dot{\theta}_{lim} = \min_i \frac{\dot{q}_{max}^i}{|\boldsymbol{\psi}_{\theta}^i|}. \quad (8)$$

Ограничение по моменту может быть записано как дифференциальное неравенство относительно $\dot{\theta}$ и его производной, используя уравнения динамики в минимальных координатах:

$$-\boldsymbol{\tau}_{max}^i \leq \sum_j M_{ij}(\theta)(\boldsymbol{\psi}_{\theta\theta}^j \dot{\theta}^2 + \boldsymbol{\psi}_{\theta}^j \ddot{\theta}) + h^i(\theta, \dot{\theta}) \leq \boldsymbol{\tau}_{max}^i. \quad (9)$$

Для построения оптимального по времени профиля скорости $\dot{\theta}(t)$ используется двухпроходный алгоритм [5, 8, 9].

– Прямое интегрирование: начинается от $\theta = 0$ с нулевой скоростью. На каждом шаге выбирается максимальное ускорение $\ddot{\theta}$, удовлетворяющее всем ограничениям.

– Обратное интегрирование: начинается от $\theta = 1$ с нулевой скоростью. На каждом шаге выбирается ускорение, соответствующее максимальному торможению.

Результирующий профиль скорости является нижней огибающей кривых, полученных в прямом и обратном проходах. Для избежания численных шумов, финальная траектория сглаживается при помощи SSA фильтра [10].

На основе описанного алгоритма был реализован пользовательский модуль планирования траектории, который заменяет стандартный генератор в Exudyn. Модуль принимает геометрический путь, функции кинематики и динамики, ограничения и вычисляет оптимальную траекторию.

Численный эксперимент

Для верификации предложенного подхода была разработана симуляционная модель робота в среде Exudyn. Интегрирование уравнений движения проводилось с шагом 10^{-3} с использованием неявного решателя TrapezoidalIndex2 [2].

В рамках численного эксперимента исследовалась задача перемещения рабочего органа между двумя фиксированными точками рабочей зоны. Геометрический путь задавался дугой окружности. В качестве варьируемого параметра выступала высота сегмента дуги h , изменяющаяся в диапазоне $[-0,08; 0,08]$ м:

$h = 0$ соответствует движению по прямой (кратчайший геометрический путь);

$h > 0$ и $h < 0$ соответствуют выпуклым и вогнутым траекториям соответственно.

Рассматриваемые траектории изображены на рисунке 2.

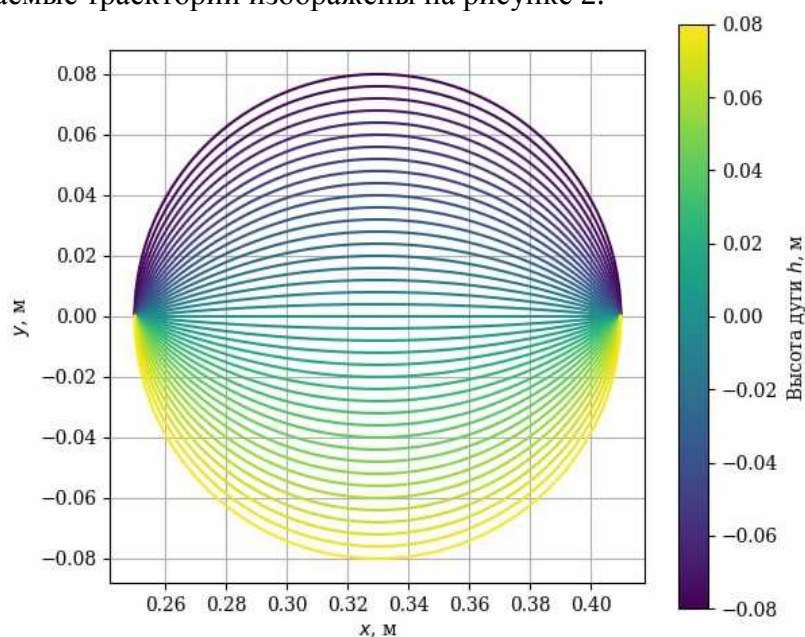


Рис. 2. Геометрические пути с разной кривизной

Целью эксперимента являлось определение влияния кривизны траектории на итоговое время движения t при фиксированных ограничениях на моменты приводов τ_{max} .

Результаты и обсуждение

Результаты моделирования (см. рис. 3) демонстрируют нелинейную зависимость времени выполнения операции от формы траектории. Наблюдаются два локальных минимума: при $h_1 = -0,06$ м и при $h_2 = 0,0015$ м, примерно равные по величине ($t_{min1} = 1,964$ с и $t_{min2} = 1,966$ с). При этом время движения по кинематически кратчайшему пути (прямая линия, $L = 0,16$ м) составило 2,02 с, что на 6% больше оптимального, несмотря на то, что

длина оптимального пути ($L_1 = 0,215$ м) больше на 34% и при практически равной длине для второго минимума при $h_2 = 0,0015$ м.

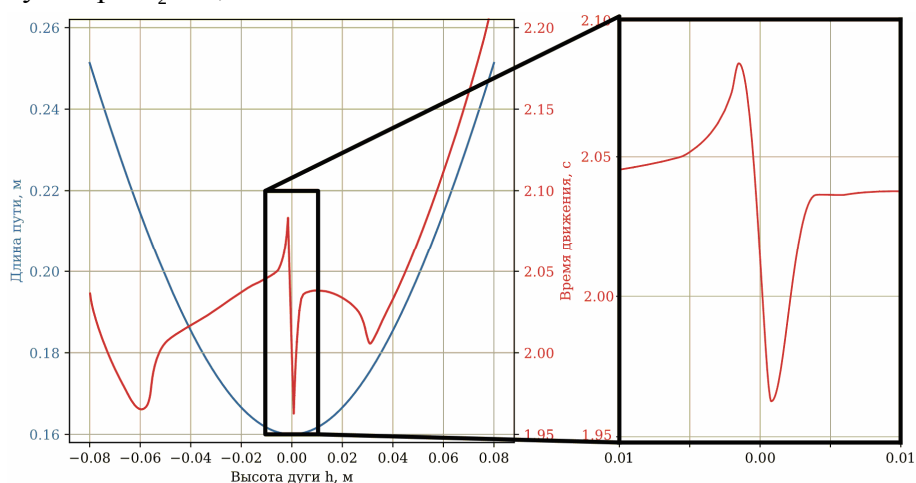


Рис. 3. Зависимость длины пути и времени от параметра кривизны

Данный результат объясняется динамическим взаимодействием звеньев. При движении по прямой линии манипулятор якобиан близок к вырожденному, что приводит к ситуации, когда движение входных координат на предельной скорости приводит к медленному движению выходного звена. Однако даже небольшое отклонение от данной траектории способно исправить ситуацию, выведя якобиан из вырожденного состояния, что позволяет поддерживать равномерно высокую скорость на всех участках пути (см. рис. 4). В случае искривление траектории (при $h_1 = -0,06$ м) механизм, наоборот, оказывается в ситуации, когда на участке пути небольшое перемещение входных координат приводит к большому перемещению выходного звена, в результате чего и достигается суммарное ускорение. Однако такая траектория может быть опасна чувствительностью к погрешностям позиционирования, поэтому может понадобиться более высокоточные система управления и датчики обратной связи.

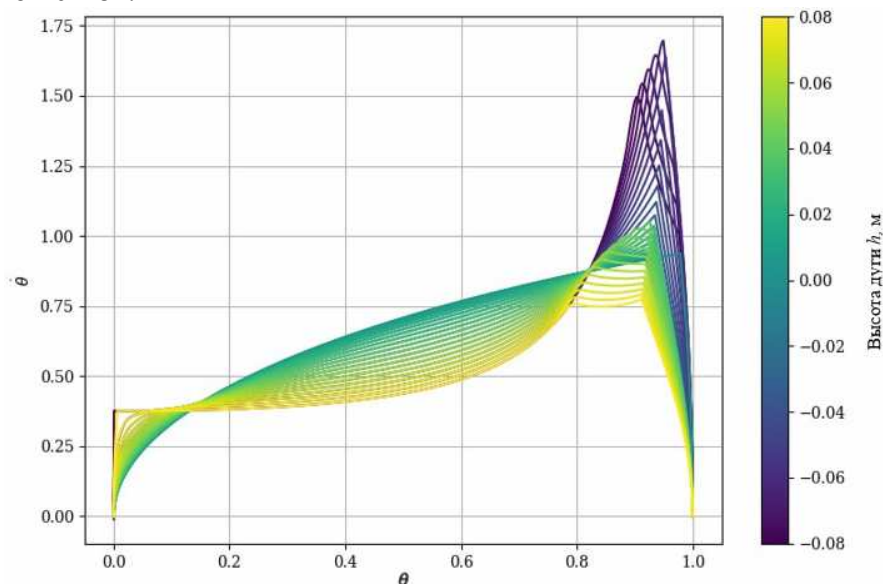


Рис. 4. Зависимость скорости выходного звена для различных параметров кривизны

Заключение

В рамках работы разработан и интегрирован в среду Eхidup модуль планирования оптимальной по времени траектории, учитывающий полные нелинейные уравнения динамики манипулятора. Апробация методики проведена на виртуальном прототипе промышленного робота типа SCARA.

Результаты численного моделирования показали следующее.

– Кратчайший геометрический путь не гарантирует минимальное время выполнения операции. Для исследуемой конфигурации робота оптимальной оказалась траектория с отрицательной кривизной ($h = -0,06$ м), которая позволила сократить время цикла до 1,964 с, в то время как движение по кратчайшему пути ($h \approx 0$ м) заняло 2,02 с.

– Анализ фазовых портретов движения показал, что искривление траектории позволяет манипулятору дольше поддерживать максимальные скорости в сочленениях, избегая зон динамического насыщения приводов, характерных для прямолинейного движения.

– Реализованный подход с использованием метода минимальных координат подтвердил свою применимость для задач раннего проектирования. Он позволяет находить скрытые резервы производительности робота исключительно за счет алгоритмической оптимизации формы пути, без необходимости внесения изменений в конструкцию или замены приводов на более мощные.

Полученные результаты демонстрируют, что интеграция динамического планировщика траекторий на этапе эскизного проекта позволяет инженерам обоснованно выбирать режимы работы оборудования, опираясь на физически корректную модель.

Список литературы / References

1. Makino H., Furuya N. Selective compliance assembly robot arm // International conference on assembly automation. – Brighton: IFS, 1980. – Vol. 1. – P. 77-86.
2. Gerstmayr J. Exudyn – a C++-based Python package for flexible multibody systems // Multibody System Dynamics. 2024, no. 60, pp. 533-561. doi.org/10.1007/s11044-023-09937-1.
3. Gerstmayr J., Manzl P., Pieber M. Multibody models generated from natural language // Multibody System Dynamics. 2024, vol. 62, no. 2, pp. 249-271. doi.org/10.1007/s11044-023-09962-0.
4. Featherstone R. Rigid body dynamics algorithms – Boston, MA: Springer US, 2008. – 211 p.
5. Featherstone R., Orin D.E. Dynamics // Springer Handbook of Robotics. 2016, pp. 37-66. doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1_3.
6. Bobrow J. E., Dubowsky S., Gibson J. S. Time-optimal control of robotic manipulators along specified paths // The international journal of robotics research. 1985, vol. 4, no. 3, pp. 3-17. doi.org/10.1177/0278364985004003.
7. Ma J., Gao S., Yan H., Lu Q., Hu G., A new approach to time-optimal trajectory planning with torque and jerk limits for robot // Robotics and Autonomous Systems. 2021, vol. 140, doi.org/10.1016/j.robot.2021.103744.
8. Petelin D., Fomin A., Laryushkin P., Fomina O., Carbone G. and Ceccarelli M. Design, kinematics and workspace analysis of a novel 4-DOF kinematically redundant planar parallel grasping manipulator // Machines. 2023, vol. 11, no. 3, p. 319. doi.org/10.3390/machines11030319.
9. Pchelkin S.S., Shiriaev A.S., Robertsson A., Freidovich L.B., Kolyubin S.A., Paramonov L.V., Gusev S.V. On Orbital Stabilization for Industrial Manipulators: Case Study in Evaluating Performances of Modified PD+ and Inverse Dynamics Controllers // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2017, vol. 25, no. 1, pp. 101-117. doi.org/10.1109/TCST.2016.2554520.
10. Gorodinov V.D., Kuts M.S. Analysis of the Nonlinear Multimode Systems Under the Limited Measurement Conditions // 2024 6th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE), Moscow, Russian Federation, 2024, pp. 1-5. DOI: 10.1109/REEPE60449.2024.10479910.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Засыпкин Юрий Владимирович – студент	Zasyppkin Yuriy Vladimirovich – student
Городинов Владимир Дмитриевич – аспирант	Gorodinov Vladimir Dmitrievich – postgraduate student
Куц Михаил Сергеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин» kuts@bmstu.ru	Kuts Mikhail Sergeevich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department of fundamentals of machine design

Получена 10.12.2025