

МЕТОДОЛОГИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА ВИБРАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Елисеев А.В.^{1,2}, Кузнецов Н.К.², Миронов А.С.¹

¹*Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск;*

²*Иркутский национальный исследовательский технический университет, Иркутск*

Ключевые слова: амплитудно-частотная характеристика, передаточная функция, структурное моделирование, колебательная система, собственные формы, динамическая податливость.

Аннотация. Решается задача определения явного аналитического представления амплитудно-частотных характеристик для динамического синтеза вибрационных технологических машин. На основе методологии структурного моделирования механическая система с двумя степенями свободы преобразуется в эквивалентную схему автоматического управления. С использованием аппарата собственных векторов и значений выполняется разложение решения по собственным формам колебаний. В результате получены компактные аналитические выражения для квадратов амплитудно-частотных характеристик динамической податливости рабочего органа и коэффициента вибрационной передачи. Данные выражения в явном виде раскрывают зависимость резонансных частот, амплитуд и ширины пиков от инерционных, упругих и демпфирующих параметров системы. Научная новизна заключается в применении метода разложения по собственным формам для получения интерпретируемой структуры амплитудно-частотных характеристик двухмассовой системы, что ранее не использовалось в задачах синтеза. Практическая значимость состоит в создании формального аппарата для постановки задач параметрической оптимизации, позволяющего целенаправленно формировать частотные свойства вибрационных машин на этапе проектирования.

METHODOLOGY FOR DETERMINING THE ANALYTICAL STRUCTURE OF AMPLITUDE-FREQUENCY CHARACTERISTICS IN THE SYNTHESIS OF VIBRATION TECHNOLOGICAL MACHINES

Eliseev A.V.¹, Kuznetsov N.K.², Mironov A.S.¹

¹*Irkutsk State Transport University, Irkutsk;*

²*Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk*

Keywords: amplitude-frequency characteristic, transfer function, structural modeling, oscillatory system, eigenmodes, dynamic compliance.

Abstract. The problem of deriving explicit analytical expressions for the frequency response in the dynamic synthesis of oscillatory technological machines is addressed. Using structural modeling methodology, a two-degree-of-freedom mechanical system is transformed into an equivalent automatic control loop. By applying eigenvalue and eigenvector analysis, the solution is decomposed into natural vibration modes. As a result, compact analytical expressions are obtained for the squared amplitude-frequency characteristics of the dynamic compliance of the working body and the vibration transmissibility coefficient. These expressions explicitly reveal the dependence of resonant frequencies, amplitudes, and peak widths on the inertial, elastic, and damping parameters of the system. The scientific novelty lies in applying the modal decomposition method to obtain an interpretable structure of the frequency response for a two-mass system, an approach not previously used in synthesis problems. The practical significance consists in developing a formal framework for formulating parametric optimization problems, enabling targeted shaping of the frequency properties of vibration machines at the design stage.

Введение. Проектирование современных вибрационных технологических машин, работающих в резонансных и околорезонансных режимах, требует глубокого понимания их частотных свойств. Общая значимость анализа колебаний в инженерных системах подробно рассмотрена в фундаментальных трудах [1, 2]. Ключевыми динамическими характеристиками, определяющими энергоэффективность, устойчивость и качество технологического процесса, являются амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) динамических податливостей рабочих органов и коэффициенты вибрационной передачи, что

особенно важно для машин резонансного типа [3]. Знание не только численных значений, но и аналитической структуры этих АЧХ позволяет перейти от эмпирического подбора параметров к целенаправленному синтезу системы с заданными динамическими свойствами. Актуальность подобного синтеза подтверждается современными исследованиями, посвященными динамике и управлению резонансными режимами вибрационных машин [4-6], а также оптимизации их энергопотребления и адаптации к изменяющейся технологической нагрузке. Кроме того, задачи точного моделирования и настройки резонансных вибрационных систем остаются востребованными в смежных областях, таких как испытательные стенды [7, 8].

Статья посвящена разработке методики получения аналитических выражений для АЧХ механической колебательной системы с двумя степенями свободы, моделирующей вибрационную машину для уплотнения бетонной смеси. Эта задача является важнейшим подготовительным этапом для последующего решения задач параметрической и структурной оптимизации.

I. Основные положения. Рассматривается модельная вибрационная технологическая машина для уплотнения бетонных смесей. Предполагается, что рабочий орган вибрационной технологической машины, представляющий собой лоток с бетонной смесью, совершает малые вынужденные поступательные колебания, вызываемые инерционным вибровозбудителем (рис. 1, б). Расчетная схема технологической машины, отображающая продольные колебания рабочего органа и вибровозбудителя, представляет собой механическую колебательную систему с двумя степенями свободы (рис. 1, а). Расчетная схема используется для анализа динамики системы, в частности, для оценки амплитуд колебаний, кинематических и силовых характеристик в зависимости от частоты внешних возмущений.

Задача – разработать основу методологии получения аналитических выражений для АЧХ механической колебательной системы с двумя степенями свободы, моделирующей двухмассовую вибрационную машину.

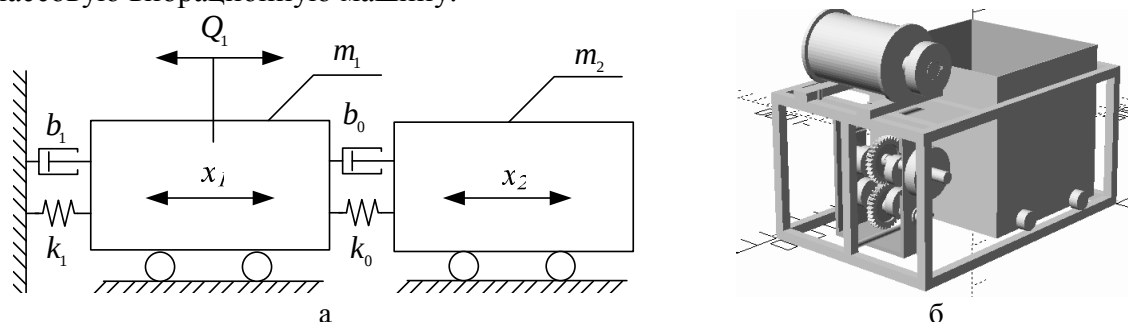


Рис. 1. Вибрационная технологическая машина: а – расчетная схема: m_1 , m_2 – сосредоточенные массы вибрационного возбудителя и рабочего органа; k_0 , k_1 – жесткости упругих элементов; b_0 , b_1 – коэффициенты вязкого трения; Q_1 – силовое моногармоническое возмущение от вибрационного возбудителя; б – устройство модельной вибрационной технологической машины

II. Математическая модель. Для решения поставленной задачи на основе расчетной схемы (рис. 1, а) математическая модель двухмассовой вибрационной технологической машины строится с использованием методологии структурного математического моделирования [9-11]. В качестве обобщенных координат x_1 , x_2 рассматриваются смещения сосредоточенных масс m_1 , m_2 относительно положений статических равновесий. Для составления системы дифференциальных уравнений Лагранжа 2-ого рода используются выражения для кинетической T , потенциальной Π энергий, а также для функции рассеивания F , отображающей особенности сил трения:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2, \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_0 (x_2 - x_1)^2, \quad (2)$$

$$F = \frac{1}{2}b_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}b_0(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2. \quad (3)$$

На основе выражений (1)-(3) система уравнений Лагранжа 2-ого рода принимает матричный вид:

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + Kx = q, \quad (4)$$

где $M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}$ – матрица массоинерционных коэффициентов, $B = \begin{pmatrix} b_1 + b_0 & -b_0 \\ -b_0 & b_1 \end{pmatrix}$ – матрица коэффициентов демпфирования, $K = \begin{pmatrix} k_1 + k_0 & -k_0 \\ -k_0 & k_1 \end{pmatrix}$ – матрица жесткости, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ – вектор обобщенных координат, $q = \begin{pmatrix} Q_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ – вектор силовых возмущений.

Система дифференциальных уравнений (4) под действием интегрального преобразования Лапласа с учетом нулевых начальных условий приводится к системе алгебраических уравнений:

$$(Mp^2 + Bp + K)X = Q, \quad (5)$$

где X , Q – изображения Лапласа функций-оригиналов x и q , $p = j\omega$, $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, ω – круговая частота вынужденных колебаний.

Алгебраическая система (5) представляется в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (рис. 2).

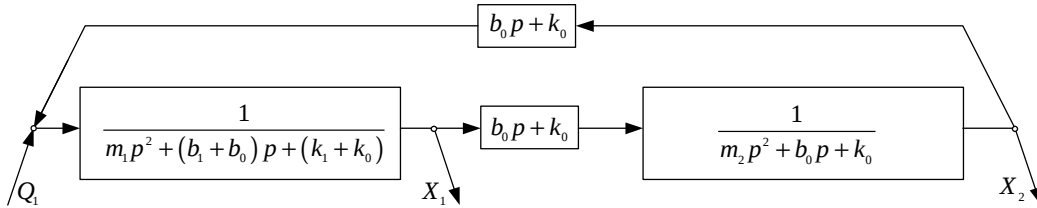


Рис. 2. Структурная схема механической колебательной системы, приведенной на рисунке 1, а

Динамические особенности механической колебательной системы в установившихся формах движения определяются с помощью передаточных функций:

$$W_1(p) = \frac{X_1}{Q}, \quad (6) \quad W_2(p) = \frac{X_2}{Q}, \quad (7) \quad W_{R1}(p) = \frac{(k_1 + b_1 p)X_1}{Q}. \quad (8)$$

Амплитудно-частотные характеристики соответствующих передаточных функций (6)-(8) имеют вид:

$$A_1(\omega) = \left| \frac{X_1}{Q} \right|_{p=j\omega}, \quad (9) \quad A_2(\omega) = \left| \frac{X_2}{Q} \right|_{p=j\omega}, \quad (10) \quad R_1(\omega) = \left| \frac{(k_1 + j\omega)X_1}{Q} \right|_{p=j\omega}. \quad (11)$$

III. Определение аналитической структуры амплитудно-частотных характеристик. Передаточные функции W_1 , W_2 (6), (7) системы, представленной на структурной схеме (рис. 3), могут быть найдены как решение системы:

$$(Mp^2 + Bp + K)W = e_1, \quad (12)$$

где $W = \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix}$ – вектор передаточных функций, $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ – вектор приложения внешнего возмущения к массе m_1 со стороны вибровозбудителя. Вектор передаточных функций W может быть найден в виде

$$W = \xi_1 U_1 + \xi_2 U_2, \quad (13)$$

где ξ_1 , ξ_2 – координаты в базисе U_1 , U_2 , а U_1 , U_2 – формы собственных колебаний, формально представляющие собой решения обобщенной задачи на собственные числа ω_{1sob}^2 и ω_{2sob}^2 :

$$KU_1 = \omega_{1sob}^2 MU_1, KU_2 = \omega_{2sob}^2 MU_2. \quad (14)$$

Не ограничивая общности, можно полагать, что для векторов U_1, U_2 , соответствующих им собственным числам ω_{1sob}^2 и ω_{2sob}^2 , справедливы условия ортогональности:

$$\langle MU_1, U_2 \rangle = 0, \langle MU_2, U_1 \rangle = 0, \langle KU_1, U_2 \rangle = 0, \langle KU_2, U_1 \rangle = 0 \quad (15)$$

и условия нормировки:

$$\langle MU_1, U_1 \rangle = 1, \langle MU_2, U_2 \rangle = 1, \langle KU_1, U_1 \rangle = \omega_{1sob}^2, \langle KU_2, U_2 \rangle = \omega_{2sob}^2, \quad (16)$$

где $\langle, \rangle$ – скалярное произведение.

Для определения неизвестных ξ_1, ξ_2 вектор передаточных функций W , выраженный через собственные вектора обобщенной задачи, подставим в систему уравнений (12):

$$(-M\omega^2 + Bj\omega + K)(\xi_1 U_1 + \xi_2 U_2) = e_1. \quad (17)$$

Для составления системы двух уравнений с двумя неизвестными ξ_1, ξ_2 умножим выражение (17)

$$(-\omega^2 MU_1 + j\omega BU_1 + KU_1)\xi_1 + (-\omega^2 MU_2 + j\omega BU_2 + KU_2)\xi_2 = e_1 \quad (18)$$

на вектора U_1 и U_2 :

$$\begin{aligned} &(-\omega^2 \langle MU_1, U_1 \rangle + j\omega \langle BU_1, U_1 \rangle + \langle KU_1, U_1 \rangle)\xi_1 + \\ &+ (-\omega^2 \langle MU_2, U_1 \rangle + j\omega \langle BU_2, U_1 \rangle + \langle KU_2, U_1 \rangle)\xi_2 = \langle e_1, U_1 \rangle, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &(-\omega^2 \langle MU_1, U_2 \rangle + j\omega \langle BU_1, U_2 \rangle + \langle KU_1, U_2 \rangle)\xi_1 + \\ &+ (-\omega^2 \langle MU_2, U_2 \rangle + j\omega \langle BU_2, U_2 \rangle + \langle KU_2, U_2 \rangle)\xi_2 = \langle e_1, U_2 \rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

Учет условий нормировки (15) и ортогональности (16) система уравнений (19), (20) принимает вид:

$$(\omega_{1sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_1, U_1 \rangle)\xi_1 + j\omega \langle BU_2, U_1 \rangle \xi_2 = \langle e_1, U_1 \rangle, \quad (21)$$

$$j\omega \langle BU_1, U_2 \rangle \xi_1 + (\omega_{2sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_2, U_2 \rangle)\xi_2 = \langle e_1, U_2 \rangle. \quad (22)$$

В матричном виде система имеет представление:

$$\begin{pmatrix} \omega_{1sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_1, U_1 \rangle & j\omega \langle BU_2, U_1 \rangle \\ j\omega \langle BU_1, U_2 \rangle & \omega_{2sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_2, U_2 \rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle e_1, U_1 \rangle \\ \langle e_1, U_2 \rangle \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Система (23) имеет аналитический вид решения:

$$\xi_1 = \frac{\begin{vmatrix} \langle e_1, U_1 \rangle & j\omega \langle BU_2, U_1 \rangle \\ \langle e_1, U_2 \rangle & \omega_{2sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_2, U_2 \rangle \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \omega_{1sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_1, U_1 \rangle & j\omega \langle BU_2, U_1 \rangle \\ j\omega \langle BU_1, U_2 \rangle & \omega_{2sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_2, U_2 \rangle \end{vmatrix}}; \quad (24)$$

$$\xi_2 = \frac{\begin{vmatrix} \omega_{1sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_1, U_1 \rangle & \langle e_1, U_1 \rangle \\ j\omega \langle BU_1, U_2 \rangle & \langle e_1, U_2 \rangle \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \omega_{1sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_1, U_1 \rangle & j\omega \langle BU_2, U_1 \rangle \\ j\omega \langle BU_1, U_2 \rangle & \omega_{2sob}^2 - \omega^2 + j\omega \langle BU_2, U_2 \rangle \end{vmatrix}}. \quad (25)$$

Полученные решения ξ_1, ξ_2 могут быть использованы для расчета квадратов амплитудно-частотных характеристик A_1, A_2, R_1 , которые выражаются через передаточные функции и комплексно-сопряженные к ним функции:

$$A_1^2 = \langle W_1, \bar{W}_1 \rangle = \langle E_1 W, E_1 \bar{W} \rangle, \quad (26) \quad A_2^2 = \langle W_2, \bar{W}_2 \rangle = \langle E_2 W, E_2 \bar{W} \rangle, \quad (27)$$

$$R_1^2 = (k_1^2 + \omega^2 b_1^2) \langle W_1, \bar{W}_1 \rangle = (k_1^2 + \omega^2 b_1^2) \langle E_1 W, E_1 \bar{W} \rangle, \quad (28)$$

где $E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $W = \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix}$, а знак «-» означает комплексное сопряжение.

Для получения явного вида амплитудно-частотных характеристик (9)-(11) подставим разложение (20) в выражения (26)-(28). После преобразований получим:

$$\begin{aligned} A_1^2 &= \langle E_1(\xi_1 U_1 + \xi_2 U_2), E_1(\bar{\xi}_1 U_1 + \bar{\xi}_2 U_2) \rangle = \\ &= \xi_1 \bar{\xi}_1 \|E_1 U_1\|^2 + (\xi_1 \bar{\xi}_2 + \xi_2 \bar{\xi}_1) \langle E_1 U_1, E_1 U_2 \rangle + \xi_2 \bar{\xi}_2 \|E_1 U_2\|^2. \end{aligned} \quad (29)$$

Аналогично определяется амплитудно-частотная характеристика A_2^2 :

$$\begin{aligned} A_2^2 &= \langle E_2(\xi_1 U_1 + \xi_2 U_2), E_2(\bar{\xi}_1 U_1 + \bar{\xi}_2 U_2) \rangle = \\ &= \xi_1 \bar{\xi}_1 \|E_2 U_1\|^2 + (\xi_1 \bar{\xi}_2 + \xi_2 \bar{\xi}_1) \langle E_2 U_1, E_2 U_2 \rangle + \xi_2 \bar{\xi}_2 \|E_2 U_2\|^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Коэффициент вибрационной передачи R_1^2 имеет вид:

$$R_1^2 = (k_1^2 + \omega^2 b_1^2) A_1^2. \quad (31)$$

Координаты ξ_1, ξ_2 , зависящие от частоты внешнего возмущения ω , имеют вид:

$$\xi_1 = \frac{\begin{vmatrix} \langle e_1, U_1 \rangle & 0 \\ \langle e_1, U_2 \rangle & \omega_{2sob}^2 - \omega^2 \end{vmatrix} + j\omega \begin{vmatrix} \langle e_1, U_1 \rangle & \langle BU_2, U_1 \rangle \\ \langle e_1, U_2 \rangle & \langle BU_2, U_2 \rangle \end{vmatrix}}{\left(\left((\omega_{1sob}^2 - \omega^2)(\omega_{2sob}^2 - \omega^2) - \omega^2 \begin{vmatrix} \langle BU_1, U_1 \rangle & \langle BU_2, U_1 \rangle \\ \langle BU_1, U_2 \rangle & \langle BU_2, U_2 \rangle \end{vmatrix} \right) + \right.} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} &\left. + j\omega \begin{vmatrix} \omega_{1sob}^2 - \omega^2 & \langle BU_2, U_1 \rangle \\ 0 & \langle BU_2, U_2 \rangle \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \langle BU_1, U_1 \rangle & 0 \\ \langle BU_1, U_2 \rangle & \omega_{2sob}^2 - \omega^2 \end{vmatrix} \right) \\ \xi_2 &= \frac{\begin{vmatrix} \omega_{1sob}^2 - \omega^2 & \langle e_1, U_1 \rangle \\ 0 & \langle e_1, U_2 \rangle \end{vmatrix} + j\omega \begin{vmatrix} \langle BU_1, U_1 \rangle & \langle e_1, U_1 \rangle \\ \langle BU_1, U_2 \rangle & \langle e_1, U_2 \rangle \end{vmatrix}}{\left(\begin{vmatrix} \omega_{1sob}^2 - \omega^2 & 0 \\ 0 & \omega_{2sob}^2 - \omega^2 \end{vmatrix} - \omega^2 \begin{vmatrix} \langle BU_1, U_1 \rangle & \langle BU_2, U_1 \rangle \\ \langle BU_1, U_2 \rangle & \langle BU_2, U_2 \rangle \end{vmatrix} \right) +} \quad (33) \\ &\left. + j\omega \begin{vmatrix} \omega_{1sob}^2 - \omega^2 & \langle BU_2, U_1 \rangle \\ 0 & \langle BU_2, U_2 \rangle \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \langle BU_1, U_1 \rangle & 0 \\ \langle BU_1, U_2 \rangle & \omega_{2sob}^2 - \omega^2 \end{vmatrix} \right) \end{aligned}$$

На основе решений (32), (33) может быть отображена аналитическая структура амплитудно-частотных характеристик A_1^2, A_2^2 в зависимости от частоты ω .

Заключение. В результате проведенного исследования на основе методологии структурного моделирования и метода разложения по собственным формам колебаний получен аналитический аппарат для анализа и синтеза двухмассовых вибрационных систем. Основным результатом работы являются возможность получения замкнутых выражений для ключевых динамических характеристик, а именно для квадратов амплитудно-частотных характеристик динамической податливости и коэффициента вибрационной передачи.

Главное достоинство развиваемого подхода заключается в том, что он позволяет не только вычислять амплитуды, но и аналитически исследовать влияние параметров системы, таких как соотношения масс, жесткостей упругих элементов и коэффициентов демпфирования, на положение и величину резонансных пиков, ширину резонансных областей, а также оценивать степень виброизоляции.

Таким образом, работа переводит задачу динамического проектирования из плоскости численного моделирования и подбора параметров в плоскость целенаправленного аналитического синтеза. На основе полученных выражений могут быть непосредственно сформулированы целевые функции и ограничения в задачах параметрической оптимизации, например, для минимизации энергопотребления при обеспечении требуемой амплитуды рабочего органа или для учета виброизоляции.

Перспективой дальнейших исследований является применение разработанной методики для систем с учетом связанных возмущений.

Список литературы

1. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э Лавенделла. – М.: Машиностроение. 1981. – 504 с.
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: КомКнига, 2006. – 439 с.
3. Крюков Б.И. Динамика вибрационных машин резонансного типа. – Киев: Наукова думка, 1967. – 208 с.
4. Альтшуль Г.М., Гуськов А.М., Пановко Г.Я. Динамика резонансной вибромашины с равночастотной подвеской рабочего органа и дебалансным возбудителем колебаний // Обогащение руд. – 2022. – №1. – С. 51-55. – DOI: 10.17580/or.2022.01.09.
- 5-11. см. *References*.

References

1. Vibrational Processes and Machines / Edited by E.E. Lavendell. – M: Mechanical Engineering, 1981. – 504 p.
2. Timoshenko S.P. Oscillations in Engineering. – M.: KomKniga, 2006. – 439 p.
3. Kryukov B.I. Dynamics of Resonance-Type Vibration Machines. – Kiev: Naukova Dumka, 1967. – 208 p.
4. Altshul G.M., Guskov A.M., Panovko G.Ya. Dynamics of a Resonance Vibration Machine with an Equal-Frequency Suspension of the Working Body and a Debalance Oscillation Exciter // Ore Processing. 2022, no. 1, pp. 51-55. DOI: 10.17580/or.2022.01.09.
5. Krestnikovskiy K., Panovko G., Shokhin A. Developing system of automatic control resonant mode of a vibrating machine // Vibroengineering Procedia. 2016, no. 8, pp. 208-212.
6. Panovko G., Shokhin A. Resonant adjustment of vibrating machines with unbalance vibroexciter. Problems and solutions // Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings”. 2020, pp. 51-62. DOI: 10.1007/978-981-13-9267-2_5.
7. Svyshch T., Lanets O., Maistruk P., Derevenko I., Nazar I., and Khomych I. Modeling the operation of an eccentric-pendulum resonant vibration stand for testing aviation industry products // Vibroengineering Procedia. 2025, no. 59, pp. 34-40. doi.org/10.21595/vp.2025.25064.
8. Kapalo R., Lanets O., Maistruk P., Voitovich A., Nazar I., Khomych I. Mathematical modeling of the operation of a resonant vibration stand with an inertial exciter and hydraulic coupling for testing aviation industry products // Vibroengineering Procedia. 2025, no. 59, pp. 28-33. doi.org/10.21595/vp.2025.25059.
9. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. – Cham: Springer International Publishing, 2020. – 521 p.
10. Eliseev A.V. Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles. – Hershey, PA: IGI Global, 2023. – 288 p.
11. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K. Mathematical Modeling in Machine Transport Dynamics. – Hershey, PA: IGI Global, 2025. – 330 p.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Елисеев Андрей Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры математики ИрГУПС; доцент кафедры конструирования и стандартизации в машиностроении ИрННТУ	Eliseev Andrey Vladimirovich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department of mathematics, IrGUPS; associate professor of the Department of design and standardization in mechanical engineering of IrNRITU
Кузнецов Николай Константинович – доктор технических наук, профессор кафедры конструирования и стандартизации в машиностроении	Kuznetsov Nikolai Konstantinovich - doctor of technical sciences, professor of the Department of engineering and standardization in mechanical engineering
Миронов Артем Сергеевич – соискатель, НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования eavsh@ya.ru	Mironov Artem Sergeevich – applicant, REC of modern technologies, system analysis and modeling,

Получена 10.12.2025