

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАННОЙ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА-ИНСПЕКТОРА В ОКРЕСТНОСТИ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ

Алексеев А.В., Ефременкова В.В.

*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
Самара*

Ключевые слова: спутник-инспектор, облет, математическая модель, закон управления, Международная космическая станция, уравнения Клохесси-Уилтшира, траектория, двигательная установка.

Аннотация. Статья посвящена решению плоской задачи облета Международной космической станции спутником-инспектором, важным условием которой является обеспечение круговой траектории его движения. В ходе работы при помощи уравнений относительного орбитального движения, известных как уравнения Клохесси-Уилтшира, и классических уравнений движения точки по окружности построена математическая модель, позволяющая выдерживать постоянное расстояние между спутником и станцией. Для регулирования работы двигательной установки инспектора получен закон управления компонентами ее тяги в виде аналитических функций, который сохраняет скорость вращения спутника-инспектора вокруг станции неизменной. Проведенный вычислительный эксперимент подтверждает корректность предложенного метода и достоверность полученных теоретических заключений. В результате анализа динамики экспериментальных значений управляющих воздействий в процессе облета произведен подбор двигательной установки для заданных параметров движения спутника-инспектора, что позволило установить возможность практической реализации описанных режимов его движения с использованием существующих двигательных систем.

ENSURING THE SPECIFIED TRAJECTORY OF THE INSPECTOR SATELLITE IN THE VICINITY OF THE INTERNATIONAL SPACE STATION

Alekseev A.V., Efremenkova V.V.

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolev, Samara

Keywords: inspector satellite, flyby, mathematical model, control law, International Space Station, Clohessy-Wiltshire equations, trajectory, propulsion system.

Abstract. The article is devoted to solving the planar problem of a flyby of the International Space Station by an inspection satellite, an important condition for which is to ensure a circular trajectory of the inspector. In the course of the work, using the equations of relative orbital motion, known as the Clohessy-Wiltshire equations, and the classical equations of motion of a point along a circle, a mathematical model was built that allows maintaining a constant distance between the satellite and the station. To regulate the operation of the inspector's propulsion system, a law was obtained for controlling the components of its thrust in the form of analytical functions, which keeps the speed of rotation of the inspector satellite around the station unchanged. The conducted computational experiment confirms the correctness of the proposed method and the reliability of the obtained theoretical conclusions. As a result of the analysis of the dynamics of the experimental values of the control actions during the flyby, the propulsion system was selected for the specified motion parameters of the satellite inspector, which made it possible to establish the possibility of practical implementation of the described modes of motion using existing propulsion systems.

Введение

Достижения в области космических технологий позволили человечеству существенно расширить возможности исследования космического пространства. В эпоху, когда орбитальные комплексы стали неотъемлемой частью освоения космоса, обеспечение их надежной работы невозможно без регулярного технического обслуживания и контроля состояния их компонентов. В связи с этим Международная космическая станция (МКС), как крупнейший пилотируемый объект на околоземной орбите, нуждается в систематическом обследовании своих систем, конструкций и оборудования.

Инновационный подход к мониторингу МКС можно реализовать посредством использования спутника-инспектора (СИ). Такой малый космический аппарат может

применяться для выполнения важных задач по инспекции внешнего состояния станции без риска для экипажа и значительных финансовых затрат на организацию выходов в открытый космос. Современные технологии позволяют оснастить СИ передовыми системами наблюдения, способными проводить детальный анализ состояния МКС и выявлять потенциальные проблемы на ранних стадиях их возникновения.

Для успешного выполнения одной из подзадач СИ – проведения фото- и видеосъемки МКС – важно выдерживать постоянное расстояние между спутником и станцией. Такое требование обусловлено фундаментальными принципами оптики и обработки изображений. Во-первых, поддержание постоянного расстояния обеспечивает стабильные параметры съемки. Изменяющееся расстояние между объективом камеры и объектом съемки оказывает непосредственное влияние на фокусное расстояние, величину поля зрения, и, как следствие, на качество изображения. Во-вторых, поддержание постоянного расстояния необходимо, чтобы обеспечить одинаковый масштаб изображений, то есть соотношение между размерами объекта на снимке и его реальными размерами. Например, постоянный масштаб важен для создания точных трехмерных моделей МКС, или для оценки работы отдельных модулей. В-третьих, стабильное расстояние между спутником и МКС гарантирует высокое качество медиаданных наблюдения, что подразумевает не только четкость и детализацию изображения, но и возможность их использования для решения конкретных задач. Так, при исследовании внешних поверхностей МКС постоянный масштаб и стабильность параметров съемки позволяют выявлять малогабаритные повреждения, оценивать состояние теплоизоляции, или отслеживать изменения, вызванные воздействием космической среды. Видеозаписи, полученные с постоянным масштабом, могут использоваться для анализа движения и взаимодействия космических аппаратов и других динамических процессов.

Ранее, в предыдущих работах [1-4] полет СИ моделировался при помощи серии управляющих импульсов, предназначенных для наведения, остановки и направления движения СИ. Такая математическая модель не позволяет спутнику совершать облет станции исключительно по круговой траектории. Поэтому возникает необходимость получения новой модели движения СИ, которая способна обеспечить точное совпадение с номинальной траекторией инспектора в виде окружности с целью выдерживания постоянного расстояния до МКС на протяжении всего времени облета.

Материалы и методы исследований

Постулаты теоретической механики [5] позволяют рассматривать СИ и МКС как материальные точки, совершающие орбитальное движение в окрестности Земли на расстоянии R_0 и r от её центра масс, при этом допустимо пренебречь размерами и формой данных космических объектов в рамках рассматриваемой задачи. Математическое моделирование и анализ движения СИ будем производить с использованием подвижной орбитальной системы координат [6], начало координат которой положим в центре масс МКС (рис. 1).

Чтобы смоделировать двумерный облет станции инспектором с поддержанием постоянного расстояния между ними, за основу закона активного движения СИ предлагается использовать уравнения Клохесси-Уилтшира [7, 8]:

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) &= 3\omega_0^2 x(t) + 2\omega_0 \dot{y}(t) + \frac{F_x}{m}, \\ \ddot{y}(t) &= -2\omega_0 \dot{x}(t) + \frac{F_y}{m},\end{aligned}\tag{1}$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_0^3}}$ – средняя угловая скорость МКС по ее орбите вокруг Земли,

G – гравитационная постоянная, M – масса Земли, R_0 – радиус орбиты МКС; m – масса СИ, F_x – сила тяги двигательной установки (ДУ), действующая в направлениях оси x , F_y – сила тяги ДУ, действующая по направлениям оси y .

Для разработки математической модели движения СИ, обеспечивающей облет МКС по круговой траектории, воспользуемся классическими уравнениями движения точки по окружности [9]

$$\begin{cases} x = R \cdot \sin(kt), \\ y = R \cdot \cos(kt), \end{cases} \quad (2)$$

где R – радиус окружности, k – угловая скорость СИ, t – время движения.

Дифференцированием по времени системы уравнений (2) найдем уравнения скоростей $(\dot{x}, \dot{y})$ и ускорений $(\ddot{x}, \ddot{y})$, необходимые для полного описания движения СИ:

$$\begin{cases} \dot{x} = Rk \cdot \cos(kt), \\ \dot{y} = -Rk \cdot \sin(kt), \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = -Rk^2 \cdot \sin(kt), \\ \ddot{y} = -Rk^2 \cdot \cos(kt). \end{cases} \quad (4)$$

Графическое представление номинального облета МКС по приведенным уравнениям показано на рисунке 2.

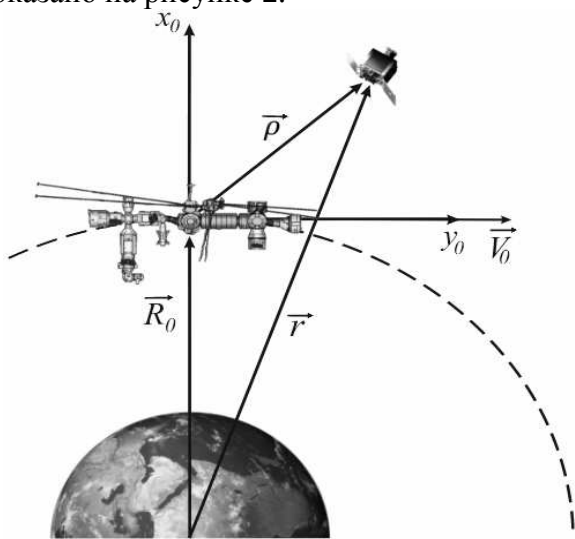


Рис. 1. Орбитальная система координат

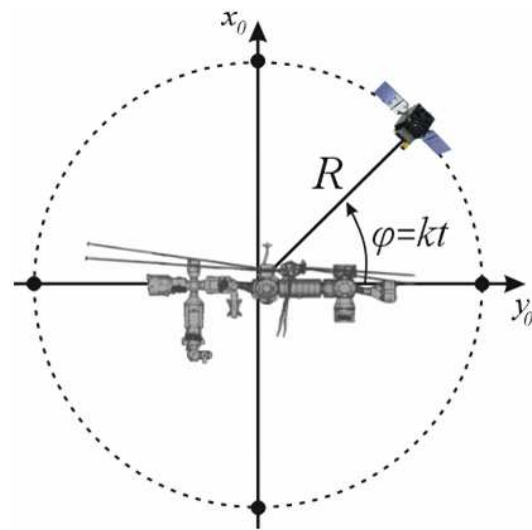


Рис. 2. Постановочный облет МКС по окружности

Выполним подстановку систем (2)-(4) в уравнения Клохесси-Уилтшира (1):

$$\begin{cases} -Rk^2 \cdot \sin(kt) = 3\omega_0^2 R \cdot \sin(kt) - 2\omega_0 Rk \cdot \sin(kt) + \frac{F_x}{m}, \\ -Rk^2 \cdot \cos(kt) = -2\omega_0 Rk \cdot \cos(kt) + \frac{F_y}{m}. \end{cases} \quad (5)$$

Из системы (5) найдем закон непрерывного управления тягой двигателя, который обеспечит траекторию СИ в виде окружности:

$$F_x = -mR(k^2 - 2k\omega + 3\omega^2) \sin(kt), \quad (6)$$

$$F_y = -kmR(k - 2\omega) \cos(kt). \quad (7)$$

Теперь компоненты силы тяги двигателя, действующие в направлении осей x и y ОСК, представляют собой аналитические функции (6) и (7).

Подстановка последних выражений в систему (1) даст новую систему, с помощью которой будет строиться полет СИ по круговой траектории относительно МКС:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 3\omega_0^2 x + 2\omega_0 \dot{y} - R(k^2 - 2k\omega + 3\omega^2) \sin kt, \\ \ddot{y} = -2\omega_0 \dot{x} + kR(2\omega - k) \cos kt. \end{cases} \quad (8)$$

Проинтегрировав формулу (8) дважды по времени, получим уравнения, описывающие положение СИ в заданный момент времени:

$$\begin{aligned} x &= \left(R + \frac{\dot{x}_0 - kR}{\omega} \right) \sin \omega t - \left(\frac{2\dot{y}_0}{\omega} + 3x_0 \right) \cos \omega t + \frac{2\dot{y}_0}{\omega} + 4x_0, \\ y &= \left(\frac{2(\dot{x}_0 - kR)}{\omega} + R \right) \cos \omega t - (3\dot{y}_0 t + R + 6tx_0\omega - y_0) + 2 \left(\frac{2\dot{y}_0}{\omega} + 3x_0 \right) \sin \omega t - \frac{2(Rk - \dot{x}_0)}{\omega}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для движения спутника с положительного направления оси y ОСК зададим следующие начальные условия:

$$\begin{cases} x_0 = x(0) = 0, \\ y_0 = y(0) = R; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = \dot{x}(0) = Rk, \\ \dot{y}_0 = \dot{y}(0) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Подстановкой этих начальных условий в систему (9) получим уравнения движения точки по окружности (2), что подтверждает корректность выведенных уравнений движения.

Чтобы определить скорость движения СИ для выполнения облета станции за заданный промежуток времени, используем соотношение

$$t = \frac{S}{V} = \frac{2\pi R}{kR} = \frac{2\pi}{k}, \quad (12)$$

где t – время облета МКС; S – длина окружности траектории; V – скорость движения СИ по окружности.

Эта величина является теоретической и не учитывает возможные погрешности в работе ДУ и влияние внешних факторов.

Результаты. Для выполнения численного эксперимента использованы следующие значения параметров системы: $t = 2400$ с, $R = 250$ м, $m = 50$ кг, $R_0 = 6780$ км, $M = 5,9722 \cdot 10^{24}$ кг, $G = 6,67408 \cdot 10^{-11}$.

На рисунке 3 представлен результат численного моделирования с использованием системы (9). Из рисунка видно, что действительная траектория СИ полностью совпадает с номинальной траекторией, что подтверждает достаточную точность построенного алгоритма управления и свидетельствует о поддержании постоянного расстояния между СИ и МКС на протяжении всего времени его движения.

На рисунке 4 представлены графики изменения скорости СИ по компонентам x и y , иллюстрирующие динамику движения спутника в процессе облета.



Рис. 3. Траектория движения СИ

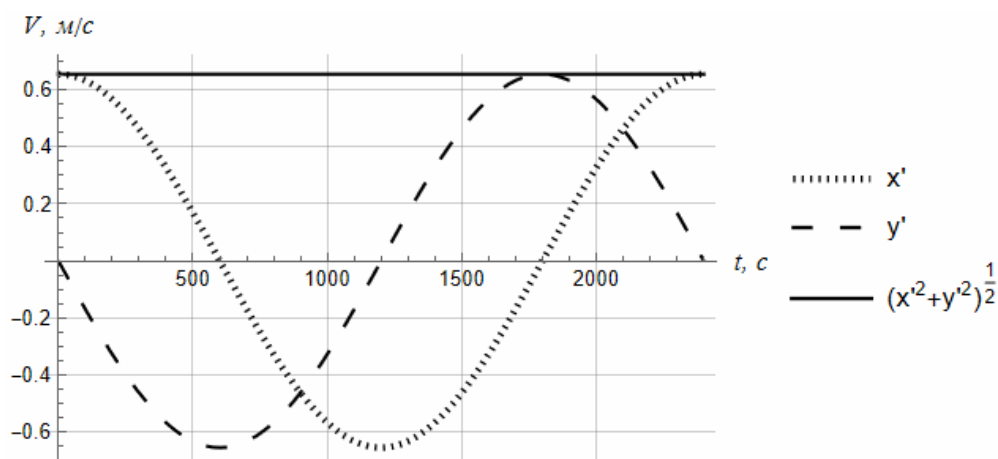


Рис. 4. Изменение скорости СИ с течением времени

Суммарная скорость СИ на протяжении всего времени его полета остается неизменной и составляет 0,655 м/с. Значение скорости, полученное в результате численного моделирования, соответствует теоретически рассчитанной в соответствии с формулой (12) величине.

Для выбора ДУ СИ, обеспечивающей реализацию смоделированного облета станции, построены графики, которые описывают изменение силы тяги со временем. На рисунке 5 представлены зависимости тяги, действующей вдоль осей x и y , позволяющие оценить величину и направление приложенных сил управления.

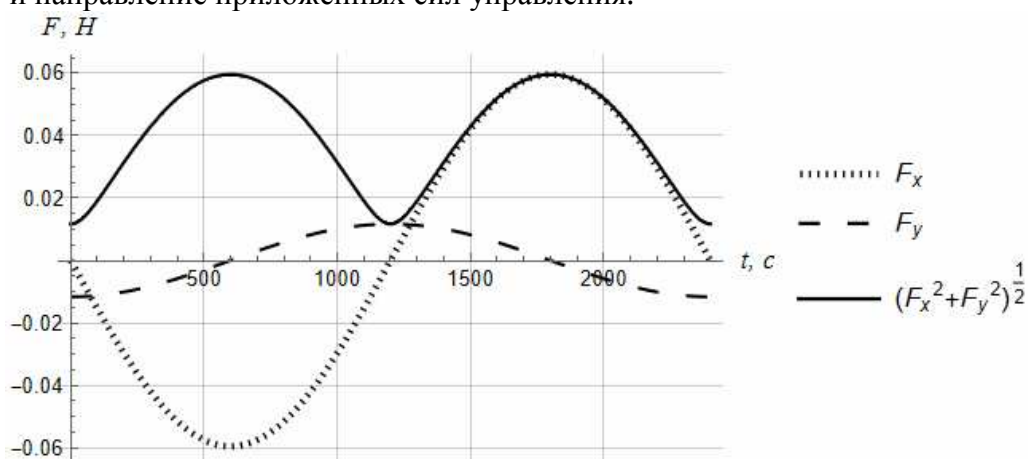


Рис. 5. Зависимость силы тяги от времени

Выводы. Анализ кривой абсолютной силы тяги позволяет сделать вывод о том, что ее модуль не остается постоянным, а колеблется между минимальным значением 12 мН и максимальным 60 мН. Этот диапазон характеризует значение номинальной тяги двигателя, необходимое для выполнения задачи облета станции в соответствии с заданными параметрами траектории. Колебания силы тяги обусловлены исключительно работой алгоритма управления, который корректирует тягу для компенсации отклонений от номинальной траектории.

Плавное регулирование силы тяги возможно с использованием, например, двигателей на эффекте Холла, принцип работы которых основан на ускорении ионов рабочего тела при помощи электростатического поля [10]. Это поле создается эффектом Холла, который возникает при прохождении электрического тока в проводнике, помещенном в магнитное поле перпендикулярно направлению тока. Кроме плавной подачи тяги, преимуществом таких двигателей является высокий удельный импульс, что подразумевает более экономное использование ресурсов. Приводя пример двигателей на эффекте Холла, стоит отметить двигатели серии СПД, разработанные российским ОКБ «Факел». Они широко используются в современной космической технике и зарекомендовали себя как надежные средства для управления ориентацией и движением космических аппаратов. Использование двигателей на

эффекте Холла серии СПД для СИ позволит с высокой точностью поддерживать заданную траекторию облета МКС, обеспечивая стабильность и качество получаемых данных наблюдения.

Для смоделированного облета двигатель СПД-50 из этой серии представляется наиболее подходящим вариантом [11]. Такой двигатель обладает необходимыми техническими характеристиками для работы в диапазоне тяги 10-60 мН. Вдобавок, СПД-50 отличается компактностью и легкостью конструкции, превосходя по этим параметрам другие двигатели этой серии. Например, модификация двигателя СПД-50, широко применяется на спутниках OneWeb, обеспечивая возможность подъема на рабочую орбиту, поддержание точного положения на высоте около 1200 км для глобального интернет-покрытия и безопасного схода с орбиты в конце срока службы. Высокая точность и экономичность этих двигателей играет ключевую роль в успехе проекта OneWeb [12]. Таким образом, СПД-50 обеспечивает баланс между тягой, энергоэффективностью и массогабаритными характеристиками, что делает его достойным выбором для СИ, чтобы реализовать облет станции с регулированием тяги.

Заключение. В данной работе разработана математическая модель движения СИ для выполнения облета МКС по круговой траектории, в основу которой легли уравнения относительного орбитального движения, известные как уравнения Клохесси-Уилтшира, и классические уравнения движения точки по окружности. Получен закон управления компонентами тяги ДУ в виде аналитических функций, обеспечивающий не только поддержание постоянного расстояния до станции, но и сохранение требуемого значения скорости вращения СИ на протяжении всего времени его движения. Для валидации теоретических выводов был разработан и реализован программный алгоритм численного моделирования, результаты которого подтвердили корректность предложенного решения поставленной задачи облета МКС.

Анализ траекторных ограничений показал, что для обеспечения круговой траектории облета станции требуется динамическое регулирование силы тяги ДУ СИ. Необходимость в плавной вариации тяги диктует использование систем с возможностью точного управления, таких двигателей, как двигатели на эффекте Холла, в частности, СПД-50. В рамках поставленной задачи данный двигатель обеспечивает оптимальный баланс между требуемой тягой (10-60 мН), массогабаритными характеристиками и точностью, необходимой для успешного выполнения задачи облета МКС.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании систем дистанционного мониторинга орбитальных комплексов, а также в задачах планирования и управления движением малых космических аппаратов. Предложенный подход к организации инспекционного облета МКС может поспособствовать усовершенствованию системы ее технического обслуживания и уменьшению рисков, возникающих при работе членов экипажа за бортом станции.

Список литературы

1. Ефременкова В.В., Алексеев А.В. Математическое моделирование сближения спутника-инспектора с космическим аппаратом на орбите земли // XVII Королёвские чтения: Материалы Всероссийской молодёжной научной конференции с международным участием, посвящённой 35-летию со дня первого полёта МТКС «Энергия – Буран». – Самара: Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 2023. – Т. 1. – С. 28.
2. Алексеев А.В., Ефременкова В.В. Определение условий безопасного сближения спутника-инспектора с космическим аппаратом на орбите Земли // Инфокоммуникационные технологии. – 2023. – Т. 21, № 2. – С. 29-37. – doi.org/10.18469/ikt.2023.21.2.05.
3. Алексеев А.В., Ефременкова В.В. Управление движением спутника-инспектора вблизи Международной космической станции // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. – 2024. – № 4. – С. 12-22. – doi.org/10.18101/2304-5728-2024-4-12-22.
4. Ефременкова В.В., Алексеев А.В. Моделирование движения спутника-инспектора с двигателем малой тяги вблизи Международной космической станции // XLIX Академические чтения по космонавтике: Сборник тезисов, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых - пионеров освоения космического пространства. – М.: Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), 2025. – Т. 1. – С. 201-202.

5. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики: Динамика. Т. 2. – М.: Наука, 1979. – 544 с.
6. Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перельгин Б.П., Безвербый В.К. Механика космического полета: учебник для вузов / Под ред. В.П. Мишина. – М.: Машиностроение, 1989. – 408 с.
7. Clohessy W.H., Wiltshire R.S. Terminal guidance system for satellite rendezvous // Journal of the Aerospace Sciences. 1960, vol. 27, no. 9, pp. 653-658. – doi.org/10.2514/8.8704.
8. Alfriend K.T., Vadali S.R., Gurfil P., How J.P., Breger L.S. Spacecraft formation flying: Dynamics, control and navigation. – Butterworth-Heinemann, 2010. – 402 p.
9. Маркеев А.П. Теоретическая механика: учебник для университетов. – М.: ЧеРо, 1999. – 572 с.
10. Гришин С.Д., Лесков Л.В. Электрические ракетные двигатели космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1989. – 216 с.
11. Абраменков Г.В., Вертаков Н.М., Дронов П.А., Каплин М.А., Приданников С.Ю. Ракетные двигатели АО «ОКБ «ФАКЕЛ» // Космическая техника и технологии. – 2023. – №4(43). – С. 36-55.
12. Государственная корпорация по космической деятельности «Роскосмос» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.roscosmos.ru/28006/>.

References

1. Efremenkova V.V., Alekseev A.V. Mathematical modeling of the approach of an inspection satellite to a spacecraft in Earth orbit // XVII Royal Readings: Proceedings of the All-Russian Youth Scientific Conference with international participation dedicated to the 35th anniversary of the first flight of the MTKS Energia – Buran. – Samara: Samara National Research University named after Academician S.P. Korolev, 2023. – Vol. 1. – P. 28.
2. Alekseev A.V., Efremenkova V.V. Determining the conditions for the safe approach of an inspection satellite to a spacecraft in Earth orbit // Infocommunication Technologies. 2023, vol. 21, no. 2, pp. 29-37. – doi.org/10.18469/ikt.2023.21.2.05.
3. Alekseev A.V., Efremenkova V.V. Motion control of the satellite inspector near the International Space Station // Bulletin of the Buryat State University. Mathematics, computer science. 2024, no. 4, pp. 12-22. doi.org/10.18101/2304-5728-2024-4-12-22.
4. Efremenkova V.V., Alekseev A.V. Modeling the motion of an inspection satellite with a low-thrust engine near the International Space Station // XLIX Academic Readings on Cosmonautics: A collection of abstracts dedicated to the memory of Academician S.P. Korolev and other outstanding Russian scientists – pioneers of space exploration. – М.: Bauman Moscow State Technical University (National Research University), 2025. – Vol. 1. – P. 201-202.
5. Butenin N.V., Lunts Ya.L., Merkin D.R. Course of theoretical mechanics: Dynamics. Vol. 2. – М.: Science, 1979. – 544 p.
6. Konstantinov M.S., Kamenkov E.F., Perelygin B.P., Bezverby V.K. Mechanics of space flight: textbook for universities / Edited by V.P. Mishin. – М.: Mechanical Engineering, 1989. – 408 p.
7. Clohessy W.H., Wiltshire R.S. Terminal guidance system for satellite rendezvous // Journal of the Aerospace Sciences. 1960, vol. 27, no. 9, pp. 653-658. – doi.org/10.2514/8.8704.
8. Alfriend K.T., Vadali S.R., Gurfil P., How J.P., Breger L.S. Spacecraft formation flying: Dynamics, control and navigation. – Butterworth-Heinemann, 2010. – 402 p.
9. Markeev A.P. Theoretical mechanics: Textbook for universities. – М.: Chero Publ., 1999. – 572 p.
10. Grishin S. D., Leskov L. V. Electric rocket engines of space vehicles. М.: Mechanical Engineering, 1989. – 216 p.
11. Abramnikov G.V., Vertakov N.M., Dronov P.A., Kaplin M.A., Pridannikov S.Yu. Rocket engines of JSC OKB FAKEL // Space Engineering and Technologies. 2023, no. 4(43), pp. 36-55.
12. The State Corporation for Space Activities "Roscosmos" [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.roscosmos.ru/28006/>.

Сведения об авторах:

Алексеев Алексей Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики	Alekseev Aleksey Vladimirovich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department of theoretical mechanics
Ефременкова Владислава Владимировна – студентка	Efremenkova Vladislava Vladimirovna – student
alexeeff05@mail.ru	

Получена 09.12.2025