

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИСТОВЫХ РЕССОР СТРЕЛОВЫХ САМОХОДНЫХ КРАНОВ

Хахов А.А.

Астраханский государственный технический университет, Астрахань

Ключевые слова: стреловой самоходный кран, металлоконструкции, подвеска, листовая рессора, конечный элемент, прогиб.

Аннотация. В статье описан принцип моделирования динамически нагруженных листовых рессор методом конечных элементов. В предлагаемом подходе обеспечивается выполнение контактного взаимодействия листов без учета трения. Представлены математические зависимости для определения перемещений узлов используемого в моделях рессор тетраэдрического конечного элемента. Приведено матричное уравнение движения дискретной механической системы и построены упругие характеристики рессор, полученные в результате интегрирования уравнения. Выполнен сравнительный анализ величин прогибов листовых рессор, вычисленных по теоретической зависимости и с использованием метода конечных элементов. Приведен пример использования разработанных моделей листовых рессор для анализа напряженно-деформированного состояния металлических конструкций автомобильного крана в режиме его передвижения по неровностям дорог. Рассмотренный в статье принцип моделирования листовых рессор может быть использован для создания новых и совершенствования существующих конструкций стреловых самоходных кранов, обладающих высокими показателями надежности и безопасности.

FINITE ELEMENT MODELING OF LEAF SPRINGS FOR MOBILE CRANES

Khakhov A.A.

Astrakhan State Technical University, Astrakhan

Keywords: mobile crane, metal structures, suspension, leaf spring, finite element, deflection.

Abstract. The article describes the principle of modeling dynamically loaded leaf springs using the finite element method. The proposed approach ensures that the contact interaction between the sheets is performed without taking into account friction. Mathematical dependencies are presented for determining the displacements of the nodes of the tetrahedral finite element used in the models of the springs. A matrix equation of motion for a discrete mechanical system is presented, and the elastic characteristics of the springs obtained by integrating the equation are constructed. A comparative analysis of the deflections of the leaf springs calculated using the theoretical dependence and the finite element method is performed. An example of using the developed leaf spring models to analyze the stress-strain state of the metal structures of a truck crane during its movement over uneven roads is given. The principle of modeling leaf springs discussed in the article can be used to create new and improve existing designs of mobile cranes with high reliability and safety levels.

Введение

Динамические нагрузки и колебания, испытываемые стреловыми самоходными кранами при передвижении по дорогам с неровными поверхностями, значительно ухудшают эксплуатационно-технические характеристики колесных машин и приводят к усталостному разрушению металлических конструкций. Основными устройствами, защищающими стреловой самоходный кран от динамических воздействий, вызванных неровностями дороги, являются подвеска и шины. Подвеска передает действующие на колеса силы и моменты раме шасси грузоподъемного крана и крановой системе. Наиболее распространенными упругими элементами в подвесках стреловых самоходных кранов являются листовые рессоры, состоящие из стальных листов, имеющих одинаковую ширину и различную длину. Широкое применение подвески с листовыми рессорами объясняется надежностью ее конструкции, простотой изготовления, сборки и эксплуатации [1].

По форме и способу передачи нагрузки листовые рессоры можно разделить на полуэллиптические, кантилеверные и четвертные (рис. 1). В подвесках шасси стреловых самоходных кранов, как правило, используют полуэллиптические рессоры.

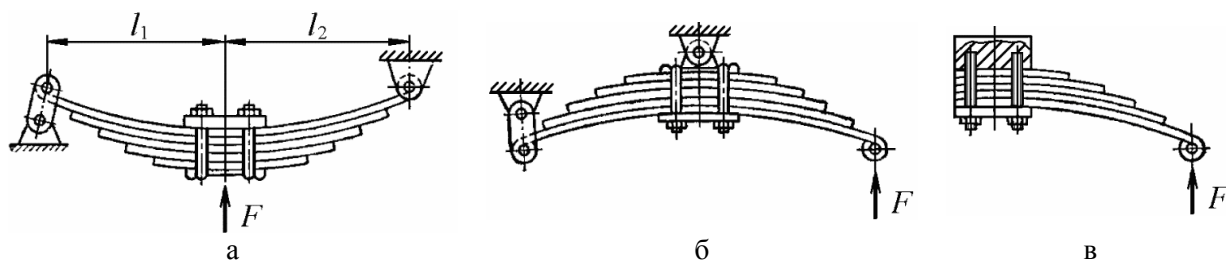


Рис. 1. Типы листовых рессор: а – полуэллиптическая, б – кантилеверная, в – четвертная

Для улучшения плавности хода, тяговых качеств, экономичности, управляемости, устойчивости, прочности, сопротивления усталости, надежности стреловых самоходных кранов необходимо на этапе их проектирования учитывать колебания, вызываемые передвижением по неровностям дорог [2]. С этой целью создаются компьютерные расчетно-динамические модели, позволяющие оценить работоспособность несущих конструкций и повысить эксплуатационно-технические характеристики колесных машин.

При компьютерном моделировании стреловых самоходных кранов необходимо с особой точностью отнестись к построению моделей листовых рессор. Модели должны быть достоверными, а их упругие характеристики совпадать с теоретическими.

В практических расчетах величину прогиба несимметричной полуэллиптической рессоры определяют по теоретической зависимости:

$$f = 1,25 \frac{Fl_1^2 l_2^2}{3EI(l_1 + l_2)},$$

где F – нагрузка, приложенная к рессоре; l_1, l_2 – геометрические размеры рессоры в ненагруженном состоянии (рис. 1, а); E – модуль упругости первого рода; I – момент инерции, определяемый по формуле

$$I = \sum_{i=1}^n \frac{bh_i^3}{12},$$

где n – количество листов; i – номер листа; b – ширина листов; h_i – толщина i -го листа.

При выводе теоретической формулы для определения величины прогиба листовой рессоры не учитываются влияние кривизны продольной оси рессоры и трение между листами [3]. Тем не менее, прогибы рессор, полученные по теоретической зависимости и путем стендовых испытаний, в большинстве случаев принимают близкие значения.

Материалы и методы исследований

Для оценки работоспособности элементов металлических конструкций стреловых самоходных кранов широко используют метод конечных элементов, заключающийся в представлении непрерывного объекта большим количеством элементов конечно малого размера соединенных между собой в отдельных точках (узлах). Для дискретизации моделей листовых рессор целесообразно применять тетраэдрические конечные элементы (рис. 2).

Количество степеней свободы n дискретной системы находится суммированием числа независимых перемещений всех узлов конечных элементов. Перемещение любой точки конечно-элементной модели листовой рессоры определяется тремя компонентами u, v, w в направлении осей x, y, z . Перемещения узлов e -го четырехузлового тетраэдрического конечного элемента можно записать в виде вектора [4]:

$$\{\delta\}_e = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_m \\ \delta_p \end{Bmatrix},$$

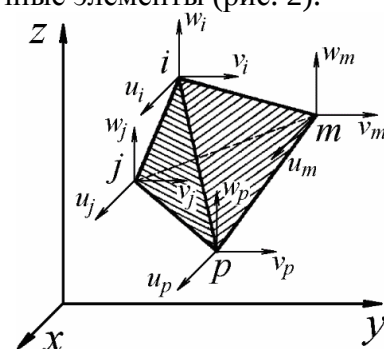


Рис. 2. Тетраэдрический конечный элемент

где $\delta_i, \delta_j, \delta_m, \delta_p$ – перемещения узлов i, j, m и p тетраэдрического конечного элемента:

$$\{\delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix}, \{\delta_j\} = \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ w_j \end{Bmatrix}, \{\delta_m\} = \begin{Bmatrix} u_m \\ v_m \\ w_m \end{Bmatrix}, \{\delta_p\} = \begin{Bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \end{Bmatrix}.$$

Перемещения точки внутри элемента описываются полиномами:

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z,$$

$$v = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 z,$$

$$w = \alpha_9 + \alpha_{10} x + \alpha_{11} y + \alpha_{12} z.$$

Значения коэффициентов α_1 - α_{12} можно найти из трех систем, состоящих из четырех уравнений:

$$\begin{cases} u_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i + \alpha_4 z_i, \\ u_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j + \alpha_4 z_j, \\ u_m = \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m + \alpha_4 z_m, \\ u_p = \alpha_1 + \alpha_2 x_p + \alpha_3 y_p + \alpha_4 z_p; \\ v_i = \alpha_5 + \alpha_6 x_i + \alpha_7 y_i + \alpha_8 z_i, \\ v_j = \alpha_5 + \alpha_6 x_j + \alpha_7 y_j + \alpha_8 z_j, \\ v_m = \alpha_5 + \alpha_6 x_m + \alpha_7 y_m + \alpha_8 z_m, \\ v_p = \alpha_5 + \alpha_6 x_p + \alpha_7 y_p + \alpha_8 z_p; \\ w_i = \alpha_9 + \alpha_{10} x_i + \alpha_{11} y_i + \alpha_{12} z_i, \\ w_j = \alpha_9 + \alpha_{10} x_j + \alpha_{11} y_j + \alpha_{12} z_j, \\ w_m = \alpha_9 + \alpha_{10} x_m + \alpha_{11} y_m + \alpha_{12} z_m, \\ w_p = \alpha_9 + \alpha_{10} x_p + \alpha_{11} y_p + \alpha_{12} z_p. \end{cases}$$

Перемещение точки внутри конечного элемента в направлении оси x :

$$u = \frac{1}{6V} [(a_i + b_i x + c_i y + d_i z) u_i + (a_j + b_j x + c_j y + d_j z) u_j + (a_m + b_m x + c_m y + d_m z) u_m + (a_p + b_p x + c_p y + d_p z) u_p],$$

$$\text{где } 6V = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_m & y_m & z_m \\ 1 & x_p & y_p & z_p \end{vmatrix}; V - \text{объем тетраэдра.}$$

Коэффициентами a_i, b_i, c_i, d_i обозначены определители:

$$a_i = \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_m & y_m & z_m \\ x_p & y_p & z_p \end{vmatrix}, b_i = -\begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_m & z_m \\ 1 & y_p & z_p \end{vmatrix}, c_i = -\begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_m & 1 & z_m \\ x_p & 1 & z_p \end{vmatrix}, d_i = -\begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_m & y_m & 1 \\ x_p & y_p & 1 \end{vmatrix}.$$

Остальные коэффициенты получают путем циклической перестановки индексов p, i, j, m .

Объектом моделирования приняты листовые рессоры, входящие в конструкцию автомобильного крана КС-35715, смонтированного на шасси грузового автомобиля МАЗ-5337. В передней зависимой подвеске крана используется листовая рессора модели МАЗ-64221 (рис. 3), в конструкцию задней подвески входят совмещенные рессоры, включающие основную и дополнительную рессоры моделей МАЗ-509 и МАЗ-500А соответственно (рис. 4, 5). Параметры рессор приведены в таблице 1.

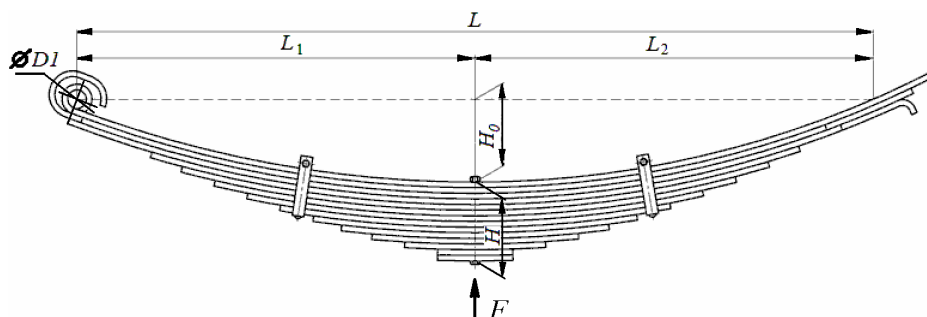


Рис. 3. Листовая рессора передней подвески

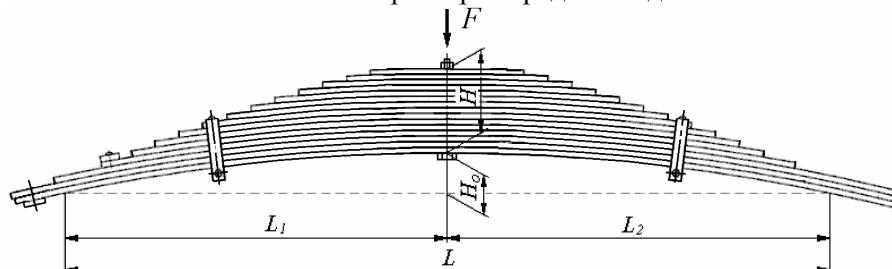


Рис. 4. Основная листовая рессора задней подвески

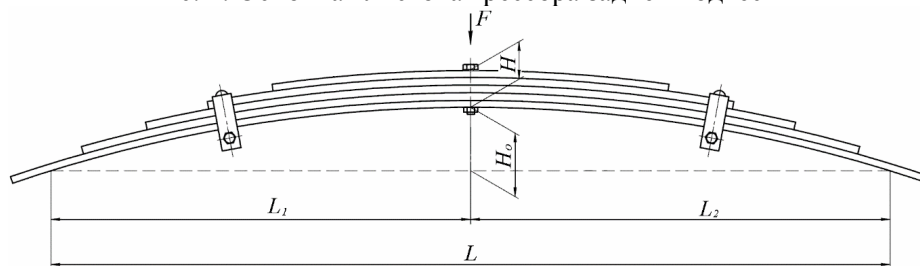


Рис. 5. Дополнительная листовая рессора задней подвески

Табл. 1. Основные параметры листовых рессор автомобильного крана КС-35715

Модель рессоры	МАЗ-64221	МАЗ-509	МАЗ-500А
Место установки	Передняя	Задняя основная	Задняя дополнительная
Грузоподъемность, $F_{\max}$, Н	27664	26978	12753
Масса рессоры, кг	116,5	138,8	28,5
Рабочая длина рессоры L , мм	1700	1600	1100
L_1 , мм	850	800	550
L_2 , мм	850	800	550
D_1 , мм	40	-	-
Высота пакета H , мм	168	180	50
H_0 , мм	176	83	80
Количество листов	14	15	5
Толщина листов h , мм	12	12	10
Ширина листов b , мм	90	90	90
Марка стали	60С2А	60С2А	60С2А

В процессе конечно-элементного моделирования использован ряд допущений:

- 1) между смежными листами допускается контактное взаимодействие;
- 2) передача усилий от одного листа рессоры к другому осуществляется по концам (рис. 6);
- 3) силы трения считаются пренебрежимо малыми [5];
- 4) сборочные напряжения в ненагруженном состоянии равны нулю [6].

Движение системы, имеющей n степеней свободы, при приложении нагрузки F , изменяющейся от нуля до $F_{\max}$, может быть описано матричным уравнением [7]:

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{P\},$$

где $[M]$ – матрица масс системы; $[C]$ – матрица демпфирования системы; $[K]$ – матрица

жесткости системы; $\{\delta\}$, $\{\dot{\delta}\}$, $\{\ddot{\delta}\}$ – соответственно вектора обобщенных перемещений, скоростей и ускорений; $\{P\}$ – вектор динамических нагрузок на систему.

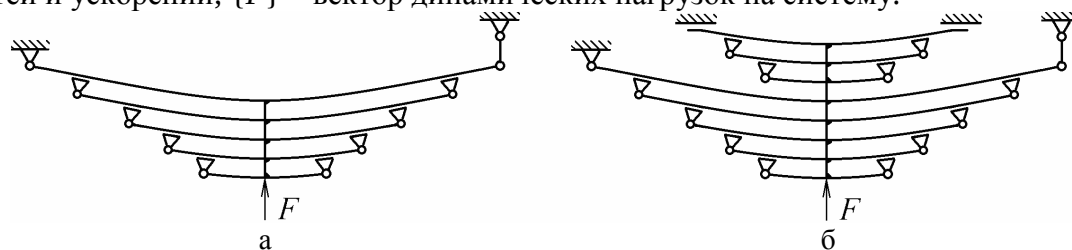


Рис. 6. Схемы листовых рессор: а – передней подвески; б – задней подвески

Учет поглощающей и демпфирующей способностей листовой рессоры значительно приближает результаты конечно-элементного моделирования колебаний динамической системы к данным натурных испытаний [8].

Результаты

Для разработанных моделей листовых рессор (рис. 7, 8) в итоге интегрирования уравнения движения получены упругие характеристики (рис. 9, 10). Отклонение результатов расчета методом конечных элементов от результатов, полученных по теоретической зависимости составляет не более 10%, что подтверждает достоверность предложенной методики аппроксимации и возможность использования ее при моделировании колесных машин.

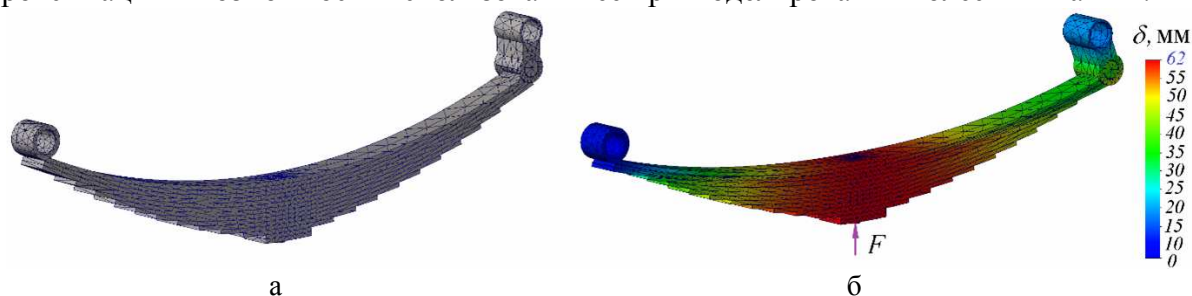


Рис. 7. Конечно-элементная модель листовой рессоры передней подвески: а – исходное состояние; б – деформированное состояние при $F=15000$ Н

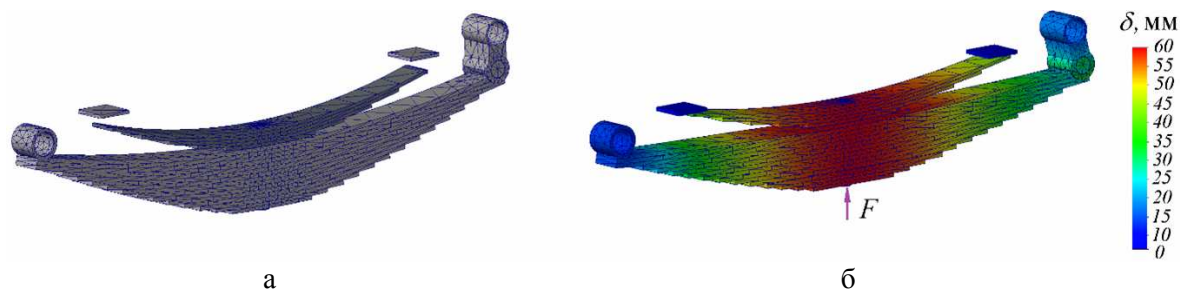


Рис. 8. Конечно-элементная модель листовой рессоры задней подвески: а – исходное состояние; б – деформированное состояние при $F=30000$ Н

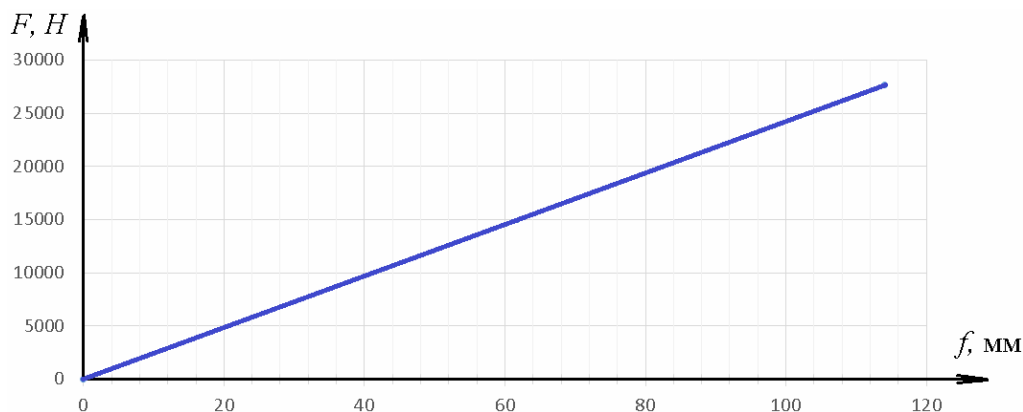


Рис. 9. Упругая характеристика рессоры передней подвески

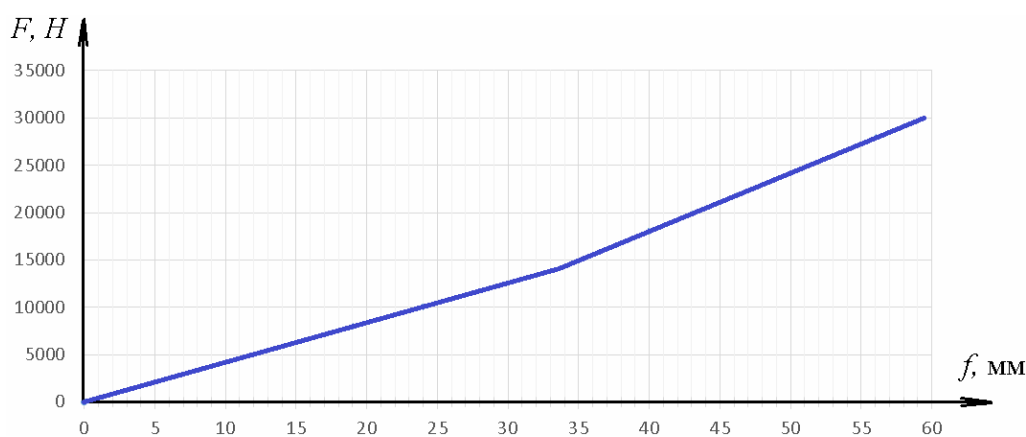


Рис. 10. Упругая характеристика совмещенной рессоры задней подвески

Выводы. Таким образом, описанный принцип моделирования листовых рессор может быть использован при аппроксимации конструкций стреловых самоходных кранов в процессах их проектирования и модернизации. Исходя из этого, разработанные модели рессор использованы при конечно-элементном моделировании автомобильного крана КС-35715 (рис. 11). Модель крана используется для анализа напряженно-деформированного состояния элементов металлоконструкций в режиме передвижения колесной машины по неровностям дорог [9]. Результаты анализа позволяют оценить работоспособность расчетных элементов и выполнить необходимые совершенствования существующей конструкции с целью повышения сопротивления усталости опасных зон [10].

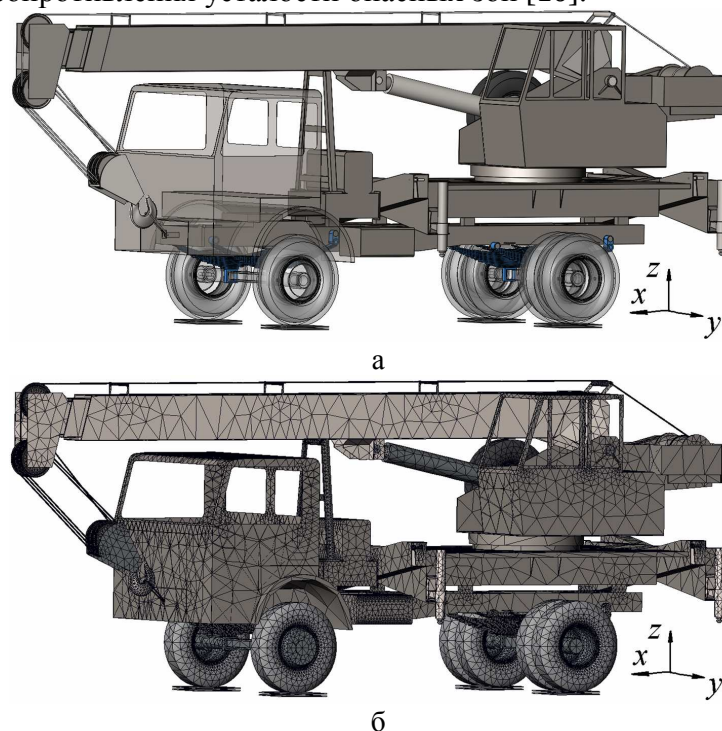


Рис. 11. Модель автомобильного крана КС-35715: а – твердотельная трехмерная модель; б – конечно-элементная модель

Заключение. Предложенная методология моделирования может быть использована для развития и совершенствования существующих норм расчета металлических конструкций стреловых самоходных кранов.

Финансирование. Статья написана при финансовой поддержке ФГБОУ ВО «Астраханский государственный технический университет» в рамках выполнения научно-исследовательской работы «Проблемы и перспективы развития транспортной логистики, безопасности и эксплуатации транспортно-технологического комплекса Региона» по заказу университета в 2025 году.

Список литературы

1. Пархиловский И.Г. Автомобильные листовые рессоры. – М.: Машиностроение, 1978. – 232 с.
2. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля: Колебания и плавность хода. – М.: Машиностроение, 1972. – 392 с.
3. Карпович А.П. Определение прогибов листовой рессоры методом операционного исчисления // Вестник Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения «Брянская государственная сельскохозяйственная академия». – 2014. – №4. – С. 21-23.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 542 с.
5. Пестренин В.М., Пестренина И.В., Таланцев Н.Ф. Компьютерное моделирование напряженного состояния листовых рессор // Вестник Пермского университета. – 2009. – №3(29). – С. 74-81.
6. Староверов Н.Н. Разработка методов прогнозирования упругодемпфирующих свойств и моделирования механического поведения листовых рессор из композиционных материалов в системах поддрессоривания колесных машин: дисс. ... канд. техн. наук. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 167 с.
7. Панасенко Н.Н., Синельщиков А.В. Метод конечных элементов в теории сейсмостойкости грузоподъемных кранов: монография. – Астрахань: АГТУ, 2020. – 376 с.
8. Рыков С.П., Рыкова О.А. Моделирование и оценка неупругого сопротивления в листовых рессорах. – Братск: Изд-во Братского гос. ун-та, 2022. – 171 с.
9. Хахов А.А. Разбитая грунтовая дорога как источник кинематического воздействия на металлические конструкции автомобильных кранов // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2024. – №24. – С. 43-51. –doi.org/10.26160/2658-3305-2024-24-43-51.
10. Хахов А.А. Конечно-элементный анализ взаимодействия автомобильного крана с опорной поверхностью дороги // Journal of Advanced Research in Technical Science. – 2025. – №48. – С. 33-41. – doi.org/10.26160/2474-5901-2025-48-33-41.

References

1. Parkhilovsky I.G. Automobile leaf springs. – M.: Mechanical Engineering, 1978. – 232 p.
2. Rotenberg R.V. Car suspension: Oscillations and smoothness of movement. – M.: Mechanical Engineering, 1972. – 392 p.
3. Karpovich A.P. Determination of deflections of a leaf spring by the method of operational calculus // Bulletin of the Federal State Budgetary Educational Institution "Bryansk State Agricultural Academy". 2014, no. 4, pp. 21-23.
4. Zenkevich O. The finite element method in engineering. – M.: World, 1975. – 542 p.
5. Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Talantsev N.F. Computer modeling of the stress state of leaf springs // Bulletin of Perm University. 2009, no. 3(29), pp. 74-81.
6. Staroverov N.N. Development of methods for forecasting elastic damping properties and modeling the mechanical behavior of leaf springs made of composite materials in the suspension systems of wheeled vehicles: diss. ... cand. tech. sciences. – M.: MSTU n.a. N.E. Bauman, 2011. – 167 p.
7. Panasenko N.N., Sinelshchikov A.V. The finite element method in the theory of earthquake resistance of load-lifting cranes: monograph. - Astrakhan: ASTU, 2020. - 376 p.
8. Rykov S.P., Rykova O.A. Modeling and Evaluation of Inelastic Resistance in Leaf Springs. – Bratsk: Publ. house of the Bratsk State University, 2022. – 171 p.
9. Khakhov A.A. Broken dirt road as a source of kinematic impact on metal structures of automobile cranes // Transport, Mining and Construction Engineering: Science and Production. 2024, no. 24, pp. 43-51. doi.org/10.26160/2658-3305-2024-24-43-51.
10. Khakhov A.A. Finite element analysis of the interaction of a truck crane with a road surface // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2025, iss. 48, pp. 33-41. doi.org/10.26160/2474-5901-2025-48-33-41.

Сведения об авторах:

Хахов Алексей Алексеевич – доцент кафедры «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»
halax@mail.ru

Information about authors:

Khakhov Aleksey Alekseevich – associate professor of the Department of general engineering disciplines and ground transport

Получена 14.08.2025