

УПРУГО-МАГНИТНЫЕ ДЕМПФЕРНЫЕ УСТРОЙСТВА РОТОРНЫХ МАШИН И АГРЕГАТОВ

Петровский Э.А., Семеско Я.А.

Сибирский федеральный университет, Красноярск

Ключевые слова: демпфер, осевые колебания, магнитное взаимодействие, резинометаллический материал, устойчивость, адаптивная система, упругая сила, высокоскоростной агрегат.

Аннотация. В данной работе представлена конструкция демпфирующего механизма, разработанного для снижения амплитуды осевых колебаний в высокооборотистом промышленном оборудовании, в том числе в центробежных установках. Повышение мощности и скорости современных машин сопровождается усилением динамических воздействий, что выдвигает требования к внедрению надёжных технических решений, обеспечивающих устойчивую работу роторных систем и вращающихся компонентов. На основе анализа природы осевых колебаний предлагается использование адаптивного демпфера, сочетающего в себе действия магнитных и упругих сил. Устройство основано на взаимодействии постоянных магнитов и резинометаллических элементов, обеспечивающих адаптивную реакцию на амплитуду колебаний. Приводятся сравнительные преимущества предлагаемой конструкции по отношению к традиционным механическим демпферам: высокая термостойкость, отсутствие необходимости в рабочей жидкости, возможность работы при скоростях свыше 9000 об/мин. Представлены теоретические зависимости, описывающие основные силовые характеристики демпфера, включая магнитное взаимодействие, распределение намагниченности и упругую составляющую. Устойчивость системы оценивается с применением критерия Л.М. Ляпунова. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании демпфирующих устройств нового поколения для машин и агрегатов различного назначения.

ELASTIC-MAGNETIC DAMPING DEVICES FOR ROTATING MACHINES AND UNITS

Petrovskiy E.A., Semyesko Ya.A.

Siberian Federal University, Krasnoyarsk

Keywords: damper, axial vibrations, magnetic interaction, rubber-metal material, stability, adaptive system, elastic force, high-speed unit.

Abstract. This paper presents the design of a damping mechanism developed to reduce the amplitude of axial vibrations in high-speed industrial equipment, including centrifugal systems. The increase in power and rotational speed in modern machines is accompanied by intensified dynamic loads, necessitating the implementation of reliable engineering solutions to ensure the stability of rotor systems and rotating components. Based on an analysis of the nature of axial oscillations, an adaptive damper is proposed that combines the effects of magnetic and elastic forces. The device operates through the interaction of permanent magnets and rubber-metal elements, which provide an adaptive response to vibration amplitudes. The paper outlines the comparative advantages of the proposed design over conventional mechanical dampers, including high thermal resistance, no need for working fluid, and the capability to operate at speeds above 9000 rpm. Theoretical relationships describing the main force characteristics of the damper are presented, including magnetic interactions, magnetization distribution, and the elastic component. System stability is evaluated using Lyapunov's criterion. The results obtained can be applied in the design of next-generation damping systems for various types of machines and equipment.

Введение

Высокоскоростные агрегаты нового поколения, такие как центробежные компрессоры, турбодетандеры и аналогичные машины нередко функционируют в режимах, приближённых ко второй критической частоте собственных колебаний [1]. При таких условиях эксплуатации существенно возрастают динамические нагрузки, а также усиливаются проявления дисбаланса. Это может привести к снижению устойчивости системы и вызвать повреждения критически важных элементов – в частности, роторов и опор подшипников [2].

Одной из наиболее острых инженерных задач остаётся вибрация, вызванная неравномерным распределением массы в быстро вращающихся элементах, таких как рабочие колеса. Для оборудования, работающего на больших скоростях вращения, ключевым

условием обеспечения устойчивой и надёжной работы является компенсация возникающего дисбаланса. Эффективное уравнивание позволяет значительно уменьшить вибрационные нагрузки, что, в свою очередь, ведёт к снижению затрат на эксплуатацию насосных систем, компрессоров, турбомашин и других промышленных установок.

В последние годы наблюдается активное внедрение технических решений, основанных на использовании магнитных опор и демпфирующих компонентов, работающих совместно с традиционными типами подшипников. К ним относятся опоры качения, а также системы, реализующие принципы гидродинамического, газодинамического и гидростатического взаимодействия. Магнитные опорные системы классифицируются на два основных вида: активные (основанные на управляемых электромагнитах) и пассивные (использующие постоянные магниты). Отсутствие физического контакта между элементами таких систем способствует снижению износа и обеспечивает продолжительную стабильность рабочих характеристик.

Для наглядной оценки динамического поведения рабочего колеса турбодетандера можно рассмотреть распределение векторов сил дисбаланса при различных вариантах нагружения (рис. 1).

Величина возникающего дисбаланса зависит от пространственного расположения и направления действующих векторов. Наибольшее влияние на отклонение системы оказывают векторы 1 и 4 (см. рис. 1), направленные в сторону прогиба ротора, так как именно они вносят максимальный вклад в отклонение от расчетного положения. В противоположность этому, воздействия со стороны векторов 3 и 6 характеризуются слабым влиянием. В связи с этим особую актуальность в области роторной динамики приобретает задача эффективного подавления осевых вибраций, особенно в устройствах с высокими скоростями вращения.

Понижение интенсивности вибраций вблизи резонансных режимов способствует повышению надёжности и долговечности роторов. В международной практике при оценке качества балансировки применяется стандарт ISO 1940/1, регламентирующий допуски на остаточный дисбаланс в жестких роторах.

Для оценки силовых характеристик адаптивного магнитного демпфирующего устройства была построена зависимость величины воздушного зазора от угловой скорости вращения (рис. 2) [3].

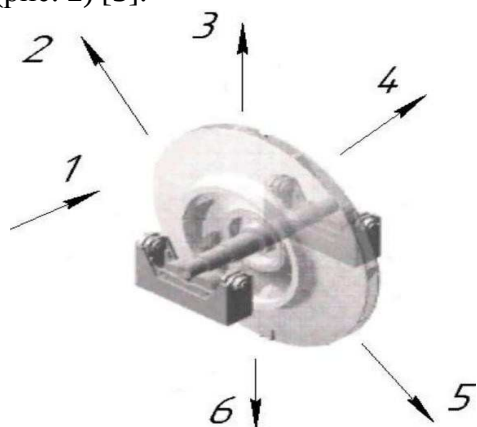


Рис. 1. Схема расположения векторов дисбалансов рабочего колеса: 1 – остаточный дисбаланс; 2, 4 – начальный дисбаланс; 3, 6 – суммарный дисбаланс начального дисбаланса; 5 – суммарный остаточный дисбаланс [3]

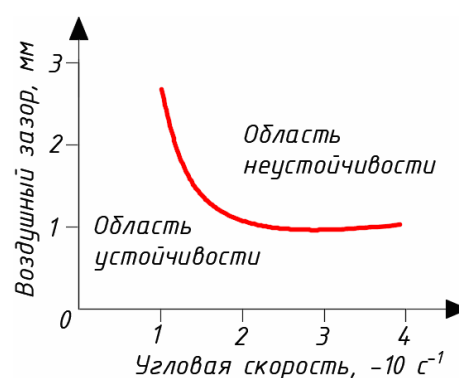


Рис. 2. График устойчивости магнитного демпфера

Наибольший интерес представляет поведение системы при экстремальных скоростях, где проявляется влияние параметров устойчивости. В условиях высоких оборотов демпфирование за счёт магнитных взаимодействий становится особенно эффективным.

Современные подходы к подавлению вибраций с применением постоянных магнитов получают всё большее признание. Однако классические решения на основе магнитного левитационного принципа обладают ограниченной адаптивностью. В случае касания

элементов между собой возникает риск повреждения контактных поверхностей. Исчерпывающий анализ моделей на принципах левитации изложен в работах [4-5], а наиболее полное представление о таких системах можно найти в исследованиях [6-8].

Целью данного исследования является разработка усовершенствованного адаптивного демпфирующего устройства, предназначенного для эффективного подавления осевых колебаний и анализа его силовых параметров в области динамической неустойчивости.

Адаптивный демпфер

На рисунке 3 представлена схема разработанного устройства, предназначенного для уменьшения амплитуды осевых колебаний. Основной принцип его работы основан на комбинированном применении магнитных и механически-упругих сил. Анализ силовых взаимодействий основан на методических подходах, описанных в [9, 10].

В данной конструкции реализован принцип магнитного отталкивания, при котором направления магнитных полей противоположны. Это создаёт риск размагничивания, особенно при недостаточной устойчивости магнитного материала. Для предотвращения этого используются магнитожёсткие материалы с высокой коэрцитивной силой и остаточной индукцией. Основной характеристикой, определяющей эффективность материала, является произведение $BH_{\max}$, отражающее его энергетические возможности. Дополнительно требуется, чтобы материал имел малую плотность, сохранял стабильность характеристик при нагреве, был механически прочным и имел высокое электрическое сопротивление для минимизации вихревых токов.

Одним из наиболее эффективных материалов, применяемых в конструкциях с постоянными магнитами, является феррит бария ($\text{BaO}_6\text{Fe}_2\text{O}_3$). Данный материал отличается высокой термической и химической стабильностью, а также значительной коэрцитивной силой, что обеспечивает его устойчивость к влиянию внешних магнитных полей. Благодаря этим свойствам он надёжен при эксплуатации в агрессивных или нестабильных условиях. Подробное сравнение магнитных характеристик высококоэрцитивных материалов, используемых как в отечественной, так и в зарубежной промышленности, представлено в источнике [11].

Работа магнитов организована таким образом, что они включаются поэтапно – в зависимости от величины амплитуды колебаний. Каждому уровню соответствует свой порог активации: от 20 до 80 мкм. Отсутствие плотного прилегания магнитов друг к другу даёт возможность управлять конфигурацией магнитного поля, предотвращая его жёсткую линейную зависимость от параметров перемагничивания [12]. Для последующего анализа сформирована расчетная схема, представленная на основе иллюстрации (рис. 4).

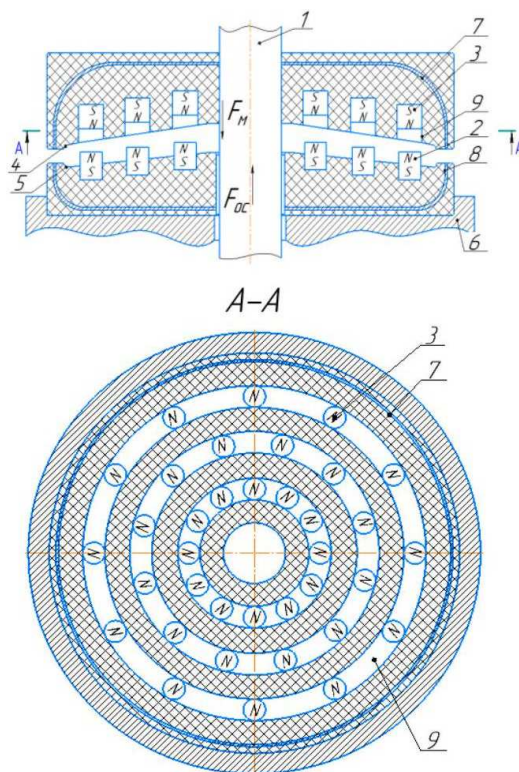


Рис. 3. Адаптивный демпфер: 1 – вал; 2, 3 – постоянные магниты; 4, 5 – конусы; 6 – корпус; 7, 8 – стаканы; 9 – канавка

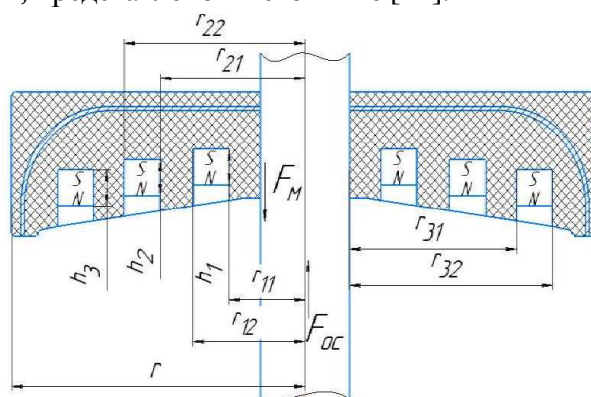


Рис. 4. Схема для расчетной модели

Демпфирующие материалы, содержащие армирующие металлические компоненты (например, в виде упругих вставок или слоистых конструкций), находят широкое применение в различных виброизолирующих системах. Такие материалы характеризуются высокой прочностью и способностью эффективно гасить колебания, хотя при этом демонстрируют нелинейность и анизотропию свойств. Для точного численного моделирования с применением конечно-элементных методов необходима информация о стабильных параметрах таких материалов. Важно подчеркнуть, что характеристики композитных материалов с интегрированными постоянными магнитами на сегодняшний день исследованы недостаточно полно. Имеющиеся научные работы преимущественно ограничиваются анализом в рамках линейных моделей.

Результаты исследований

Рассмотрим силовое взаимодействие в демпфирующем элементе конической формы, включающем постоянные магниты и усиленную вставку, работающую в режиме осевого сжатия.

Для определения величины этой силы целесообразно использовать подход, основанный на теории Рейсснера, что позволяет вывести соответствующее выражение согласно [13].

$$P = \left((0,83 + 0,25n) \cdot \left(\frac{R_{\text{кон}}}{H_{\text{кон}}} - \frac{r_{\text{вн}} - r}{h} \right)^{0,26-0,04n} \cdot \left(\frac{h_{\text{кон}}}{H_{\text{кон}}} - \frac{3 \cdot \sqrt[3]{(r_{11} - r_{12})(r_{21} - r_{22})(r_{31} - r_{32})}}{h_1 + h_2 + h_3} \right)^{1,87+0,13n} \right) \times \\ \times \alpha^{-1,13-0,08n} \cdot E H_{\text{кон}}^2,$$

где $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}, r_{31}, r_{32}$, – радиальные координаты характерных точек (например, положения магнитов, участков кромки или армирующих вставок), м; n – параметр, зависящий от типа применяемого материала (например, магнитного или упругого); $R_{\text{кон}}$ – радиус конической части конструкции, м; $H_{\text{кон}}$ – высота конической части, $r_{\text{вн}}$ – внутренний радиус области действия, м; r – текущая координата вдоль радиального направления, м; h – толщина упругого слоя, м; $h_{\text{кон}}$ – локальная толщина конической вставки, м; h_1, h_2, h_3 – толщина отдельных слоёв в многослойной структуре (например, резиновый, армирующий, демпфирующий), м; α – угол наклона конической поверхности (в радианах или градусах); E – модуль упругости материала упругого слоя, Па; $H_{\text{кон}}^2$ – квадрат высоты конической части, м².

В расчётной модели (рис. 4) необходимо учитывать наличие армирующего элемента. Для этого вводится поправочный коэффициент, отражающий усиление жёсткости конструкции [14]

$$\beta = \frac{\frac{h_{\text{ар}} \sqrt{6}}{r_{\text{вн}} - r_{\text{н}}}}{\frac{h \sqrt{6}}{r_{\text{вн}} - r_{\text{вн}}} - t h \cdot \frac{h \sqrt{6}}{r_{\text{вн}} - r_{\text{н}}}}, \quad (1)$$

где $h_{\text{ар}}$ – толщина армированной вставки, м; $r_{\text{вн}}, r_{\text{н}}$ – внешний и внутренний диаметр армированной вставки, м; t – относительная доля армирующего слоя в составе конструкции (коэффициент участия в деформации), безразмерный.

С учетом поправки (1) упругую силу можно выразить следующим образом:

$$P_{\partial} = \beta \cdot P.$$

Построим графическую зависимость упругой силы P от параметра n (см. рис. 5). Особый интерес представляет именно параметр n , так как его изменение позволяет оценивать поведение упругой составляющей без изменения геометрии конструкции.

Анализ кривой на рисунке 5 показывает, что внедрение армирующего элемента в структуру демпфера способствует увеличению упругих характеристик при тех же материалах и геометрических размерах. Переход границы устойчивости наблюдается при значении $n = 1,1$.

В зависимости от прикладываемой нагрузки магнитный демпфер может функционировать либо в режиме магнитной разгрузки, либо как система магнитной поддержки. Подавление колебаний обеспечивается за счёт взаимного отталкивания одинаково ориентированных (однополярных) магнитов, установленных соосно.

Для оценки силы магнитного отталкивания примем следующее предположение: магнитные элементы верхней части конструкции расположены напротив соответствующих магнитов нижней части.

Величина взаимодействующей силы определяется через потенциальную энергию, создаваемую верхними постоянными магнитами в магнитном поле нижней части системы [15]:

$$f = \frac{J_0^3}{4\mu_0} \cdot e^{-\left(\frac{2\pi(h_1+h_2+h_3)}{3\lambda}\right)},$$

где h_i – расстояние между соосными магнитами, м; λ – длина волны распределения намагниченности в направлении осевой силы, м; μ_0 – магнитная постоянная (магнитная проницаемость вакуума), Гн/м; J_0 – намагниченность постоянного магнита (амплитудное значение), А/м;

Выражение для расчета восстанавливающей силы на основе модели, изображенной на рисунке 4, будет иметь вид:

$$F_M = \frac{J_1 \cdot J_2 \cdot J_3 \cdot \mu_0}{3} \cdot f((r_{11}-r_{12})(r_{21}-r_{22})(r_{31}-r_{32}); h_1, h_2, h_3, d),$$

где J_i обозначает намагниченность соответствующего магнитного элемента, А/м.

На рисунке 6 представлена зависимость магнитной силы взаимодействия от длины волны, характеризующей распределение намагниченности. При сокращении воздушного зазора между частями конструкции наблюдается рост длины этой волны. В связи с этим данная характеристика может быть рассмотрена в качестве ключевого результирующего параметра, отражающего влияние геометрии на работу демпфирующей системы.

Состояние равновесия системы, определяемое условием компенсации всех внешних воздействий, должно обладать свойством устойчивости. Для анализа устойчивости динамики конструкции целесообразно применить критерий Л.М. Ляпунова [16]. Интегральная форма уравнения поступательного движения ротора вдоль оси Oz может быть представлена следующим выражением:

$$\frac{d}{dt} \left(\beta \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 + \frac{a(z)^2}{2} + az \cdot \frac{dz}{dt} \right) = (a - \beta) \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 + \frac{1}{m} \left(z - \beta \cdot \frac{dz}{dt} \right) \int \frac{B_r (2\pi(H_{\text{кон}} - h_{\text{кон}} - \delta_r) \delta_z) r^2}{\mu_0} dt,$$

где δ_r , δ_z – минимальный и максимальный воздушный зазор, м; a – коэффициент демпфирования; m – масса ротора или подвижного элемента, кг; B_r – радиальная составляющая магнитной индукции, Тл; z – текущая координата вдоль оси Oz (осевое перемещение ротора), м; $\frac{dz}{dt}$ – скорость осевого перемещения ротора, м/с.

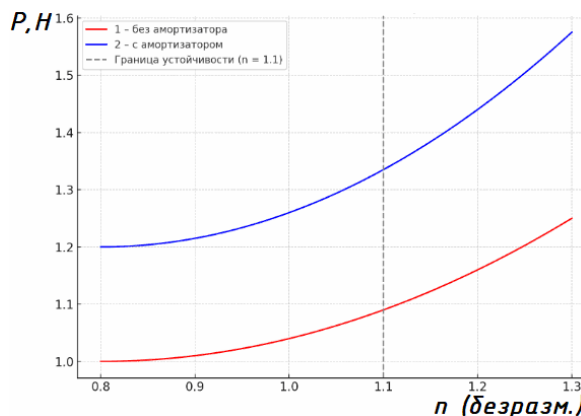


Рис. 5. Зависимость усилия P от величины n : 1 – без амортизатора; 2 – с амортизатором

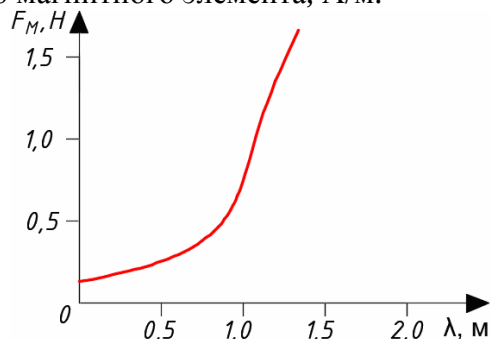


Рис. 6. Зависимость магнитной силы F_M от длины волны распределения намагниченности λ

Функция, находящаяся под знаком интеграла, является отрицательно определённой величиной. Левая часть уравнения соответствует функции Ляпунова, тогда как правая представляет собой производную этой функции, взятую с противоположным знаком. В соответствии с теоремой Л.М. Ляпунова, такое соотношение указывает на устойчивость рассматриваемой системы.

В рамках развития конструкции были разработаны демпферные устройства (рис. 7, 8), содержащие упругие элементы с переменной жёсткостью, обладающие повышенными эксплуатационными свойствами. Были реализованы следующие типы устройств: а) с волновыми (гибко-профилированными) элементами; б) с лепестковыми элементами.

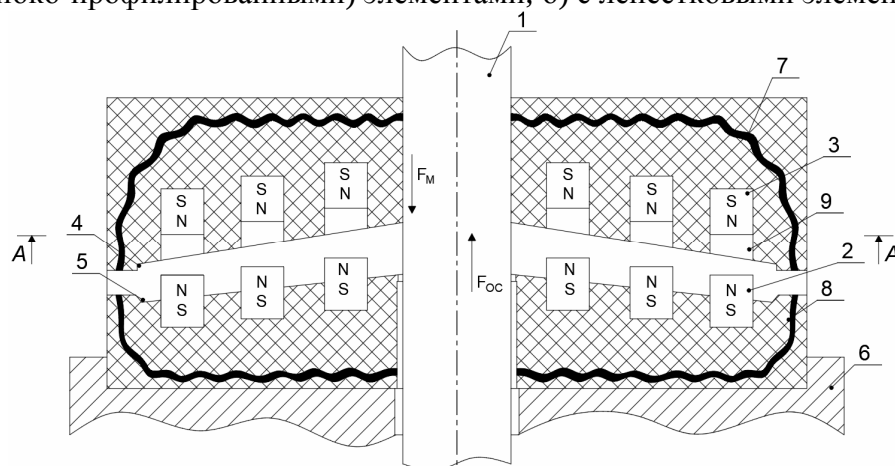


Рис. 7. Адаптивный демпфер с волновыми элементами жесткости: 1 – вал; 2, 3 – постоянные магниты; 4, 5 – конусы; 6 – корпус; 7, 8 – стаканы; 9 – канавка

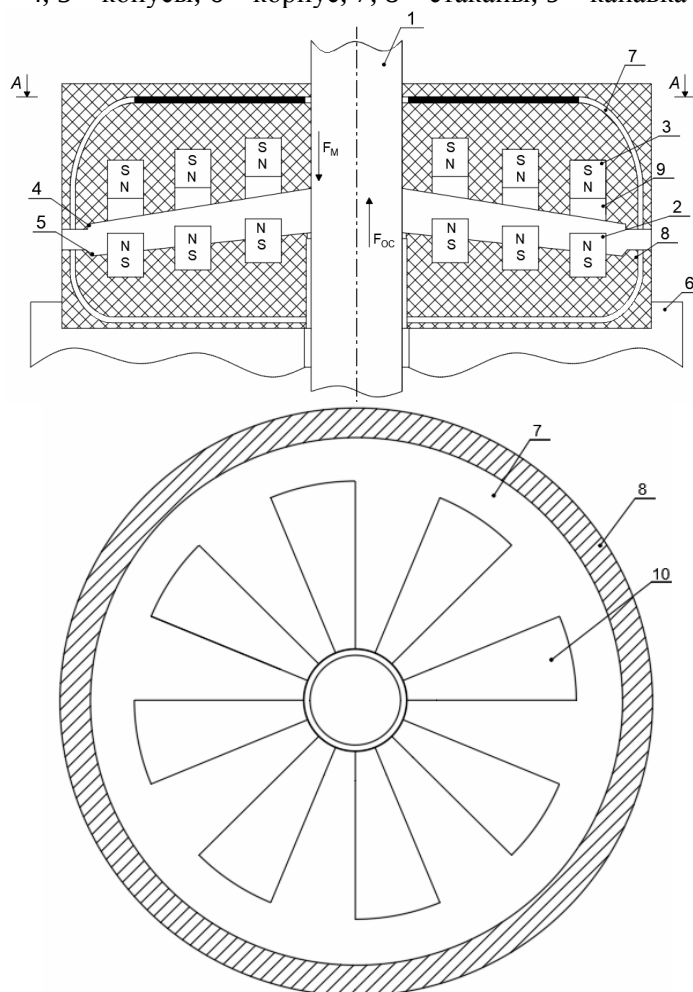


Рис. 8. Адаптивный демпфер с лепестковыми элементами жесткости: 1 – вал; 2, 3 – постоянные магниты; 4, 5 – конусы; 6 – корпус; 7, 8 – стаканы; 9 – канавка; 10 – лопастные элементы

Выводы

Подавление осевых колебаний в рассматриваемом демпфере обеспечивается совокупным действием магнитных и упругих сил, возникающих за счёт взаимодействия постоянных магнитов и элементов из резинометаллических материалов. Основу адаптивного поведения устройства составляет его конструктивное решение, предусматривающее комбинирование жёстких магнитных компонентов с деформируемыми упругими вставками. Разработанные математические зависимости остаются применимыми для широкого спектра магнитных материалов, что обеспечивает универсальность подхода при выборе конкретной элементной базы.

Список литературы

1. Пушкин В.Н., Корнев Д.Ю., Вахрушев Н.В., Скиба В.Ю., Парц К.А. Прогнозирование технических характеристик интегрального технологического оборудования // Труды Братского государственного университета. Серия: Естественные и инженерные науки. – 2014. – №2. – С. 97-101.
2. ГОСТ Р 31320-2006. Вибрация. Методы и критерии балансировки гибких роторов. – М.: Стандартинформ, 2008. – 27 с.
3. Савин Л.А., Соломин О.В. Активные магнитные подшипники: принципы функционирования и моделирования // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – №2. – С. 33-37.
4. Чернышов Н.Н., Лупиков В.С., Байда Е.И., Крюкова Н.В., Геляровская О.А. Возможности магнитной левитации ферромагнитных тел в градиентном магнитном поле обмоток постоянного тока // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Вакуум, чистые материалы, сверхпроводники. – 2008. – №1. – С. 115-122.
5. Danby G.R., Powell J.R. Design approaches and parameters for magnetically levitated transport system // Superconductivity and its application. – London: Elsevier, 1988. – P. 318-342.
6. Антонов Ю.Ф., Зайцев А.А., Морозова Е.И. Исследование магнитодинамической левитации и электродинамического торможения грузовой транспортной платформы // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2014. – №4. – С. 5-15.
7. Lebrun R., Ross A., Bender S.A., Quaiumzadeh A., Baldrati L., Cramer J., Brataas A., Duine R.A., Kläui M. Tunable long-distance spin transport in a crystalline antiferromagnetic iron oxide // Nature. 2018, vol. 561, no. 7722, pp. 222-225.
8. Верещагин В.П., Клабуков В.А. Математическая модель магнитного подшипника // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – 2009. – Т. 112, № 5. – С. 17-22.
9. Богданов Ю.В., Гуськов А.М. Моделирование динамики ротора электрошпинделя на магнитных подшипниках // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2015. – №1. – С. 201-220.
10. Голенков Г.М., Бондар С.А. Численный расчёт магнитного поля и основных характеристик электровибратора на основе коаксиально-линейного двигателя с постоянными магнитами // Электротехника и электромеханика. – 2007. – №1. – С. 812.
11. Семенов Е.А., Ляхова М.Б., Лукин А.А., Карпенков А.Ю., Лукина Е.А. Методика исследования процессов перемангничивания в магнитных системах Sm-Co-Fe-Cu-Zr при высоких температурах // Металловедение и термическая обработка металлов. – 2018. – №8. – С. 8-12.
12. Зими́на Г.В., Николаева И.И., Таук М.В., Цыганкова М.В. Экстракционные схемы разделения редкоземельных металлов // Цветные металлы. – 2015. – №4. – С. 23-27.
13. Балакин П.Д., Красотина Л.В., Кривцов А.В. Статика резинометаллического виброизолятора // Омский научный вестник. – 2016. – №3. – С. 10-14.
14. Earnshaw S. On the nature of molecular forces which regulate the constitution of luminiferous ether // Transactions of Cambridge Philosophie Society. 1842, vol. 7, pp. 97-112.
15. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Основы теории автоматического управления. – Тамбов: ТГУ, 2003. – 308 с.
16. Pakshin P.V., Pozdyayev V.V. Existence criterion of the common quadratic Lyapunov function for a set of linear second-order systems // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2005, vol. 44, no. 4, pp. 519-524.

References

1. Pushnin V.N., Kornev D.Yu., Vakhrushev N.V., Skiba V.Yu., Partz K.A. Forecasting the technical characteristics of integrated technological equipment // Proceedings of the Fraternal State University. Series: Natural and Engineering Sciences. 2014, no. 2, pp. 97-101.
2. GOST R 31320-2006. Vibration. Methods and criteria for balancing flexible rotors. – M.: Standartinform, 2008. – 27 p.
3. Savin L.A., Solomin O.V. Active magnetic bearings: principles of operation and modeling // Mechatronics, automation, control. 2009, no. 2, pp. 33-37.
4. Chernyshov N.N., Lupikov V.S., Bayda E.I., Kryukova N.V., Gelyarovskaya O.A. Possibilities of magnetic levitation of ferromagnetic bodies in the gradient magnetic field of DC windings // Issues of atomic science and technology. Series: Vacuum, pure materials, superconductors. 2008, no. 1, pp. 115-122.

5. Danby G.R., Powell J.R. Design approaches and parameters for magnetically levitated transport system // Superconductivity and its application. – London: Elsevier, 1988. – P. 318-342.
6. Antonov Yu.F., Zaitsev A.A., Morozova E.I. Investigation of magnetodynamic levitation and electrodynamic braking of a cargo transport platform // Proceedings of the Saint-Petersburg University of Railway Communications. 2014, no. 4, pp. 5-15.
7. Lebrun R., Ross A., Bender S.A., Quaiumzadeh A., Baldrati L., Cramer J., Brataas A., Duine R.A., Kläui M. Tunable long-distance spin transport in a crystalline antiferromagnetic iron oxide // Nature. 2018, vol. 561, no. 7722, pp. 222-225.
8. Vereshchagin V.P., Klabukov V.A. Mathematical model of a magnetic bearing // Questions of electromechanics. Proceedings of VNIIE. 2009, vol. 112, no. 5, pp. 17-22.
9. Bogdanov Yu.V., Guskov A.M. Modeling the dynamics of an electrospindle rotor on magnetic bearings // Science and Education: scientific edition of the Bauman Moscow State Technical University. 2015, no. 1, pp. 201-220.
10. Golenkov G.M., Bondar S.A. Numerical calculation of the magnetic field and the main characteristics of an electrovibrator based on a coaxial linear motor with permanent magnets // Electrical engineering and electromechanics. 2007, no. 1, pp. 8-12.
11. Semenov E.A., Lyakhova M.B., Lukin A.A., Karpenkov A.Yu., E. Lukina.A. Methodology for studying the processes of remagnetization in magnetic systems of sm-co-Fe-KR-zirconium at high temperatures // Metallurgy and heat treatment of metals. 2018, no. 8, pp. 8-12.
12. Zimina G.V., Nikolaeva I.I., Tauk M.V., Tsygankova M.V. Extraction schemes for the separation of rare earth metals // Non-ferrous metals. 2015, no. 4, pp. 23-27.
13. Balakin P.D., Krasotina L.V., Krivtsov A.V. Statics of a rubber-metal vibration isolator // Omsk Scientific Bulletin. 2016, no. 3, pp. 10-14.
14. Earnshaw S. On the nature of molecular forces which regulate the constitution of luminiferous ether // Transactions of Cambridge Philosophie Society. 1842, vol. 7, pp. 97-112.
15. Lazareva T.Ya., Martemyanov Yu.F. Fundamentals of the theory of automatic control. – Tambov: TSU, 2003. – 308 p.
16. Pakshin P.V., Pozdyaev V.V. Criterion for the existence of a general quadratic Lyapunov function for a set of second-order linear systems // International Journal of Computer and System Sciences. 2005, vol. 44, no. 4, pp. 519-524.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Петровский Эдуард Аркадьевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологические машины и оборудование нефтегазового комплекса»	Petrovsky Eduard Arkadyevich – doctor of technical sciences, professor at the Department of "Technological machines and equipment of the oil and gas complex"
Семеско Яков Александрович – магистрант	Semesko Yakov Aleksandrovich – master's student
@mail.ru	

Получена 09.06.2025