

ПРИМЕНЕНИЕ МУРАВЬИНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ЗАДАЧИ ТРЁХМЕРНОЙ УПАКОВКИ ГРУЗОВ

Маклашин Д.И., Хабаров С.П.

*Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С.М. Кирова,
Санкт-Петербург*

Ключевые слова: муравьиный алгоритм, трёхмерная упаковка, метод максимального заполнения пространства, 3D-BPP, жадный алгоритм, логистическая оптимизация, заполнение пространства.

Аннотация. Задача трёхмерной упаковки грузов является одной из ключевых в логистике и управлении ресурсами, возникающей при необходимости оптимального размещения объектов в ограниченном пространстве транспортных средств или складов. В данной работе предложен гибридный алгоритм, использующий муравьиный алгоритм для определения порядка размещения ящиков и метод максимального заполнения пространства для их эффективной укладки в трёхмерном пространстве. Подход сочетает адаптивную эвристику на основе феромонов с управлением свободным пространством, что позволяет учитывать объём, вес и стоимость грузов. Проведённые эксперименты демонстрируют способность алгоритма достигать высокой плотности упаковки и превосходить традиционные методы, такие как жадный алгоритм, по экономическим критериям. Исследование подчёркивает новизну применения муравьиного алгоритма к задаче трёхмерной упаковки и его потенциал для оптимизации транспортных процессов. Перспективы работы связаны с адаптацией подхода к динамическим условиям и интеграцией с другими методами.

APPLICATION OF THE ANT COLONY OPTIMIZATION ALGORITHM TO THE THREE-DIMENSIONAL CARGO PACKING PROBLEM

Maklashin D.I., Khabarov S.P.

Saint-Petersburg State Forest technical University named after S.M. Kirov, Saint-Petersburg

Keywords: ant algorithm, three-dimensional packaging, maximum space filling method, greedy algorithm, 3D-BPP, logistics optimization, space filling.

Abstract. The three-dimensional cargo packing problem is a fundamental challenge in logistics and resource management, emerging whenever objects must be optimally placed within the confined space of transport vehicles or warehouses. This study proposes a hybrid algorithm combining the ant colony optimization method to determine box placement order with the maximum space filling technique for efficient spatial arrangement. The approach integrates pheromone-based adaptive heuristics with space management, addressing volume, weight, and cost constraints. Experiments demonstrate its ability to achieve high packing density and outperform conventional methods, such as the greedy algorithm, in economic terms. The research highlights the novelty of applying the ant colony optimization method to three-dimensional packing and its potential for optimizing transport processes. Future work aims at adapting it to dynamic conditions and combining it with other techniques.

Введение. Задача трёхмерной упаковки грузов (3D Bin Packing Problem, 3D-BPP [1, 2]) представляет собой классическую проблему комбинаторной оптимизации, актуальную для логистики и управления ресурсами. Её цель – эффективное размещение набора трёхмерных объектов в контейнере с ограничениями по объёму и весу, а в некоторых случаях – с учётом дополнительных критериев, таких как стоимость. Будучи NP-трудной, эта задача часто решается с помощью эвристических и метаэвристических методов. Например, в работе [3] для её решения применён генетический алгоритм, демонстрирующий высокую эффективность. В другой работе применяется комбинация динамического программирования с мемоизацией [4]. Есть гибридный подход с разделением процесса поиска на два этапа и применение на каждом из этих этапов различных алгоритмов [5]. Решение задачи также производилось с помощью метода глубокого обучения [6, 7]. Однако муравьиный алгоритм (Ant Colony Optimization, ACO), успешно используемый для других комбинаторных задач, редко рассматривался в контексте трёхмерной упаковки, что подчёркивает новизну данного исследования.

В настоящей работе предложен подход к решению 3D Bin Packing с использованием АСО [8]. Разработанная реализация сочетает двухэтапное размещение ящиков с методом максимального заполнения пространства и адаптивной эвристикой на основе феромонов. Целью исследования является оценка применимости АСО для данной задачи, анализ влияния его параметров (α , β , RHO) на качество решений и сравнение с традиционным алгоритмом. Несмотря на предварительный характер результатов, работа направлена на изучение потенциала АСО как альтернативы существующим методам.

Основная идея предлагаемого подхода к решению поставленной задачи состоит в комбинации метаэвристического подхода АСО, который формирует порядок размещения ящиков, и метода Maximal-Space, который определяет конкретные позиции ящиков в трёхмерном пространстве грузовика.

Муравьиный алгоритм (АСО). Муравьиный алгоритм используется для выбора подмножества ящиков, которые будут размещаться в грузовике. На каждой итерации алгоритма создаётся подмножество решений (упаковок), где каждый муравей формирует своё решение, основываясь на феромонах и эвристической информации.

Эвристика учитывает стоимость ящиков на единицу объёма, определяемую как стоимость, делённая на их объём, что позволяет приоритетно выбирать более «ценные» ящики с точки зрения стоимости на единицу объёма. Вероятность выбора ящика определяется формулой:

$$Q_i = (\tau_i)^\alpha \cdot (\mu_i)^\beta, \quad (1)$$

где τ_i – уровень феромона для пакета i , μ_i – эвристическая ценность (стоимость/объём ящика), α и β – параметры, регулирующие влияние феромонов и эвристики соответственно.

Ящик выбирается, если случайное число $r \in [0,1)$ меньше P_i :

$$P_i = Q_i / (1 + Q_i). \quad (2)$$

После формирования решения оно оценивается с помощью метода Maximal-Space, и феромоны обновляются с учётом качества лучшего решения.

Метод Maximal-Space. Этот метод [9] представляет собой эвристический подход к решению задачи трёхмерной упаковки (3D Bin Packing Problem), основанный на управлении свободным пространством внутри контейнера (в данном случае кузова грузовика). Его цель – эффективно разместить ящики, минимизируя неиспользованное пространство, с учётом геометрических ограничений и максимальной грузоподъёмности.

Метод применяется как второй этап после выбора подмножества ящиков муравьиным (АСО) или жадным алгоритмом. Метод работает итеративно, последовательно размещая ящики в грузовике. Основные шаги его работы следующие.

1. *Инициализация пространства.* На начальном этапе грузовик представляется как единое трёхмерное пространство с размерами L , W , H (длина, ширина, высота). Это пространство добавляется в список доступных областей (*spaces*) как объект *Space* с координатами $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ и размерами (L, W, H) .

2. *Сортировка ящиков (опционально).* Для повышения эффективности заполнения ящики предварительно сортируются по убыванию длины. Это позволяет сначала размещать более крупные ящики, что снижает фрагментацию пространства на ранних этапах. В случае жадного алгоритма сортировка обязательна, в АСО – опциональна, так как порядок определяется феромонами.

3. *Проверка возможности размещения.* Для каждого ящика из входного списка алгоритм перебирает доступные пространства из списка *spaces*. Ящик с размерами (l, w, h) (длина, ширина, высота) может быть размещён в пространстве *Space* (S) с размерами (L_S, W_S, H_S) , если выполняются условия:

$$l \leq L_S, \quad w \leq W_S, \quad h \leq H_S. \quad (3)$$

Дополнительно проверяется отсутствие пересечений с уже размещёнными ящиками.

4. *Размещение ящика.* Если подходящее пространство найдено, ящик размещается в позиции (x, y, z) , соответствующей началу выбранного пространства (обычно нижний левый угол: $x = x_S, y = y_S, z = z_S$). Ящик добавляется в список размещённых вместе с его позицией.

5. *Обновление списка пространств.* После размещения ящика текущее пространство удаляется из списка *spaces*, и создаются новые пространства, представляющие оставшиеся свободные области:

по оси x : $(x+l, y, z)$, размер $(L_s - l, W_s, H_s)$;

по оси y : $(x, y+w, z)$, размер $(L_s W_s - w, H_s)$;

по оси z : $(x, y, z+h)$, размер $(L_s W_s H_i - h)$.

6. *Обработка неразмещённых ящиков.* Если ящик не удаётся разместить ни в одном из доступных пространств (из-за геометрических ограничений, пересечений или превышения веса), он добавляется в список неразмещённых.

7. *Двухэтапное размещение.* Для повышения плотности упаковки метод включает второй этап: после размещения всех ящиков из исходного списка алгоритм повторно пытается разместить неразмещённые ящики в оставшихся пространствах. Это позволяет заполнить небольшие «пробелы», которые могли остаться после первого прохода.

8. *Оценка качества решения.* После завершения размещения вычисляется коэффициент заполнения (*fitness*), определяемый как отношение суммарного объёма размещённых ящиков к общему объёму грузовика:

$$fitness = \frac{\sum_{раз.ящики} (l_i \cdot w_i \cdot h_i)}{L \cdot W \cdot H}. \quad (4)$$

Используемый при решении задачи трехмерной упаковки метод Maximal-Space обладает рядом преимуществ:

- Эффективное управление пространством. Разбиение пространства на непересекающиеся области позволяет минимизировать неиспользованные «пробелы».

- Учёт ограничений. Метод учитывает не только геометрические размеры, но и ограничения по весу, что делает его применимым для реальных задач.

- Гибкость. Двухэтапное размещение повышает плотность упаковки, особенно для разнородных ящиков.

- Простота реализации. В отличие от более сложных методов, таких как Best-Fit Decreasing (BFD), Wall Building [10], Maximal-Space не требует значительных вычислительных ресурсов, что делает его подходящим для задач с фиксированной ориентацией ящиков.

Следует отметить, что, несмотря на ряд существенных преимуществ, метод Maximal-Space имеет и ряд ограничений:

- Зависимость от порядка размещения: эффективность сильно зависит от исходной сортировки ящиков или качества решений, предоставленных АСО.

- Возможная фрагментация: при большом числе разнородных ящиков разбиение пространства может привести к созданию множества мелких областей, в которые трудно разместить оставшиеся ящики.

Процесс работы гибридного АСО алгоритма представлен на UML-диаграмме активности (рис. 1).

Диаграмма подчёркивает модульность подхода: АСО отвечает за выбор ящиков, а Maximal-Space – за их размещение, что позволяет гибко комбинировать эти методы с другими алгоритмами.



Рис. 1. UML-диаграмма активности предложенного алгоритма

Эксперименты и результаты АСО. Для оценки эффективности предложенного подхода был проведён эксперимент на синтетическом наборе данных: грузовик размером 13,7×2,5×2,5 метров с максимальной грузоподъёмностью 20000 кг и 24 ящика (табл. 1) с различными размерами, весом и стоимостью.

Алгоритм АСО тестировался с различными комбинациями параметров α , β , RHO (коэффициент испарения феромонов). Число муравьёв установлено равным 50, количество итераций – 100, при $seed$ – 42. Данные о результатах представлены в таблице 2.

Табл. 1. Пример типичных структур ящиков

Длина, м	Ширина, м	Глубина, м	Стоимость	Вес, кг	Кол-во
12	1,2	1,2	120	3000	3
6	1,2	1,2	60	1500	3
4	1,2	1,2	80	1000	5
2	1,2	1,2	40	500	7
1,5	1,2	1,2	30	375	6

Табл. 2. Результаты экспериментов с разными коэффициентами

α	β	RHO	Заполнение, %	Вес, кг	Стоимость	Неразмещённые ящики, кол-во
3,0	2,0	0,35	89,97	13375	950	5
5,0	5,0	0,35	89,97	13375	950	4
15,0	2,0	0,35	89,13	13250	940	6
1,0	10,0	0,35	82,41	12250	920	5
4,0	4,0	0,35	90,81	13500	900	5
5,0	1,0	0,5	90,81	13500	900	7
3,0	3,0	0,35	89,97	13375	890	5
1,0	2,0	0,35	89,97	13375	890	6
5,0	2,0	0,35	89,13	13250	880	4
3,0	3,0	0,9	90,81	13500	840	8
15,0	2,0	0,2	89,97	13375	830	8
10,0	1,0	0,35	89,29	13125	810	10
20,0	1,0	0,1	90,81	13500	780	11
25,0	1,0	0,1	87,45	13000	740	13
15,0	1,0	0,35	79,88	11875	710	12
20,0	4,0	0,5	56,34	8375	670	9

Анализ влияния параметров АСО. Анализ влияния параметров АСО, представленных в таблице 1, показал, что наибольшее заполнение пространства (90,81%) достигается в нескольких конфигурациях, в частности при:

$\alpha = 4,0$; $\beta = 4,0$; $RHO = 0,35$;

$\alpha = 5,0$; $\beta = 1,0$; $RHO = 0,5$;

$\alpha = 20,0$; $\beta = 1,0$; $RHO = 0,1$.

При этом максимальная стоимость (950) получена при $\alpha=3,0$; $\beta=2,0$; $RHO=0,35$ с заполнением 89,97% и весом 13375 кг (рис. 2).

Увеличение α до значений выше 10 приводит к ухудшению всех метрик. Так, при $\alpha=20,0$ заполнение снижается до 56,34% (рис. 3), а при $\alpha=25,0$ стоимость падает до 740 (рис. 3). Это связано с преждевременной сходимостью алгоритма из-за переоценки феромонов, что ограничивает способность муравьёв исследовать новые решения.

Наилучшие сбалансированные конфигурации лежат в диапазоне $\alpha \in [1,0; 5,0]$, $\beta \in [2,0; 5,0]$, $RHO \in [0,1; 0,5]$ что позволяет достигать высокого заполнения (до 90,81%), веса (до 13500 кг) и стоимости (до 950), минимизируя количество неразмещённых ящиков (до 4).

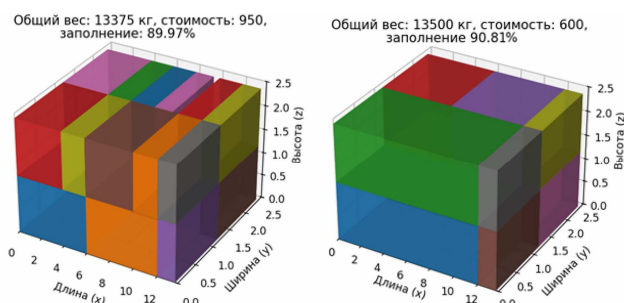


Рис. 2. Визуализация набора для фуры в 3D пространстве (АСО – слева, жадный алгоритм – справа)

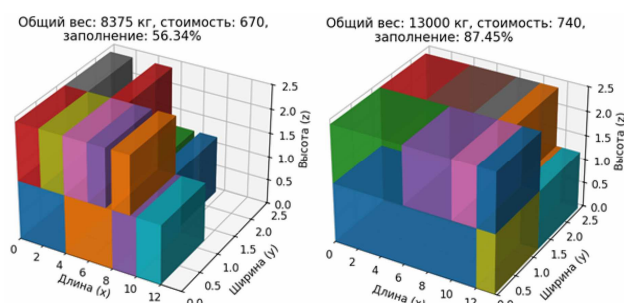


Рис. 3. Упаковка пакетов АСО: падение заполненности до 56% при слишком высоком коэффициенте $\alpha=20,0$ (слева); падение стоимости до 740 ед. при слишком высоком коэффициенте $\alpha=25,0$ (справа)

Сравнение с жадным алгоритмом. Жадный алгоритм представляет собой детерминированный подход, предполагающий сортировку пакетов по убыванию длины и последовательное размещение в доступное пространство с помощью метода Maximal-Space.

Для оценки эффективности предложенного подхода было проведено его сравнение с жадным алгоритмом, который сортирует ящики по убыванию длины и размещает их с использованием метода Maximal-Space. Для сравнения выбрана конфигурация АСО с параметрами $\alpha = 4,0$; $\beta = 4,0$; $RHO = 0,35$, которая обеспечивает высокое качество решения. Результаты представлены в таблице 3.

Табл. 3. Сравнение результатов алгоритмов

Метрика	АСО ($\alpha = 4,0$; $\beta = 4,0$; $RHO = 0,35$)	Жадный алгоритм
Заполнение, %	90,81	90,81
Вес, кг	13,500	13,500
Стоимость	900	600
Неразмещённые ящики	5	15

Оба алгоритма достигли одинакового заполнения (90,81%) и веса (13500 кг), что подчёркивает способность жадного алгоритма эффективно максимизировать использование объёма грузовика за счёт сортировки ящиков по длине (рис. 2).

Однако муравьиный алгоритм значительно превосходит жадный подход по стоимости (900 против 600, что на 50% выше), поскольку АСО учитывает этот критерий через эвристику и феромоны, адаптируясь к многокритериальной природе задачи. Кроме того, АСО демонстрирует большую гибкость, оставляя меньше неразмещённых ящиков (5 против 15), что свидетельствует о его способности лучше справляться с ограничениями трёхмерной упаковки.

Закключение. Разработанный подход, основанный на муравьином алгоритме (АСО) в сочетании с методом *Maximal-Space*, подтвердил свою эффективность для решения задачи трёхмерной упаковки грузов. Проведённые эксперименты показали, что АСО способен успешно балансировать между ключевыми критериями оптимизации – заполнением пространства (до 90,81%), весом (до 13500 кг) и стоимостью (до 950 единиц). В сравнении с жадным алгоритмом АСО демонстрирует значительное преимущество: при одинаковом заполнении (90,81%) и весе (13500 кг) он увеличивает стоимость на 50% (900 против 600) и снижает количество неразмещённых ящиков (5 против 15), что подчёркивает его адаптивность к многокритериальным задачам, где важна экономическая ценность груза.

Практическая значимость предложенного подхода особенно высока в логистике, где требуется оптимизировать загрузку грузовиков с учётом не только объёма и веса, но и стоимости груза. Например, в задачах, связанных с максимизацией прибыли от перевозки, АСО может стать более эффективной альтернативой традиционным жадным методам. Модульная структура алгоритма, разделяющая выбор ящиков (через АСО) и их размещение (через *Maximal-Space*), открывает возможности для интеграции с другими

метаэвристическими методами, такими как генетические алгоритмы, для дальнейшего повышения качества решений.

Для более полной оценки применимости подхода необходимы дополнительные исследования с использованием реальных данных и увеличенного числа ящиков. Перспективным направлением дальнейших работ является изучение влияния различных эвристических функций на результаты, а также адаптация алгоритма к задачам с динамическими ограничениями, такими как нестабильность груза или приоритетная загрузка определённых ящиков.

Список литературы

1. Zhu W., Chen S., Deng M., Dai M., Tao J. Solving the 3D Bin Packing Problem with Stacking Constraints // Computers and Industrial Engineering. 2024, vol. 188, pp. 109814. DOI: 10.1016/j.cie.2023.109814.
2. Korte B., Vygen J. Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms. – Berlin: Springer, 2006. – 596 p.
3. Курейчик В.В., Заруба Д.В., Запорожец Д.Ю. Применение генетического алгоритма решения задачи трехмерной упаковки // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – №7(132). – С. 8-14.
4. Катаева Л.Ю., Масленников Д.А. Об одном подходе к более плотной упаковке типовых грузов в группу вагонов // Актуальные проблемы современного транспорта. – 2023. – №3(13). – С. 42-49.
5. Курейчик В.В., Глущенко А.Е., Орлов А.Н. Гибридный подход для решения задачи 3-х мерной упаковки // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2016. – №6(179). – С. 45-53.
6. Hu H., Zhang X., Yan X., Wang L., Xu Y. Solving a New 3D Bin Packing Problem with Deep Reinforcement Learning Method // arXiv. 2017. doi.org/10.48550/arXiv.1708.05930.
7. Zhao H., She Q., Zhu C., Yang Y., Xu K. Online 3D Bin Packing with Constrained Deep Reinforcement Learning // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2021, vol. 35, P. 741-749. doi.org/10.1609/aaai.v35i1.16155.
8. Dorigo M. Optimization, Learning and Natural Algorithms: PhD thesis. – Milano: Politecnico di Milano, 1992. – 123 p.
9. Mu X. Combinatorial Optimization for 3D Container Loading Problem: Master thesis. – Leiden: Universiteit Leiden, 2014. – 62 p.
10. Habr.com. Про двумерную упаковку: offline алгоритмы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habr.com/ru/articles/136225/>

References

1. Zhu W., Chen S., Deng M., Dai M., Tao J. Solving the 3D Bin Packing Problem with Stacking Constraints // Computers and Industrial Engineering. 2024, vol. 188, pp. 109814. DOI: 10.1016/j.cie.2023.109814.
2. Korte B., Vygen J. Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms. – Berlin: Springer, 2006. – 596 p.
3. Kureychik V.V., Zaruba D.V., Zaporozhets D.Yu. Application of Genetic Algorithm for Solving the Three-Dimensional Packing Problem // News of SFU. Technical Sciences. 2012, no. 7(132), pp. 8-14.
4. Kataeva L.Yu., Maslennikov D.A. On an Approach to Denser Packing of Standard Cargoes into a Group of Wagons // Actual Problems of Modern Transport. 2023, no. 3(13), pp. 42-49.
5. Kureychik V.V., Glushchenko A.E., Orlov A.N. Hybrid Approach for Solving the 3D Packing Problem // News of SFU. Technical Sciences. 2016, no. 6(179), pp. 45-53.
6. Hu H., Zhang X., Yan X., Wang L., Xu Y. Solving a New 3D Bin Packing Problem with Deep Reinforcement Learning Method // arXiv. 2017. doi.org/10.48550/arXiv.1708.05930.
7. Zhao H., She Q., Zhu C., Yang Y., Xu K. Online 3D Bin Packing with Constrained Deep Reinforcement Learning // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2021, vol. 35, P. 741-749. doi.org/10.1609/aaai.v35i1.16155.
8. Dorigo M. Optimization, Learning and Natural Algorithms: PhD thesis. – Milano: Politecnico di Milano, 1992. – 123 p.
9. Mu X. Combinatorial Optimization for 3D Container Loading Problem: Master thesis. – Leiden: Universiteit Leiden, 2014. – 62 p.
10. Habr.com. On Two-Dimensional Packing: Offline Algorithms [Electronic resource]. – Access mode: <https://habr.com/ru/articles/136225/>

Сведения об авторах:

Маклашин Денис Игоревич – магистрант

Хабаров Сергей Петрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент, доцент кафедры информационных систем и технологий

densuper2005@gmail.com

Information about authors:

Maklashin Denis Igorevich – Master's student

Khabarov Sergey Petrovich – candidate of technical sciences, senior researcher, associate professor, associate professor of the Department of information systems and technologies

Получена 09.04.2025