

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ВТУЛОК ПРОФИЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ С РАВНООСНЫМ КОНТУРОМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Непомнящих Е.В., Ильиных В.А., Дудаев М.А.

Забайкальский институт железнодорожного транспорта, Чита

Ключевые слова: разъемные профильные соединения, детали машин, конечно-элементная модель вал-втулка, плоские кривые с равноосным контуром, напряжения, деформации.

Аннотация. Развитие отечественного машиностроения требует решения задач повышения прочности и жесткости устройств соединений машин, которые предназначены для передачи крутящего момента. Разработана методика расчета и конструирования профильных соединений на примере разборных профильных соединений с учетом контактного взаимодействия профильного пятигранного вала и профильного пятигранного отверстия в тонкостенной ступице с зазором. Проведен анализ влияния значений внешних нагрузок и конструктивных параметров на напряженно-деформированное состояние деталей профильного соединения, обеспечивающих допускаемые расширения втулок при действии распорных сил при передаче неревверсируемых крутящих моментов для замкнутых кривых с равноосным контуром. Путем применения компьютерного моделирования с использованием программного комплекса Simcenter Femap Version 2022.1 определены значения напряжений и расширений (перемещений) в сопряженных деталях соединений для предельных величин внешних нагрузок методом конечных элементов. Определена область применения соединений типа РК-5 в ответственных узлах металлорежущего оборудования и других машин. В настоящее время разработка методики проектирования многогранных профильных соединений типа РК-5 и их модификаций является перспективной актуальной задачей. Для этого требуется проведение глубокого анализа отечественной и зарубежной литературы, а также патентного поиска.

INVESTIGATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THIN-WALLED BUSHINGS OF PROFILE JOINTS WITH AN EQUIAXED CONTOUR BY THE FINITE ELEMENT METHOD

Nepomnyashchikh E.V., Ilinykh V.A., Dudaev M.A.

Zabaikalsky Institute of Railway Transport, Chita

Keywords: detachable profile joints, machine parts, finite element shaft-sleeve model, flat curves with equiaxed contour, stresses, deformations.

Abstract. The development of domestic engineering requires solving the problems of increasing the strength and rigidity of machine connection devices that are designed to transmit torque. A method for calculating and constructing profile joints has been developed using the example of collapsible profile joints, taking into account the contact interaction of a profile pentahedral shaft and a profile pentahedral hole in a thin-walled hub with a gap. The analysis of the influence of the values of external loads and design parameters on the stress-strain state of the profile joint parts, which ensure the permissible expansion of the bushings under the action of spacer forces during the transmission of non-reversible torques for closed curves with an equiaxed contour. By applying computer modeling using the Simcenter Femap Version 2022.1 software package, the values of stresses and extensions (displacements) in the coupled parts of the joints for limiting external loads using the finite element method were determined. The scope of application of PK-5 type joints in critical components of metal-cutting equipment and other machines has been determined. Currently, the development of a methodology for designing multifaceted profile joints of the PK-5 type and their modifications is a promising and urgent task. This requires an in-depth analysis of domestic and foreign literature, as well as a patent search.

Введение

Целью данной работы является расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) деталей профильных соединений, с пятью гранями оснащенных тонкостенной втулкой при действии крутящего момента. Особенностью деталей профильных соединений, является то, что поверхности сопряжений вала и отверстия втулки очерчены замкнутой плоской кривой с равноосным контуром с нечетным числом граней равным трем, пяти и более [1-4]. Для

достижения поставленной цели, решена задача определения значений распорных радиальных сил (F_r) от действия крутящего момента ($M_{кр}$), а также характера распределения напряжений и расширений втулок разной толщины при действии предельных крутящих моментов ($M_{кр}$).

Компьютерное моделирование и методы расчета

Компьютерное моделирование с использованием программного комплекса МКЭ *Simcenter Femap Version 2022.1* позволило определить значения напряжений и расширений в сопряженных деталях профильных соединений для средних толщин втулок при передаче предельных нереверсируемых крутящих моментов.

Для проведения численных расчетов профильного соединения с равноосным контуром с числом граней равным пяти методом конечных элементов была предложена расчётная схема закрепления и нагружения модели профильного соединения при передаче крутящего момента (рис. 1).

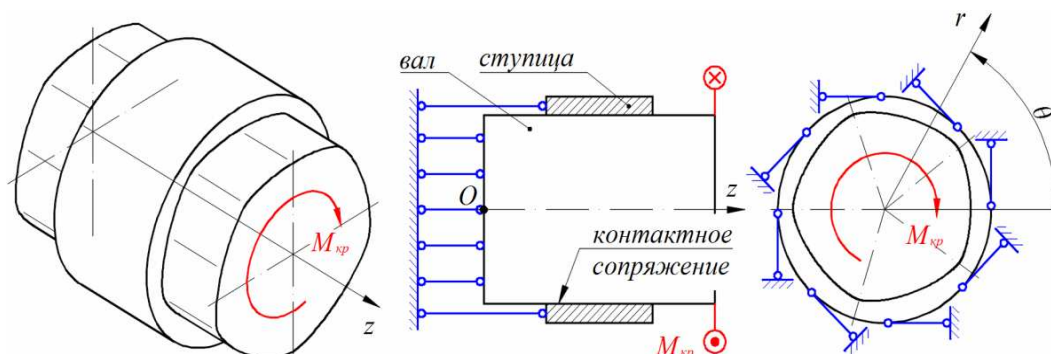


Рис. 1. Расчетная схема закрепления и нагружения модели типа РК-5

При исследовании НДС методом конечных элементов (МКЭ) профильных соединений типа РК-5 применена методика расчета профильных трехгранных соединений типа РК-3. Основные этапы данной методики расчета изложены в работе [5].

При разработке методики расчета профильных соединений типа РК-5 приняты следующие допущения:

- детали РК-5 профильных соединений идеальные без отклонений формы и шероховатости сопряженных поверхностей;
- контактное взаимодействие деталей происходит без учета смазывания;
- профильное соединение типа РК-5 выполнено с зазором по «плотной» посадке в системе отверстия;
- задача решается в статической постановке при заданном положении вала и втулки.

Расчет напряженно-деформированного состояния профильного соединения типа РК-5 проведен методом конечных элементов [6, 7] на основе конечных элементов в виде восьми узлового изопараметрического гексаэдра (рис. 2) [8, 9].

Основная идея МКЭ заключается в дискретизации непрерывной области определения твердого тела элементами конечных размеров (КЭ) (рис. 3) [6, 7]. Элементы соединяются друг с другом обычно в угловых точках (узлах). Совокупность конечных элементов образует, конечно-элементную сетку. Закрепления (кинематические граничные условия) и нагрузки (силовые граничные условия) прикладываются к сетке КЭ через узлы.

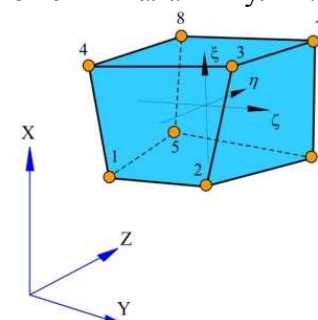


Рис. 2. Конечный элемент в виде изопараметрического гексаэдра

Обоснование механической интерпретации МКЭ в задачах статики может быть выполнено с использованием вариационно-энергетического принципа Лагранжа. «Из всех возможных перемещений точек твердого тела равновесное состояние соблюдается на таких перемещениях, при бесконечно малом изменении которых, вариация полной энергии системы равна нулю».

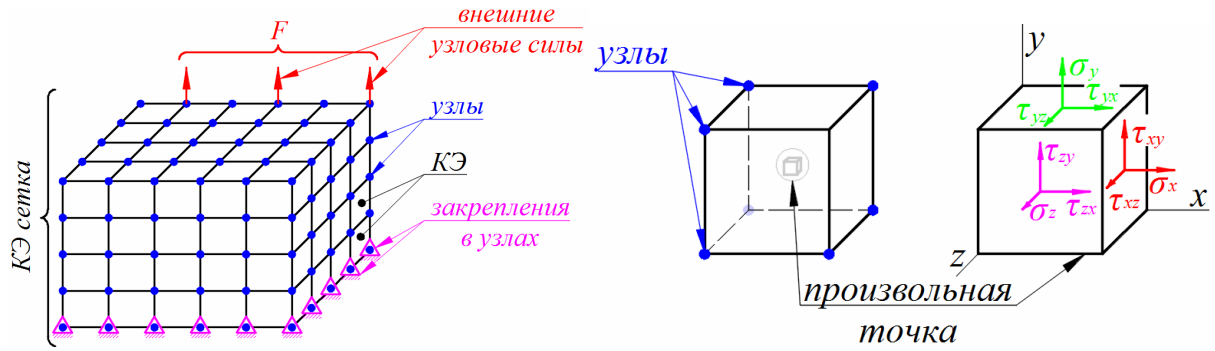


Рис. 3. Разбиение исследуемой детали на конечные элементы [6]

В таком случае поле перемещений точек твердого вала (втулки) принимаются в качестве основного неизвестного.

Вектор перемещений произвольной точки $\vec{\delta}$ в пределах КЭ аппроксимируется через узловые значения $\vec{\delta}_{re}$:

$$\vec{\delta} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [N] \cdot \vec{\delta}_{re}, \quad (1)$$

где u, v, w – перемещения точки вдоль осей координат x, y, z соответственно; $[N]$ – матрица функций форм (ФФ) КЭ.

Матрица функций форм имеет блочную структуру вида:

$$[N] = [[N]_1 \dots [N]_i \dots [N]_n]; [N]_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix}; \quad (2)$$

где N_i – ФФ i -го узла КЭ; n – количество узлов КЭ.

Вектор деформаций и напряжений в точке КЭ соответственно имеет вид:

$$\vec{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}; \quad \vec{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Из теории упругости [10, 11] известны геометрические уравнения Коши и закон Гука:

$$\vec{\varepsilon} = [A] \cdot \vec{\delta}; \quad \vec{\sigma} = [D] \cdot \vec{\varepsilon}, \quad (4)$$

где $[A]$ – матрица операторов частных производных по направлениям осей системы координат x, y и z , которая в общем случае имеет вид

$$[A] = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$[D]$ – матрица упругости, которая в общем случае объемного напряженного состояния имеет вид:

$$[D] = \begin{bmatrix} 2G + \lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2G + \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2G + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где G – модуль сдвига материала вала (втулки); λ – параметр Ляме материала вала (втулки).

Распространяя выражения для определения полной энергии КЭ в задачах статики, на основании вариационно-энергетического принципа Лагранжа для равновесного состояния системы при вариации перемещений $\delta(\vec{\delta}_r)$ на все количество n_e конечных элементов сетки [6, 7], получим систему разрешающих уравнений МКЭ в статике вида:

$$[K] \cdot \vec{\delta}_r = \vec{F}_r, \quad (7)$$

где $[K]$ – матрица жесткости КЭ модели:

$$[K] = \sum_{i=1}^{n_e} [K]_{ei}, \quad (8)$$

$\vec{\delta}_r$ – вектор узловых перемещений КЭ модели; $\vec{F}_r$ – вектор узловых сил КЭ модели.

Общее уравнение равновесия рассматриваемого механического устройства (профильного соединения типа РК-5) имеет вид:

$$[K]\{\delta\} = \{F\}. \quad (9)$$

Формирование глобальной матрицы жесткости $[K]$ осуществляется суммированием из отдельных матриц элементов с использованием топологической информации.

Формирование вектора $\{F\}$ осуществляется по номенклатуре и топологии тех областей конечно-элементной модели, где эти нагрузки определены [7].

В результате решения глобальной системы алгебраических уравнений (9) имеем некоторое поле перемещений, представленное в узловых точках значениями компонент глобального вектор-столбца перемещений $\{\delta\}$.

Конечно-элементная модель соединения применительно к решению поставленной задачи

Эскиз рассматриваемого соединения вала и втулки представлен на рисунках 4, а, б. Наружный диаметр втулки выполнен в двух вариантах: 60 мм и 66 мм, при этом средняя толщина стенки втулки составляет 5 мм и 8 мм соответственно. Для разработки конечно-элементных моделей построены геометрические трехмерные модели соединения (рис. 4, в, г).

С использованием геометрической трехмерной модели построена конечно-элементная (КЭ) модель соединения (рис. 5). Модель построена в глобальной цилиндрической системе координат. Основным типом конечного элемента, использованного при построении модели, являлся восьмиузловой изопараметрический гексаэдр (рис. 2) с дополнительными степенями свободы не связанными с узлами [8]. Материал деталей вала и втулки – легированная сталь 40Х с модулем упругости $E = 210000$ МПа и коэффициентом Пуассона $\mu = 0,28$ [12].

Моделирование сопряжений в КЭ модели реализовано с применением контактных поверхностей. Начальные условия сопряжения деталей модели – «номинальные», то есть геометрия поперечного сечения вала в точности соответствует геометрии отверстия во втулке, а величины зазоров-натягов равны нулю. Коэффициент трения между стальными деталями соединения задан равным 0,15 [8, 9].

Торцевые поверхности вала и втулки закреплены в продольном направлении (вдоль оси z системы координат). Внешняя поверхность втулки закреплена в окружном направлении. В радиальном направлении все узлы освобождены. Крутящий момент $M_{кр}$ приложен к торцевой поверхности вала и распределяется на узлы в виде окружных сил.

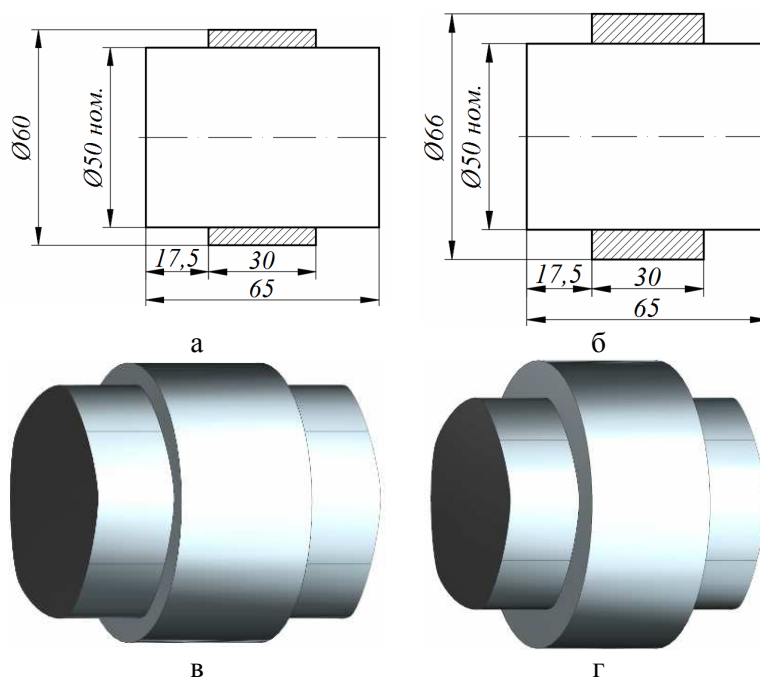


Рис. 4. Эскиз и трехмерная модель соединения

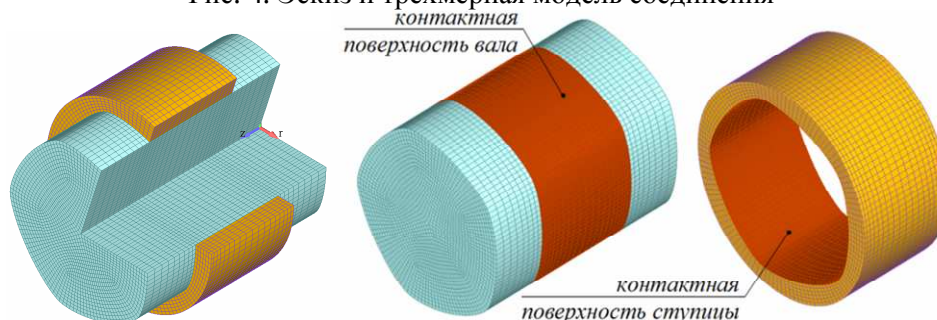


Рис. 5. Конечно-элементная модель соединения

Выполненные расчеты показали, что напряжения в деталях РК-5 профильного соединения распределяются неравномерно. Это зависит от толщины втулки и значений передаваемого крутящего момента. Максимальные напряжения возникают в точках контакта сопряженных поверхностей вала и втулки с большим радиусом кривизны т.е. у «вершин» пятигранного профиля (рис. 6).

Анализ напряженно-деформированного состояния РК-5 профильного соединения показал, что при передаче крутящего момента величиной от 80 до 120 Н·м радиальные напряжения во втулке не превышают 50 МПа. Расчеты выполнены для средней толщины втулки от 5 до 8 мм при посадочном диаметре отверстия равном 50 мм и эксцентриситете 0,8 мм.

При увеличении крутящего момента до 200 Н·м значения радиальных напряжений в профильной втулке с толщиной стенки 8 мм также не превышают допустимые и составляют не более 60 МПа. При уменьшении средней толщины втулки до 5 мм радиальные напряжения увеличиваются и составляют не более 90 МПа. Условие прочности также выполняется.

Анализ НДС деталей профильного соединения с использованием МКЭ позволил определить предельные значения радиальных перемещений тонкостенных втулок при передаче соединением крутящего момента. Зависимости радиальных перемещений для расчетной толщины стенки втулки по посадочной длине вала показаны на рисунках 7, 8. Втулка расположена на валу на расстоянии 17,5 мм от торца вала (рис. 7, 8), поэтому за начало координат по длине втулки принято именно это значение.

Установлено, что радиальные перемещения (расширение) втулки в рассматриваемых поперечных сечениях зависят от средней толщины стенки, значений крутящего момента и носят нелинейный характер (рис. 9). Уменьшение средней толщины стенки втулки от 8 до 5 мм приводит к увеличению радиальных перемещений втулки.

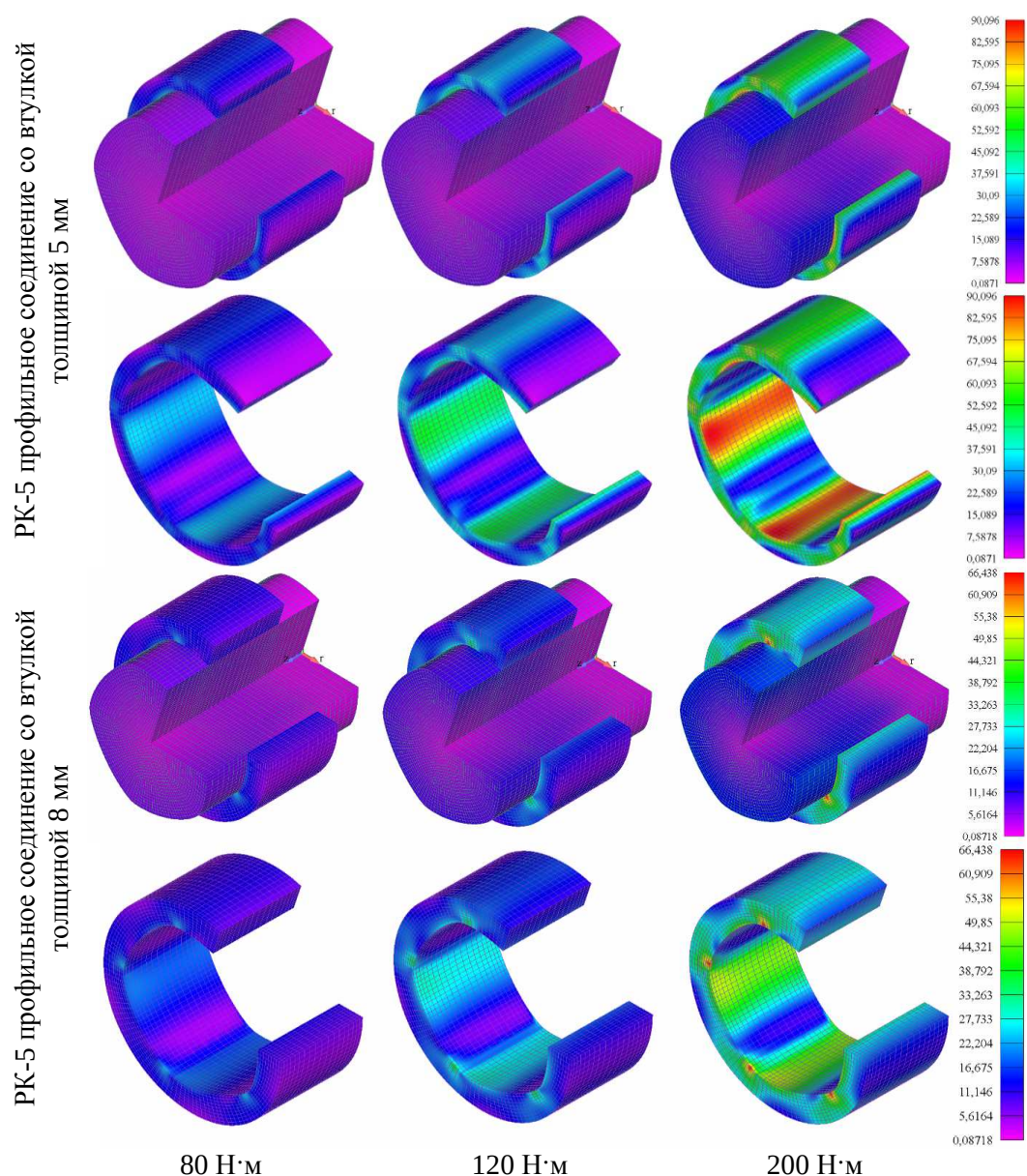


Рис. 6. Распределение напряжений в РК-5 профильном соединении с зазором в сборе и отдельно для втулки, МПа

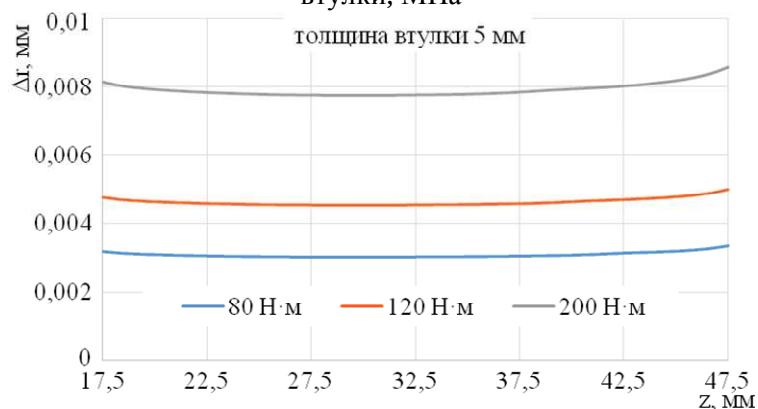


Рис. 7. Зависимость радиальных перемещений втулки с РК-5 профильным отверстием по посадочной длине вала от крутящего момента

Анализ расчетных значений напряжений в тонкостенной втулке с профильным отверстием типа РК-5, показал, что предельные значения не превышают допускаемые для углеродистых и легированных сталей марок 45, 40Х, 40ХН при рекомендуемом способе термической обработки [12-14].

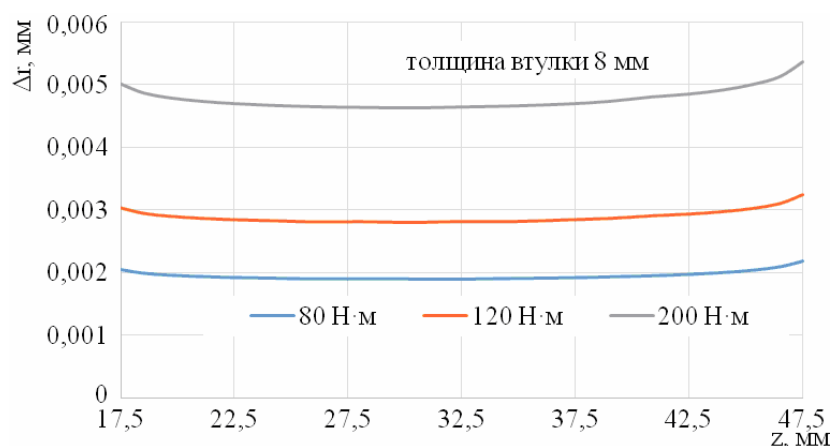


Рис. 8. Зависимость радиальных перемещений втулки с РК-5 профильным отверстием от посадочной длины вала от крутящего момента

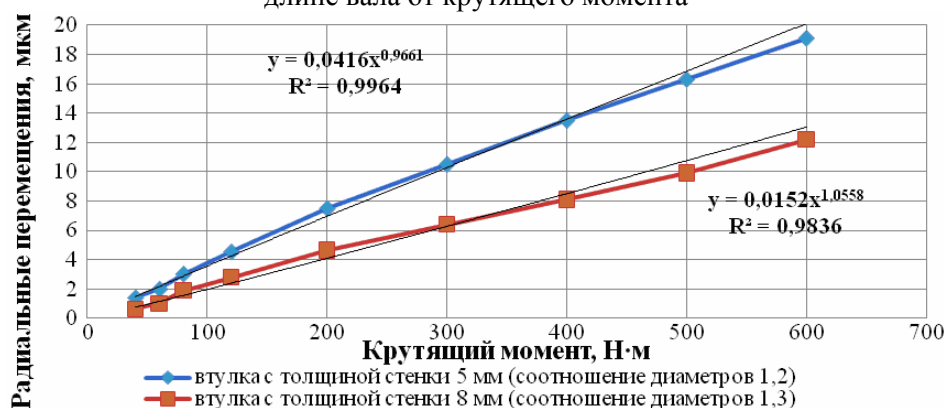


Рис. 9. Зависимость радиальных перемещений втулки с РК-5 профильным отверстием от крутящего момента

Закключение

1. Разработана методика проектирования инновационных конструкций устройств с использованием компьютерного моделирования моментопередающих профильных соединений типа РК-5 оснащенных тонкостенными втулками с соотношением диаметров 1,2 и 1,32.

2. Установлено, что предельные значения напряжений и расширений втулок РК-5 профильных соединений не превышают допустимые значения при передаче крутящих моментов до 600 Н·м.

2. Получены зависимости, позволяющие прогнозировать напряжения и радиальные биения тонкостенных зубчатых колес зубчатых механизмов машин при передаче нереверсируемых крутящих моментов.

Список литературы

1. Курносов Н.Е., Евтюшкин А.И. О возможности использования и расширения сферы применения профильных бесшпоночных соединений // Вестник Пензенского государственного университета. – 2013. – №3. – С. 75-78.
2. Ильиных В.А., Линейцев В.Ю., Белкина О.С., Непомнящих Е.В. Оценка напряженно-деформированного состояния профильных соединений узлов машин // Омский научный вестник. – 2024. – № 3(191). – С. 31-38. – DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-31-38.
3. Pichuev E. Evaluation of quality parameters of the torque transmission connections of the multi-purpose machine spindle joints // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020, vol. 896, p. 012102. DOI: 10.1088/1757-899X/896/1/012102.
4. Ильиных В.А., Косов М.Г. Оценка влияния конструктивных параметров на напряженное состояние стыков РК-профильных соединений поляризационно-оптическим методом // Вестник машиностроения. – 1990. – №11. – С. 64-66.
5. Рожкова Е.А., Ильиных В.А., Ярилов В.Е. Анализ напряженно-деформированного состояния деталей РК-3 профильного соединения с натягом методом конечных элементов (МКЭ) // Вестник СамГУПС. – 2016. – №4(34). – С. 35-41.
6. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов – М.: Мир, 1976. – 349 с.

7. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов: Учеб. пособие для студентов авиац. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1985. – 392 с.
8. Ильиных В.А., Ярилов В.Е., Рожкова Е.А. Оценка точности и прочности модульной системы вспомогательного инструмента на основе профильных соединений // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2019. – №23(3). – С. 451-462. – DOI: 10.21285/1814-3520-2019-3-451-462.
9. Дудаев М.А. Модификация алгоритма минимальной степени для повышения эффективности вычислений при итерационном решении контактной задачи теории упругости методом конечных элементов // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2024. – №3(35). – С. 133-146. – DOI: 10.25729/ESI.2024.35.3.012.
10. Тимошенко С.П. Теория упругости. – М.: Машиностроение, 1975. – 500 с.
11. Александров В.М., Чебаков М.И. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 304 с.
12. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.
13. Анурьев В. И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3-х т. Т. 1: справочник. – 9-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 2006. – 928 с.
14. Модуль упругости стали [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e-metall.ru/blog/uprugost-stali>.

References

1. Kournosov N.E., Evtyushkin A.I. On the possibility of using and expanding the sphere of use of specialized nondescripts // Bulletin of Penza State University. 2013, no. 3, pp. 75-78
2. Ilinykh V.A., Linetsev V.Yu., Belkina O.S., Nepomnyashchikh E.V. Assessment of a stress-deformed state of profile joints of machine units // Omsk Scientific Bulletin. 2024, no. 3(191), pp. 31-38. DOI: 10.25206/1813-8225-2024-191-31-38.
3. Pichuev E. Evaluation of quality parameters of the torque transmission connections of the multi-purpose machine spindle joints // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020, vol. 896, p. 012102. DOI: 10.1088/1757-899X/896/1/012102.
4. Ilinykh V.A., Kosov M.G. Assessment of the influence of structural parameters on the tense state of the joints of the Republic of Kazakhstan-specialized compounds with a polarization-optical method // Bulletin of Engineering. 1990, no. 11, pp. 64-66.
5. Rozhkova E.A., Ilinykh V.A., Yarilov V.E. Analysis of the stress-deformed state of the parts of the RK-3 of the profile connection with the tension method (MKE) // Bulletin of SamGUPS. 2016, no. 4(34), pp. 35-41.
6. Streng G., Fix J. Theory of the finite elements method. – М.: World, 1976. – 349 p.
7. Oblastsov I.F., Savelyev L.M., Khazanov H. S. Method of final elements in the tasks of construction mechanics of aircraft: textbook manual for students of aviation special universities – М.: Higher school, 1985. – 392 p.
8. Ilinykh V.A., Yarilov V.E., Rozhkova E.A. Assessment of the accuracy and strength of the modular system of auxiliary tools based on specialized connections // Bulletin of the Irkutsk State Technical University. 2019, no. 23(3), pp. 451-462. DOI: 10.21285/1814-3520-2019-3-451-462.
9. Dudaev M.A. Modification of the minimum degree algorithm to increase the effectiveness of calculations in the iteration solution of the contact problem of the theory of elasticity by the method of final elements // Information and mathematical technologies in science and management. 2024, no. 3(35), pp. 133-146. DOI: 10.25729/ESI.2024.35.3.012.
10. Tymoshenko S.P. The theory of elasticity. – М.: Mechanical Engineering, 1975. – 500 p.
11. Aleksandrov V.M., Chebakov M.I. Analytical methods in contact tasks of the theory of elasticity. – М.: FIZMATLIT, 2004. – 304 p.
12. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. Handbook of Material Resistance. – Kyiv: Sciences Dumka, 1988. – 736 p.
13. Anuryev V. I. Handbook of the designer-machine-builder: in 3 volumes. T. 1: Handbook. – 9th ed., rev. and add. – М.: Mechanical Engineering, 2006. – 928 p.
14. The elasticity module became [Electronic resource]. – Access mode: <https://e-metall.ru/blog/uprugost-stali>.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Непомнящих Евгений Владимирович – старший преподаватель кафедры «Строительства железных дорог»	Nepomnyashchikh Evgeniy Vladimirovich – senior lecturer of the Department of «Building of railways»
Ильиных Виктор Анатольевич – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Прикладной механики и математики»	Il'nykh Victor Anatolievich – doctor of engineering science, associate professor, professor of the Department of «Applied mechanics and mathematics»
Дудаев Михаил Алексеевич – старший преподаватель кафедры «Физика, механика и приборостроение» nepom84@mail.ru	Dudaev Mikhail Alekseevich – senior lecturer of the Department of «Physics, mechanics and instrumentation»

Получена 17.03.2025