

РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА ВИБРАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ ПОДВОДНЫХ КАБЕЛЕЙ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ОПОРНЫХ ВЕКТОРОВ

Энес А.З., Ошхунов М.М., Бечелова А.Р.

Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Нальчик

Ключевые слова: подводный кабель, сигнал, метод конечных элементов, метод опорных векторов, метод Галеркина, классификация изображений.

Аннотация. В данной работе рассматриваются методы машинного обучения и численного моделирования для анализа подводных сигналов, возникающих в результате механических воздействий. В ходе исследования был применен метод конечных элементов для создания точной математической модели, описывающей поведение подводного кабеля под влиянием различных внешних факторов. Для численного моделирования использовался программный комплекс COMSOL Multiphysics. В результате моделирования были получены сигналы вибрационных колебаний, которые затем были использованы для более детального анализа. Для исследования сигналов использовался метод опорных векторов, представляющий собой мощный инструмент для обработки данных, особенно в контексте анализа изображений. В результате был проведен эксперимент по классификации изображений вибрационных сигналов с применением метода опорных векторов, который продемонстрировал высокую степень точности в распознавании сигналов. Полученные результаты свидетельствуют о том, что разработанный алгоритм может использоваться для мониторинга и анализа состояния подводной кабельной инфраструктуры.

DEVELOPMENT OF A NUMERICAL MODEL FOR THE ANALYSIS OF VIBRATION SIGNALS OF UNDERWATER CABLES AND THEIR CLASSIFICATION WITH METHOD OF REFERENCE VECTORS

Enes A.Z., Oshkhunov M.M., Bechelova A.R.

Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov, Nalchik

Keywords: submarine cable, signal, finite element method, support vector machine, Galerkin method, image classification.

Abstract. This paper discusses machine learning and numerical modeling methods for analyzing underwater signals resulting from mechanical impacts. The study used the finite element method to create an accurate mathematical model describing the behavior of a submarine cable under the influence of various external factors. The COMSOL Multiphysics software package was used for this study. As a result of the study, vibration signals were obtained, which were then used for more detailed analysis. To study the signals, the support vector machine was used, which is a powerful data processing tool, especially in the context of image analysis. As a result, an experiment was conducted to classify vibration signal images using a support vector machine, which showed high accuracy in signal recognition. The results show that the developed algorithm can be used to monitor and analyze the condition of the submarine cable infrastructure.

Введение

Морская энергетика значительно зависит от подводных кабелей, изготовленных из поливинилхлоридного пластика (ПВХ). Однако, учитывая сложные условия морской среды, эти кабели подвергаются различным рискам, в частности повреждениям от корабельных якорей. Такие повреждения могут нанести ущерб изоляции и броне подводных кабелей, и при этом некоторые из них могут остаться незамеченными в момент происшествия. Со временем, под воздействием морской воды и электрических полей, такие повреждения могут привести к более значительным неисправностям, имеющим серьезные последствия. Поэтому, своевременное обнаружение неисправностей подводных кабелей играет важную роль в обеспечении стабильной и надежной передачи электроэнергии [1, 2].

Целью данной работы является создание численной модели, предназначенной для анализа вибрационных сигналов подводных кабелей, и их последующая классификация с использованием метода опорных векторов (SVM).

Применение методов машинного обучения для выявления аномалий с использованием алгоритма One-Class SVM

Метод опорных векторов (Support Vector Machine, SVM) является одним из популярных методов машинного обучения, который используется для классификации и регрессии. В данной работе реализована его версия для обнаружения аномалий – One-Class SVM (Одноклассовый метод опорных векторов), особенно эффективная для задач классификации изображений. Во-первых, потому что One-Class SVM использует различные функции ядра, которые дают возможность выявлять сложные и нелинейные зависимости в данных. Во-вторых, существенным преимуществом метода One-Class SVM является его высокая устойчивость к переобучению, что обусловлено тем, что алгоритм опирается исключительно на нормальные данные в процессе обучения. В отличие от традиционных методов машинного обучения, которые используют как положительные, так и отрицательные классы для обучения, One-Class SVM фокусируется только на нормальных образцах. Это позволяет ему эффективно выявлять аномалии, определяя отклонения от изученной нормальной модели. Также One-Class SVM менее восприимчив к шумам и несущественным отклонениям, которые могут исказить результаты. Это делает его особенно ценным для задач, связанных с анализом вибраций, где данные могут содержать много шумов.

Основные концепции One-Class SVM

1. Гиперплоскость и разделение

One-Class SVM формирует гиперплоскость в пространстве признаков, которая обеспечивает максимальное расстояние до нормальных данных, находящихся в исходной точке координат. Алгоритм оптимизирует гиперплоскость таким образом, чтобы максимально увеличить расстояние до ближайших нормальных образцов. Это гарантирует, что все нормальные данные находятся внутри установленного объема, разделенного этой гиперплоскостью. Образцы, выходящие за пределы этой гиперплоскости, классифицируются как аномальные, что приводит к их исключению из множества нормальных данных.

2. Функция основного ядра

Для улучшения возможности разделения SVM применяет ядро (например, радиальное базисное ядро), что позволяет преобразовать данные в более высокоразмерное пространство. Это преобразование обеспечивает условия для линейного разделения даже в случаях, когда исходные данные не поддаются такому разделению [3-5].

Радиальное базисное ядро (RBF) определяется следующим образом:

$$K(x_i, x_j) = \exp(-\gamma |x_i - x_j|^2), \quad (1)$$

где γ – параметр, определяющий дальное действие влияния данных.

3. Оптимизация и ограничения

Для решения задачи минимизации и настройки гиперплоскости используется следующая формула:

$$\min_{w, \xi, \rho} \|w^2\| + \frac{1}{\nu_n} \sum_{i=1}^n \xi_i - \rho, \quad (2)$$

при ограничениях:

$$w \cdot \phi(x_i) \geq \rho - \xi_i, \quad \xi_i \geq 0,$$

где w – вектор весов, $\phi(x_i)$ – отображение данных в пространство признаков, ξ_i – переменные отклонения, учитывающие допускаемые ошибки классификации, ρ – смещение гиперплоскости, ν – параметр, управляющий количеством выбросов (обычно малая величина).

Таким образом, One-Class SVM представляет собой мощный инструмент для классификации изображений, позволяя эффективно обнаруживать аномалии и обеспечивать устойчивость к шуму данных.

Использование метода конечных элементов для построения модели подводного кабеля при механических воздействиях

Подводный кабель – это специализированный кабель, проложенный по морскому дну, предназначенный для передачи телекоммуникационных данных и электрической энергии. Его конструкция включает в себя проводники, изоляционные слои и защитную оболочку для обеспечения долговечности и устойчивости к внешним воздействиям. Данный кабель используется для обеспечения электрической связи между различными береговыми установками, а также для соединения энергосистем.

Для контроля состояния подводных кабелей применяются оптические датчики вибрации. Распределенные оптические датчики используются для измерения таких величин, как температура, деформация, механические вибрации. Подавая оптические сигналы в оптические волокна, можно собрать данные о вибрациях морских кабелей путем анализа отраженных и рассеянных оптических сигналов. Этот процесс позволяет выполнять мониторинг состояния кабелей и диагностику их неисправностей. Датчики вибрации устанавливаются на кабели, чтобы фиксировать любые изменения в их механическом состоянии, например, при воздействии внешних факторов, таких как подводные якоря, судно или природные катастрофы (рис. 1).

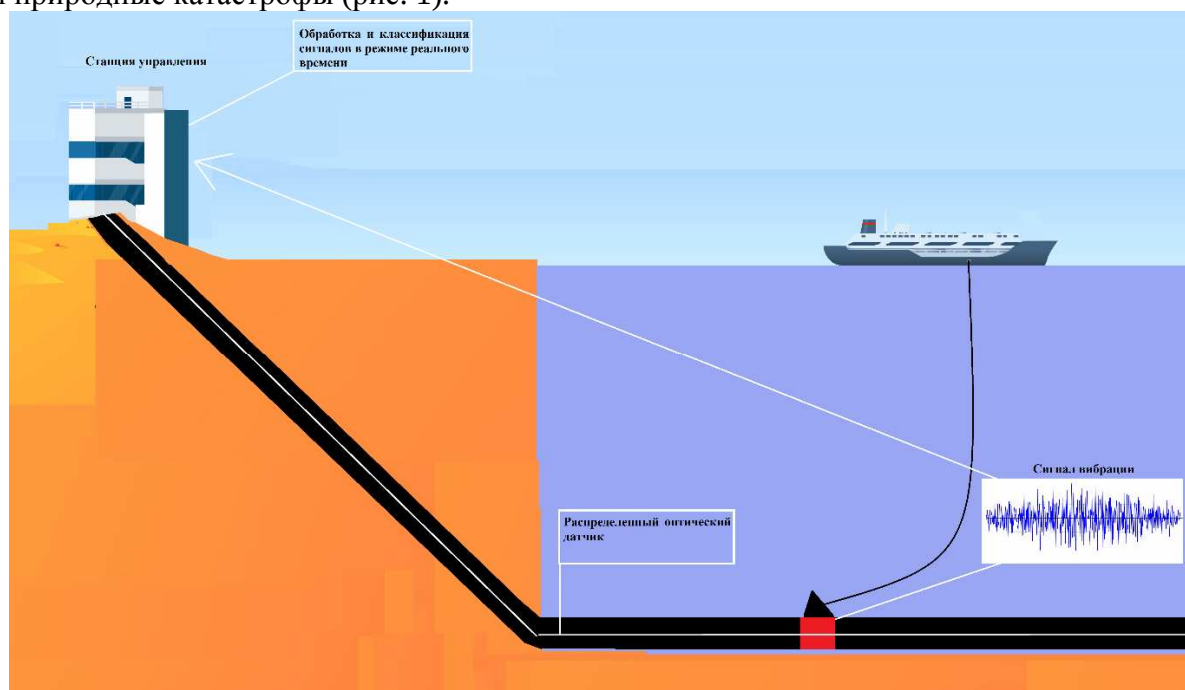


Рис. 1. Схематическое изображение процесса обработки сигнала вибрации на станции в режиме реального времени

Полученные данные о вибрациях могут быть проанализированы и обработаны на наземных центральных станциях управления (рис. 1). Это обеспечивает возможность осуществления мониторинга в реальном времени и раннего предупреждения о потенциальных проблемах, связанных с подводным кабелем.

Метод конечных элементов представляет собой эффективный инструмент для моделирования вибраций подводных кабелей в ситуациях, когда происходит механическое воздействие. Для описания поведения подводного кабеля при воздействии на него внешних сил, необходимо построение сложной математической модели, которая позволит учитывать различные физические и механические аспекты.

В качестве примера смоделируем ситуацию, когда якорь массой $m = 400$ кг и объемом $V = 0,0825$ м³ падает со скоростью $v = 22,52$ м/с на кабель, который лежит на глубине 20 м в песчаном грунте. Сила механического воздействия якоря на поверхность кабеля оценивается приблизительно 3920 Н. Проекция дна якоря на поверхность воды до $A = 0,048$ м², плотность морской воды до $\rho_w = 1030$ кг/м³, коэффициент сопротивления морской воды до $C_D = 1,1$.

Для анализа поведения подводного кабеля при падении на него якоря необходимо учитывать не только механическое воздействие якоря, но и реакции окружающей среды, в частности взаимодействие с грунтом, в котором этот кабель размещён. Используем математическую модель, основанную на уравнении, описывающем деформацию упругой балки под действием внешних нагрузок, которое имеет следующий вид [6-8]:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + \sigma \frac{d^2 y}{dx^2} + R(y) = q(x), \quad (3)$$

где E – модуль Юнга, I – момент инерции, σ – осевое напряжение, $R(y)$ – сопротивление грунта, $q(x)$ – общая распределенная нагрузка.

Добавим распределенную нагрузку, вызванную давлением воды и силой якоря. Соответствующее выражение для выталкивающей силы воды:

$$q_w(x) = \rho g A, \quad (4)$$

где $q_w(x)$ – величина, характеризующая воздействие воды на конструкцию, ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения, A – площадь сечения, подверженная воздействию воды.

Общая распределенная нагрузка:

$$q(x) = q_w(x) + F + kv^2, \quad (5)$$

где F – сила, действующая на кабель при механическом воздействии якоря, k – коэффициент, описывающий влияние скорости течения, v – скорость течения воды.

С учетом всех вышеперечисленных факторов, уравнение (3) становится:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + \sigma \frac{d^2 y}{dx^2} + R(y) = \rho g A + F + kv^2. \quad (6)$$

Введем зависимость для учета нелинейности осевого напряжения:

$$\sigma(y) = \sigma_0(1 + \alpha y^2), \quad (7)$$

где σ_0 – начальное осевое напряжение, α – коэффициент, отражающий нелинейность.

Подставим выражение (5) в уравнение (3):

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + \sigma_0(1 + \alpha y^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + R(y) = \rho g A + F + kv^2. \quad (8)$$

Связь между модулем Юнга E , объемным модулем K и коэффициентом Пуассона ν можно выразить следующей формулой [9, 10]:

$$E = 3K(1 - 2\nu). \quad (9)$$

Теперь подставляем это значение в уравнение (8):

$$3K(1 - 2\nu)I \frac{d^4 y}{dx^4} + \sigma_0(1 + \alpha y^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + R(y) = \rho g A + F + kv^2. \quad (10)$$

Для решения уравнения (10) будем задавать наиболее общие граничные условия смешанного типа:

1) на фиксированном конце ($x = 0$): положение кабеля: $y(0) = 0$; угловая деформация: $\frac{dy}{dx}(0) = 0$;

2) на позиции якоря ($x = b$): положение кабеля: $y(b) = y_b$; изгиб в точке якоря: $\frac{d^2 y}{dx^2}(b) = 0$.

В итоге получили комплексное общее уравнение, которое учитывает механические свойства материала, внешние нагрузки, сопротивление грунта, нелинейные свойства материала и граничные условия. Для численного решения этого уравнения можно использовать метод конечных элементов (МКЭ).

Для эффективного применения МКЭ к уравнениям, учитывающим нелинейные свойства материалов, необходимо преобразовать их в форму, более удобную для численного анализа. В этой связи целесообразно использовать метод Галеркина, который позволяет формулировать условия для нахождения решений с обеспечением высокой надежности и устойчивости даже при наличии нелинейных характеристик.

Разделим длину балки на n конечных элементов. Обозначим узлы как $x_0, x_1, \dots, x_n$, где $x_0 = 0$ и $x_n = b$. Каждый элемент будет иметь свою длину $L_i = x_{i+1} - x_i$.

Для применения метода Галеркина мы выбираем функции формы N_i для каждого элемента [3]:

$$y(x) = \sum_{i=0}^n N_i(x) y_i, \quad (11)$$

где y_i – значения отклонений в узлах.

Подставим это выражение в уравнение (10) и применим принцип Галеркина. Умножим уравнение (10) на тестовые функции (функции формы или локальные функции) и проинтегрируем по всем областям:

$$\int_0^b \left[3K(1-2\nu)I \frac{d^4}{dx^4} \left(\sum_{i=0}^n N_i(x) y_i \right) + \sigma_0 (1 + a \sum_{i=0}^n N_i(x) y_i^2) \frac{d^2}{dx^2} \left(\sum_{i=0}^n N_i(x) y_i + R(y) \right) \right] dx = \int_0^b (pgA + F + kv^2) dx. \quad (12)$$

Следуя принципу Галеркина и вычисляя интегралы, в результате мы получаем дискретизированную систему уравнений:

$$Ku = F, \quad (13)$$

где K – матрица жесткости элемента в локальной системе координат; u – вектор узловых перемещений; F – вектор внешних сил.

Численное решение данной системы уравнений может быть эффективно осуществлено с использованием специализированного программного обеспечения, COMSOL Multiphysics, которое предоставляет мощные инструменты для моделирования методом конечных элементов, решая возникающие системы линейных и нелинейных уравнений с использованием различных численных методов.

В расчётах использовались геометрические и физико-механические характеристики (табл. 1 и 2) материалов силового кабеля марки ВБбшвнг-LS 1х240 [12-14].

Табл. 1. Геометрические свойства материалов

Параметры	Значение
Медная жила в сечении, мм ²	240
Толщина изоляции жилы из ПВХ-пластиката, мм	2,2
Толщина внутренней оболочки из ПВХ-пластиката, мм	1
Толщина брони стальных оцинкованных лент, мм	0,2
Толщина защитного шланга из ПВХ, мм	2,0

Табл. 2. Физико-механические свойства материалов

Элемент	Коэффициент Пуассона	Модуль сдвига, МПа	Модуль упругости, МПа
Медная жила	0,35	42400	132000
Оболочка ПВХ	0,3	1270	3320
Грунт	0,3	42	110
Броня из стальных оцинкованных лент	0,3	81000	210000

На рисунке 2 показана визуализация данной модели и ее разбиение на тетраэдральные элементы.

График напряжений по фон Мизесу (рис. 3) показывает распределение напряжений в исследуемом объекте в результате механического воздействия. Максимальные напряжения наблюдаются в зонах, окрашенных в красные и оранжевые цвета, достигая значения до

$1,49 \cdot 10^3$ МПа. Внешняя броня передает напряжение в радиальном направлении, что приводит к сжатию прилегающей ПВХ изоляции, вызывая изгибные деформации, которые могут привести к повреждениям структуры кабеля.

В итоге была создана конечно-элементная модель морского кабеля при механическом воздействии. По результатам моделирования была получена кривая виброускорения морского кабеля, представленная на рисунке 4, которая иллюстрирует изменение вибрационного ускорения в течение времени от 0 до 0,27 секунд [15-17].

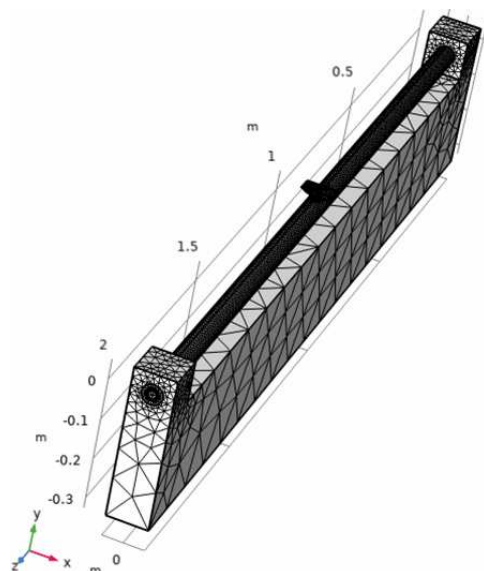


Рис. 2. Разбиение элемента кабельной конструкции сеткой конечных элементов, свойства материалов кабеля и грунта предполагаются упругими

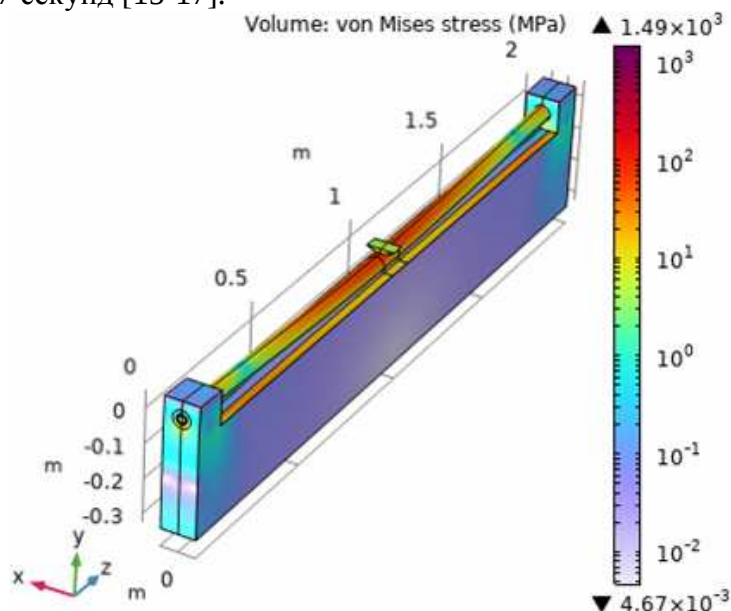


Рис. 3. Полная конструкция кабеля в грунте с учетом распределения механических напряжений

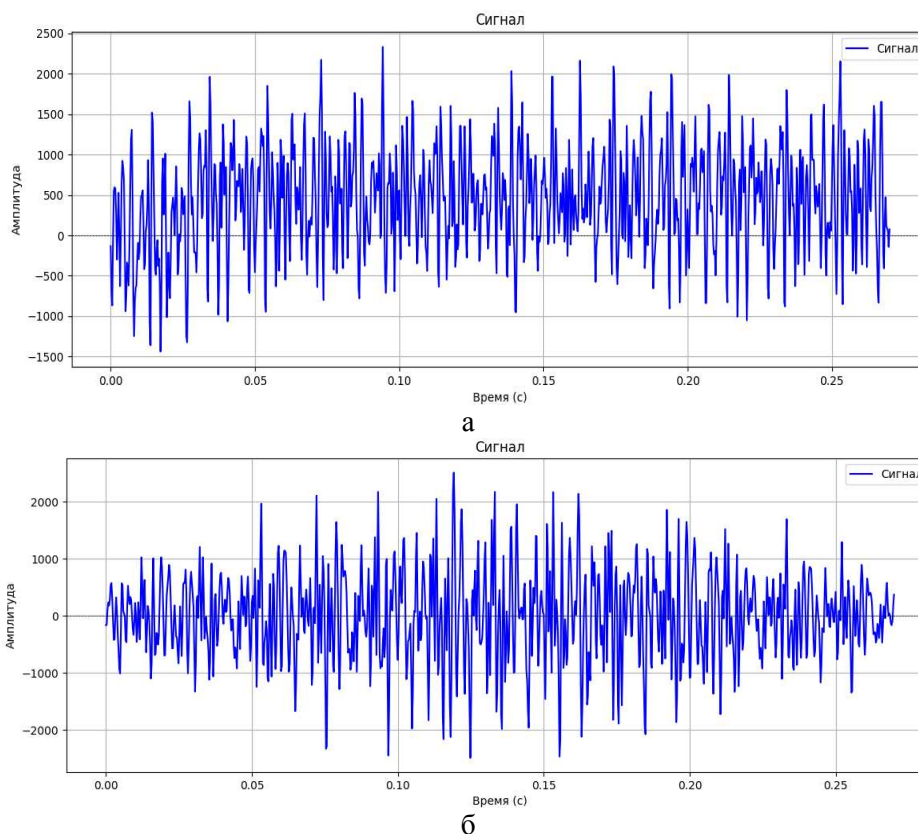


Рис. 4. Кривые виброускорения: а) вызванные подводными течениями, размывами и перемещениями грунта; б) возникающие в результате механического воздействия корабельного якоря

Классификация изображений вибрационного сигнала при помощи метода опорных векторов

Для решения задачи классификации использовался метод опорных векторов (SVM). Цель данного эксперимента заключалась в исследовании эффективности модели SVM для точной идентификации принадлежности двух типов сигналов, основываясь на анализе их визуальных характеристик. Реализация модели производилась с использованием языка программирования Python.

Для эксперимента были собраны данные из двух категорий:

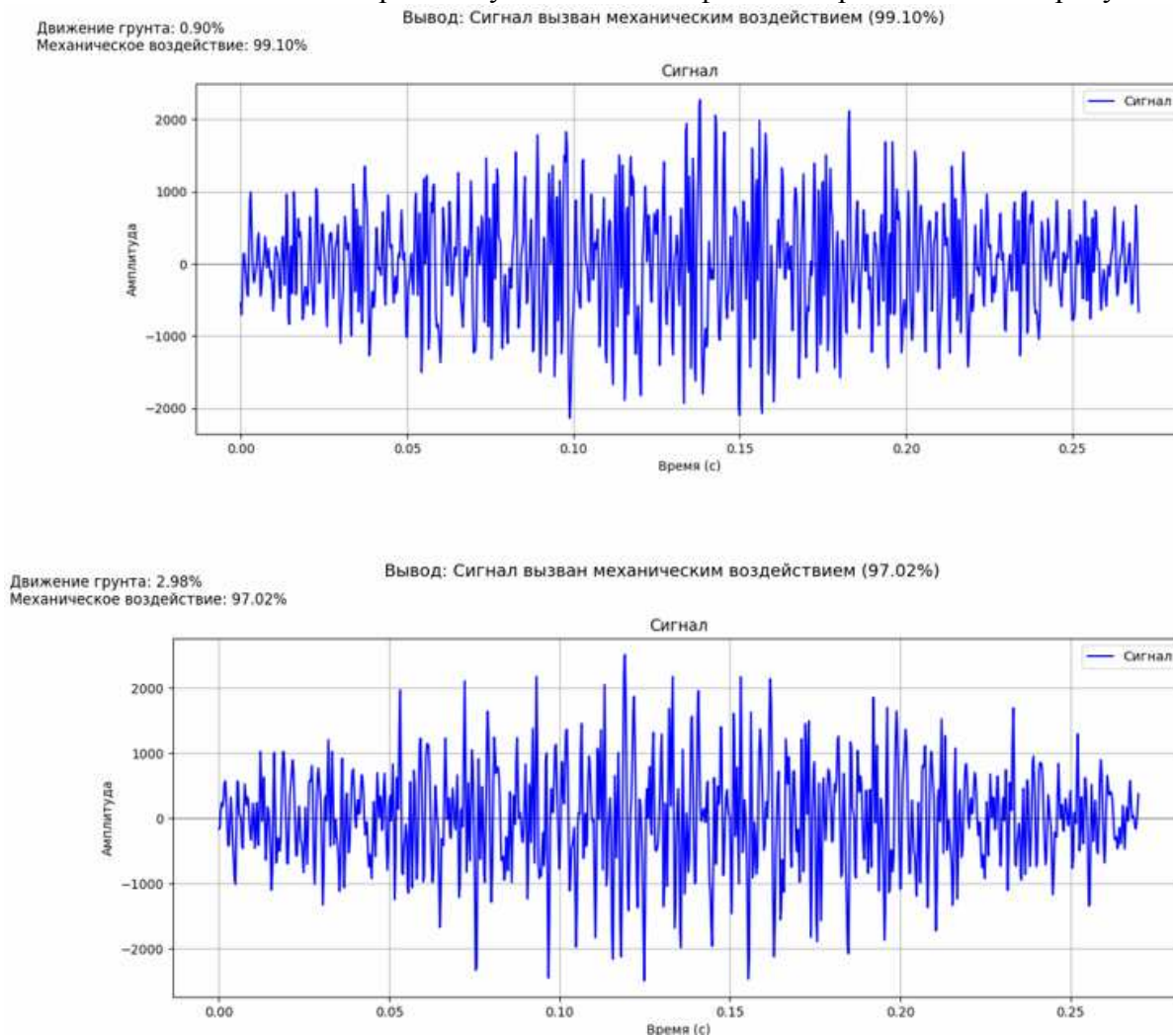
- 1) сигнал, вызванный движением грунта;
- 2) сигнал, вызванный механическим воздействием;

Каждая категория содержала 70 групп различных типов вибросигналов.

Все изображения были загружены из каталогов, соответствующих категориям. Они были преобразованы в размер 150x150 пикселей и переведены в цветовое пространство RGB (Red, Green, Blue), что обеспечивает хранение информации о цвете каждого пикселя. После этого каждое изображение было преобразовано в одномерный массив, что обеспечивало универсальность формата данных для дальнейшей обработки.

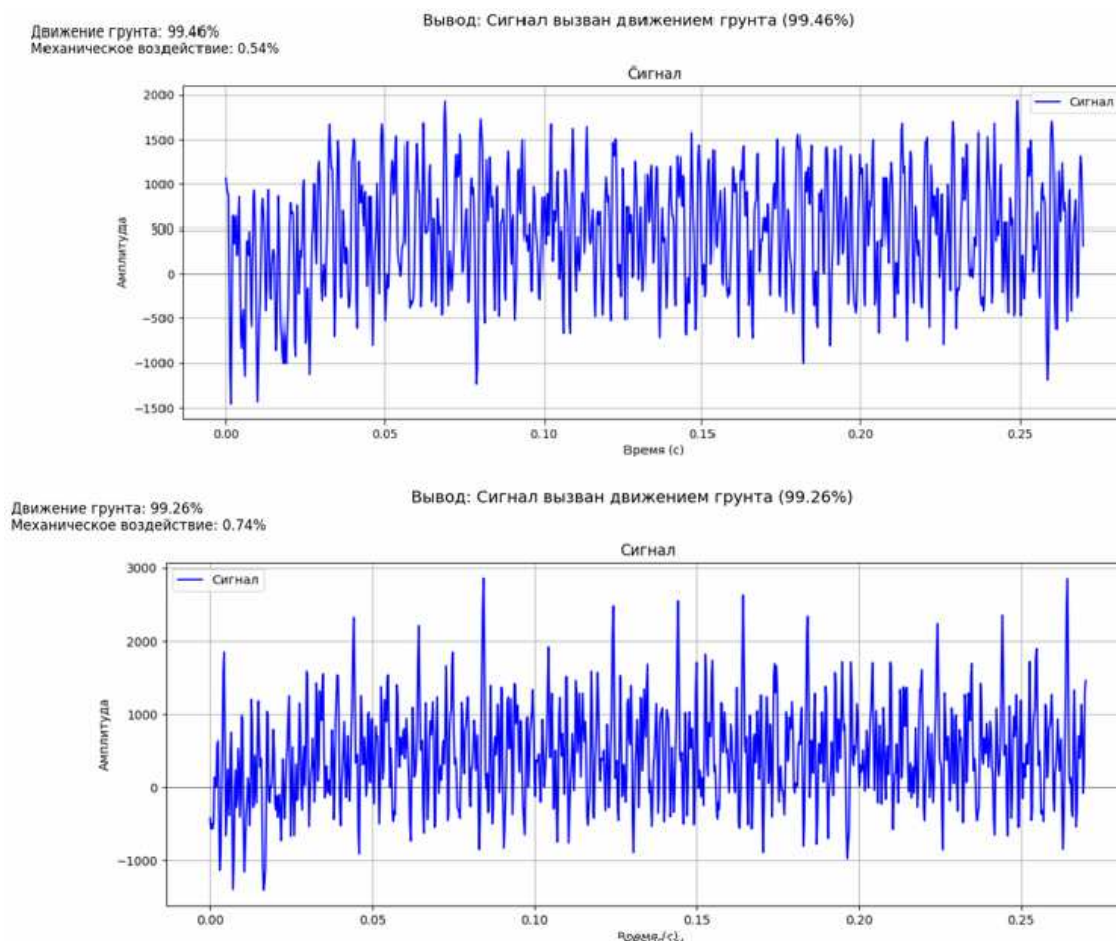
Собранные данные были организованы в массивы, где один массив содержал изображения, а другой – целевые значения, соответствующие их категориям. Затем в модель SVM, были переданы данные для обучения.

После преобразования алгоритм производит классификацию и возвращает процент вероятности для каждой категории. Результаты классификации представлены на рисунке 5.



а

Рис. 5. Результаты классификации сигналов виброускорения методом опорных векторов:
а) возникающие в результате механического воздействия корабельного якоря



б

Рис. 5. Результаты классификации сигналов виброускорения методом опорных векторов:
б) вызванные подводными течениями, размывами и перемещениями грунта

Из результатов работы модели на рисунке 4 видна высокая эффективность классификации сигналов: вероятность сигналов, ассоциированного с механическим воздействием, составила 99,10% и 97,02%, тогда как вероятность для сигнала, вызванного движением грунта, составила 99,46% и 99,26%. Эти показатели указывают на способность модели с высокой достоверностью различать два типа вибросигналов, и может использоваться для анализа и мониторинга подводной кабельной инфраструктуры.

Выводы

В результате проведённого исследования была разработана математическая модель, описывающая механические воздействия, оказываемые на подводные кабели. На основании этой модели были получены сигналы вибрационных колебаний, которые были классифицированы с использованием метода опорных векторов. Экспериментальные данные подтверждают, что метод опорных векторов является высокоэффективным инструментом для задач распознавания и классификации вибрационных сигналов. Данные результаты могут быть использованы для разработки более совершенных систем мониторинга подводных кабельных систем.

Список литературы

1. Zhu Wenwei, Chenyang Fan, Chenghao Xu, Hantuo Dong, Jingen Guo, Aiwu Liang, Long Zhao. Anchor Fault Identification Method for High-Voltage DC Submarine Cable Based on VMD-Volterra-SVM // *Energies*. 2023, vol. 16, no. 7, p. 3053. doi.org/10.3390/en16073053.
2. Minxin Wang, Yong Liu, Zhihui Wang, Hongbao Zong, Youcong Huang, Boxue Du. Detrended fluctuation analysis of grounding current for thermal aging evaluation of submarine power cable // *IEEE 4th International Conference on Electrical Materials and Power Equipment (ICEMPE)*, 2023, pp. 1-4. DOI: 10.1109/ICEMPE57831.2023.10139609.

3. Manevitz Larry, Yousef Malik. One-Class SVMs for Document Classification // *Journal of Machine Learning Research*. 2001, vol. 2, pp. 139-154.
4. Cemiloglu Ahmed, Licai Zhu, Sibel Arslan, Jinxia Xu, Xiaofeng Yuan, Mohammad Azarafza, Reza Derakhshani. Support Vector Machine (SVM) Application for Uniaxial Compression Strength (UCS) Prediction: A Case Study for Maragheh Limestone // *Applied Sciences*. 2023, vol. 13, no. 4, p. 2217. doi.org/10.3390/app13042217.
5. Razaque Abdul, Mohamed Ben Haj Frej, Muder Almi'ani, Munif Alotaibi, and Bandar Alotaibi. Improved Support Vector Machine Enabled Radial Basis Function and Linear Variants for Remote Sensing Image Classification // *Sensors*. 2021, vol. 21, no. 13, p. 4431. doi.org/10.3390/s21134431.
6. Роженцова Н.В., Ларионова А.М., Ларионов С.Н. Факторы надежности при проектировании и эксплуатации кабельных линий с изоляцией из сшитого полиэтилена. *Известия высших учебных заведений // Известия вузов. Электромеханика*. – 2010. – №4. – С. 32-36.
7. Md. Anjir Alam, Iftikharun Nisha, Md. Mahadi Hasan, A.K.M. Nazrul Islam. Designing of an Underwater Power Transmission System and Hybrid Power Supply for an Isolated Island of Bangladesh: Swarna Dwip // 2021 International Conference on Science & Contemporary Technologies (ICSCT). 2021, pp. 1-6. doi.org/10.1109/ICSCT53883.2021.9642504.
8. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 560 с.
9. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1982. – 264 с.
10. Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости. – М.: Наука, 1981. – 688 с.
11. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галёркина. – М.: Изд-во «Мир», 1988. – 352 с.
12. Энес А.З. Математическое моделирование и анализ напряжений подводного кабеля при механических воздействиях // *Инженерный журнал: наука и инновации*. – 2024. – №3. – С. 1-12. – doi.org/10.18698/2308-6033-2024-3-2340.
13. Якупов Н.М., Галявиев Ш.Ш., Хисамов Р.З. Метод исследования напряженно-деформированного состояния конструкций сложной геометрии // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования*. – 2002. – № 1. – С. 27-31.
14. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Изд-во «Мир», 1988. – 392 с.
15. COMSOL Multiphysics. Frequency Response of Mechanical Systems [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.comsol.com/blogs/frequency-response-of-mechanical-systems>.
16. Quinn B.G., Hannan E.J. The Estimation and Tracking of Frequency. – UK: Cambridge University Press, 2001. – 266 p.
17. Marage J.-P., Mori Y. Sonar and Underwater Acoustics. – John Wiley & Sons, 2013. – 608 p.

References

1. Zhu Wenwei, Chenyang Fan, Chenghao Xu, Hantuo Dong, Jingen Guo, Aiwu Liang, Long Zhao. Anchor Fault Identification Method for High-Voltage DC Submarine Cable Based on VMD-Volterra-SVM // *Energies*. 2023, vol. 16, no. 7, p. 3053. doi.org/10.3390/en16073053.
2. Minxin Wang, Yong Liu, Zhihui Wang, Hongbao Zong, Youcong Huang, Boxue Du. Detrended fluctuation analysis of grounding current for thermal aging evaluation of submarine power cable // *IEEE 4th International Conference on Electrical Materials and Power Equipment (ICEMPE)*, 2023, pp. 1-4. DOI: 10.1109/ICEMPE57831.2023.10139609.
3. Manevitz Larry, Yousef Malik. One-Class SVMs for Document Classification // *Journal of Machine Learning Research*. 2001, vol. 2, pp. 139-154.
4. Cemiloglu Ahmed, Licai Zhu, Sibel Arslan, Jinxia Xu, Xiaofeng Yuan, Mohammad Azarafza, Reza Derakhshani. Support Vector Machine (SVM) Application for Uniaxial Compression Strength (UCS) Prediction: A Case Study for Maragheh Limestone // *Applied Sciences*. 2023, vol. 13, no. 4, p. 2217. doi.org/10.3390/app13042217.
5. Razaque Abdul, Mohamed Ben Haj Frej, Muder Almi'ani, Munif Alotaibi, and Bandar Alotaibi. Improved Support Vector Machine Enabled Radial Basis Function and Linear Variants for Remote Sensing Image Classification // *Sensors*. 2021, vol. 21, no. 13, p. 4431. doi.org/10.3390/s21134431.
6. Rozhentsova N.V., Larionova A.M., Larionov S.N. Reliability factors in the design and operation of cable lines with cross-linked polyethylene insulation // *News of higher educational institutions // Electromechanics*. 2010, no. 4, pp. 32-36.
7. Md. Anjir Alam, Iftikharun Nisha, Md. Mahadi Hasan, A.K.M. Nazrul Islam. Designing of an Underwater Power Transmission System and Hybrid Power Supply for an Isolated Island of Bangladesh: Swarna Dwip // 2021 International Conference on Science & Contemporary Technologies (ICSCT). 2021, pp. 1-6. doi.org/10.1109/ICSCT53883.2021.9642504.
8. Timoshenko S.P., Goodyer J. Theory of elasticity – М.: Science. Main editorial board of physical and mathematical literature, 1979. – 560 p.
9. Samul V.I. Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity – М.: Higher School, 1982. – 264 p.
10. Parton V.Z., Perlin P.I. Methods of the mathematical theory of elasticity – М.: Science, 1981. – 688 p.
11. Fletcher K. Numerical methods based on the Galerkin method. – М.: Publ. house «World», 1988. – 352 p.

12. Enes A.Z. Mathematical modeling and analysis of submarine cable stresses under mechanical influences // Engineering Journal: Science and Innovation. 2024, vol. 3, pp. 1-12. doi.org/10.18698/2308-6033-2024-3-2340.
13. Yakubov N.M., Galyaviev Sh.Sh., Hisamov R.Z. Method of studying the stress-strain state of structures with complex geometry // Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series: Engineering Research. 2002, no. 1, pp. 27-31.
14. Segerlind L. Application of the finite elements. – M.: Publ. house «World», 1979. – 392 p.
15. COMSOL Multiphysics. Frequency response of mechanical systems [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.comsol.com/blogs/Frequency-response-of-mechanical-systems>.
16. Quinn B.G., Hannan E.J. The Estimation and Tracking of Frequency. – UK: Cambridge University Press, 2001. – 266 p.
17. Marage J.-P., Mori Y. Sonar and Underwater Acoustics. – John Wiley & Sons, 2013. – 608 p.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Энес Ахмед Зюлфикар – ассистент кафедры Прикладной математики и информатики института искусственного интеллекта и цифровых технологий	Enes Ahmed Zulfikar – assistant of Department of applied mathematics and computer science, institute of artificial intelligence and digital technologies
Ошхунов Мурад Музафарович – доктор технических наук, профессор кафедры Прикладной математики и информатики института искусственного интеллекта и цифровых технологий	Oshkhunov Muaed Muzafarovich – doctor of technical sciences, professor of the Department of applied mathematics and computer science of the institute of artificial intelligence and digital technologies
Бечелова Аминат Расуловна – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой Прикладной математики и информатики института искусственного интеллекта и цифровых технологий	Bechelova Aminat Rasulovna – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, head of the Department of applied mathematics and computer science of the institute of artificial intelligence and digital technologies
ahmedenes@mail.ru	

Получена 23.12.2024