

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МНОГОТОЧЕЧНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ТРАНСПОРТНОГО И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Елисеев А.В., Миронов А.С., Николаев А.В.

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск

Ключевые слова: вибрационный стенд, вибрационные испытания, многоточечное вибрационное возбуждение, структурное математическое моделирование, механическая колебательная система, передаточная функция, режимы динамического гашения колебаний, режимы одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам, динамический гаситель колебаний.

Аннотация. Исследование посвящено оценке, формированию и коррекции динамических состояний технических объектов с расчетными схемами в виде механических колебательных систем в условиях малых вынужденных колебаний. Основная цель – разработка математических моделей вибрационных испытаний методом многоточечных вибрационных возбуждений. Используются методы теории колебаний, теоретической механики, теории автоматического управления. Основой построения математических моделей служит структурный подход, в рамках которого механической колебательной системе сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении структурная схема системы автоматического управления. Применяются передаточные функции для оценки, формирования и коррекции динамических состояний. Разработан подход построения испытательных стендов с многоточечным вибрационным возбуждением. Показано, что одним из режимов вибрационного возбуждения является динамическое состояние, когда испытуемый технический объект служит динамическим гасителем колебаний, а система вибрационных возбудителей колебаний работает в режиме динамического гашения.

METHODOLOGICAL FOUNDATIONS OF MULTIPOINT VIBRATION TESTING OF TECHNICAL FACILITIES FOR TRANSPORT AND TECHNOLOGICAL PURPOSES

Eliseev A.V., Mironov A.S., Nikolaev A.V.

Irkutsk State Transport University, Irkutsk

Keywords: vibration test bench, vibration tests, multipoint vibration excitation, structural mathematical modeling, mechanical oscillatory system, transfer function, modes of dynamic vibration damping, modes of simultaneous dynamic vibration damping in two coordinates, dynamic vibration dampener.

Abstract. The study is devoted to the assessment, formation and correction of dynamic states of technical objects with design schemes in the form of mechanical oscillatory systems under conditions of small forced oscillations. The main goal is to develop mathematical models of vibration tests by the method of multipoint vibration excitations. The methods of oscillation theory, theoretical mechanics, and the theory of automatic control are used. The basis for the construction of mathematical models is a structural approach, in which a dynamically equivalent block diagram of an automatic control system is compared to a mechanical oscillatory system. Transfer functions are used to evaluate, form and correct dynamic states. An approach to the construction of test benches with multipoint vibration excitation has been developed. It is shown that one of the modes of vibrational excitation is a dynamic state, when the tested technical object serves as a dynamic vibration dampener, and the system of vibrational vibration exciters operates in a dynamic damping mode.

Введение. Развитие машиностроительных отраслей тесно связано с решением проблем оценки, формирования и коррекции динамических состояний технических объектов в условиях интенсивных силовых воздействий [1]. Управление динамическими состояниями важно для повышения производительности и эффективности работы технических объектов. Приложение эффектов периодических нагрузок привело к развитию вибрационных технологий, применяемых в различных отраслях промышленности [2]. Одним из перспективных направлений является разработка вибрационных технологических машин для испытания образцов современной техники. Научно-методологической базой моделирования вибрационных взаимодействий служат теоретическая механика, динамика машин, теория автоматического управления, теория систем, структурное математическое моделирование [3, 4].

Определяющую роль в формировании особенностей динамических взаимодействий элементов технических объектов при интенсивных воздействиях имеют условия возникновения резонанса и динамического гашения колебаний [5]. В работе [6] показано, что вибровозбудитель, работающий в режиме динамического гашения колебаний. Данная задача может быть расширена до формирования динамических состояний с помощью нескольких вибровозбудителей [7, 8]. Вместе с тем, разработке методологических подходов вибрационных испытаний и исследований динамических состояний технических объектов с помощью многоточечного вибрационного воздействия не уделяется достаточного внимания.

Статья посвящена разработке методологического подхода к построению математических моделей для оценки, формирования и коррекции динамического состояния технического объекта с помощью многоточечного вибрационного возбуждения.

I. Основные положения. Рассматривается испытательная вибрационная технологическая система, обладающая рабочим органом в виде совокупности сосредоточенных масс, снабженными вибрационными возбудителями; технологическая нагрузка выполняет роль испытательного образца. Расчетные схемы рабочего органа и технологической нагрузки вибрационной машины представляют собой механические колебательные системы, образованные сосредоточенными массами, твердыми телами и упругими элементами (рис. 1). Предполагается, что рассматриваемые механические колебательные системы совершает малые вынужденные установившиеся колебания относительно положений статического равновесия.

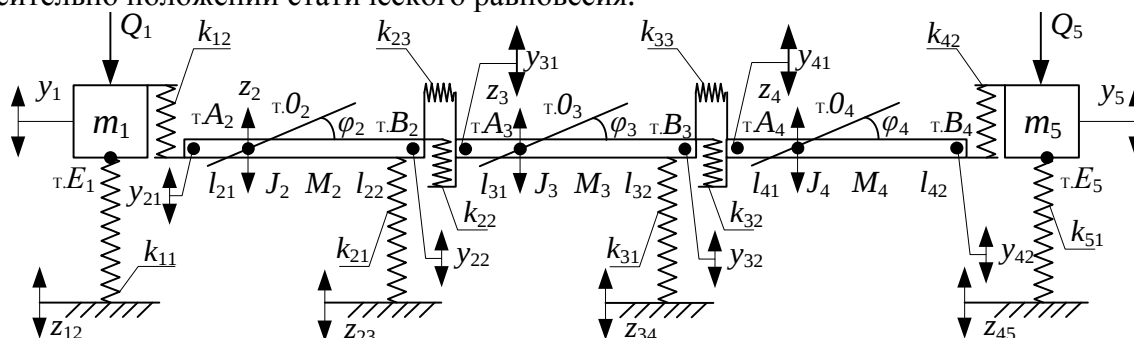


Рис. 1. Испытательный стэнд с двумя вибровозбудителями

Расчетная схема вибрационной технологической машины представляет собой механическую колебательную систему, которая образована двумя сосредоточенными массами m_1 , m_5 , отображающими шарнирные держатели, с установленными на них вибровозбудителями, и тремя твердыми телами A_2B_2 , A_3B_3 , A_4B_4 с массами M_2 , M_3 , M_4 и моментами инерции J_2 , J_3 , J_4 соответственно, отображающими испытательный образец. Твердые тела установлены на опорные поверхности посредством упругих элементов k_{11} , k_{21} , k_{31} , k_{51} . Соединение совокупности твердых тел, отображающих испытательный образец, с сосредоточенными массами, отображающими шарнирные держатели, представлено упругими элементами k_{12} и k_{42} . Характеристики жесткости испытательного образца представлены упругими элементами k_{22} и k_{32} , k_{23} , k_{33} . Силовые возмущения со стороны вибровозбудителей представлены двумя внешними гармоническими силами Q_1 и Q_5 , приложенными соответственно в точках E_1 и E_5 , в которых расположены сосредоточенные массы m_1 и m_5 .

Взаимосвязь между амплитудами силовых возмущений со стороны вибровозбудителей носит функциональный характер и представлена коэффициентом связности γ , положительные значения которого определяют отношения амплитуд синфазных гармонических колебаний, отрицательные значения определяют отношение амплитуд гармонических колебаний, находящихся в противофазе.

Силовые возмущения Q_1 и Q_5 , приложенные в точках E_1 и E_5 , приводят к реализации различных форм колебаний испытательного образца $A_2B_2A_3B_3A_4B_4$, в общем случае, зависящих от частоты ω и коэффициента связности γ внешних возмущений.

Задача заключается в разработке метода формирования специфических режимов колебаний испытательного образца, включая режимы одновременного динамического гашения колебаний по координатам точек установки вибрационных возбудителей, в зависимости от выбора коэффициентов связности и частот внешних возмущений.

II. Математическая модель. Кинетическая T и потенциальная Π энергии системы имеют вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_5 \dot{y}_5^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} M_3 \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} M_4 \dot{z}_4^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\phi}_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\phi}_4^2, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} k_{11} y_1^2 + \frac{1}{2} k_{21} y_{22}^2 + \frac{1}{2} k_{31} y_{32}^2 + \frac{1}{2} k_{51} y_5^2 + \frac{1}{2} k_{12} (y_1 - y_{21})^2 + \frac{1}{2} k_{22} (y_{31} - y_{22})^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_{32} (y_{41} - y_{32})^2 + \frac{1}{2} k_{42} (y_5 - y_{42})^2 + \frac{1}{2} k_{23} r^2 (\phi_3 - \phi_2)^2 + \frac{1}{2} k_{33} r^2 (\phi_4 - \phi_3)^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где $y_1, y_{21}, y_{22}, y_{31}, y_{32}, y_{41}, y_{42}$ – обобщенные координаты вертикальных смещений точек твердых тел относительно положений статического равновесия; y_1, y_5, z_2, z_3, z_4 – вертикальные смещения центров масс, ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4 – угловые координаты, r – константа.

Координаты $\phi_i, z_i, i=2,3,4$ и $y_{ij}, i=2, 3, 4, j=1,2$ связаны соотношениями:

$$\begin{cases} y_{i1} = z_i - \phi_i l_{i1} \\ y_{i2} = z_i + \phi_i l_{i2} \end{cases}, \quad (3) \quad \begin{cases} \phi_i = c_i (y_{i2} - y_{i1}) \\ z_i = a_i y_{i1} + b_i y_{i2} \end{cases}, \quad (4)$$

где $c_i = \frac{1}{l_{i1} + l_{i2}}, a_i = \frac{l_{i2}}{l_{i1} + l_{i2}}, b_i = \frac{l_{i1}}{l_{i1} + l_{i2}}$.

На основе формализма Лагранжа уравнений 2-ого рода строится математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений. Построенная система дифференциальных уравнений в 8-ью обобщенными координатами может быть преобразована методом сочленений, учитывающего предельное увеличение жесткостей $k_{12} \rightarrow \infty, k_{22} \rightarrow \infty, k_{32} \rightarrow \infty, k_{42} \rightarrow \infty$, к системе с 4-мя обобщенными координатами $y_1=y_{21}, y_{22}=y_{31}, y_{32}=y_{41}, y_{42}=y_5$ [9]. На основе сочлененной системы в рамках методологии структурного математического моделирования с помощью известных методов, включающих интегральные преобразования Лапласа, строится структурная схема (рис. 2) эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления [3-5].

Структурная схема (рис. 2) позволяет построить передаточные функции системы W_i и передаточные функции межпарциальных связей W_{ik} [10]:

$$W_i = \frac{\bar{\xi}_1}{Q_0}, \quad (5) \quad W_{ik} = \frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\xi}_k}. \quad (6)$$

Амплитудно-частотные характеристики передаточных функций $W_i (p=j\omega)$ в физическом смысле представляют собой динамические податливости, зависящие от частоты внешнего силового возмущения. В свою очередь, амплитудно-частотные характеристики межпарциальных связей в физическом смысле отображают рычажные связи, что позволяет оценивать особенности реализации форм вынужденных колебаний в зависимости от параметров внешних силовых возмущений.

III. Графоаналитический метод определение режимов одновременного динамического гашений колебаний. Частоты динамического гашения колебаний координат могут быть определены из условий равенства нулю числителей соответствующих амплитудно-частотных характеристик. На рисунке 3 представлены графики частот динамического гашения колебаний координат $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ в зависимости от коэффициента связности внешних возмущений γ . Частоты динамического гашения координат для фиксированного коэффициента γ определяются из условий равенства нулю числителя соответствующей передаточной функции (5).

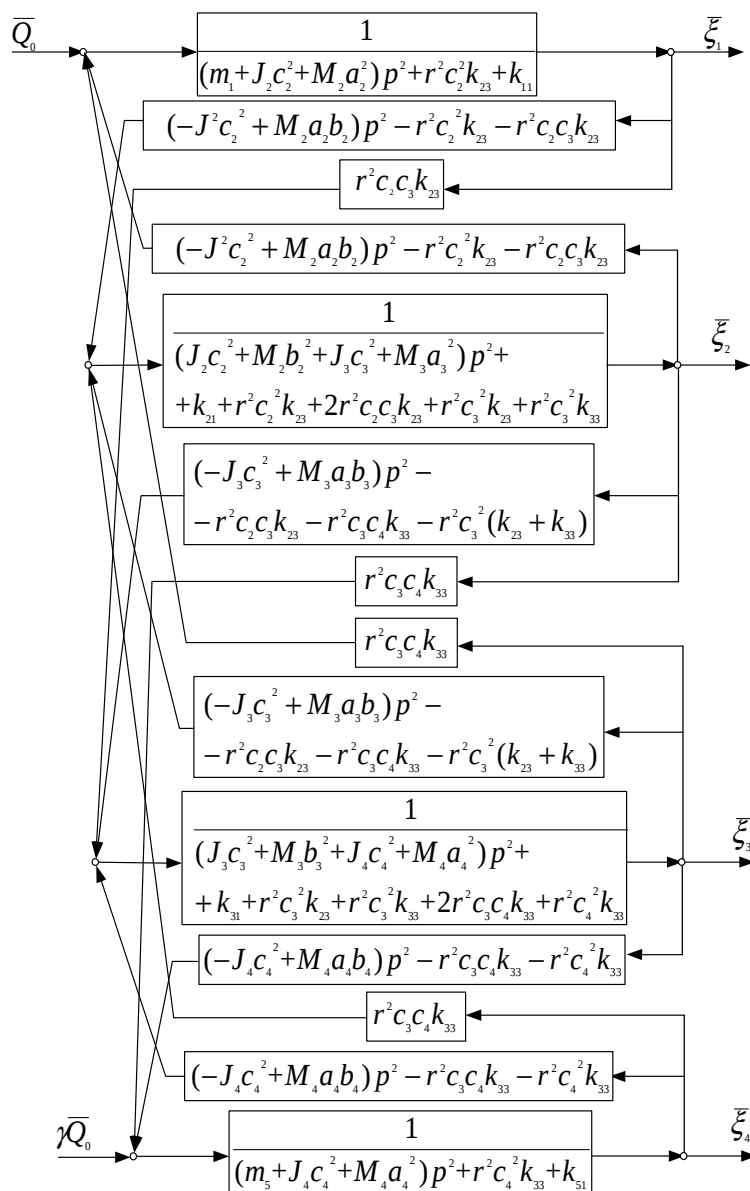


Рис. 2. Структурная схема сочлененной системы, $p=j\omega$, $j=\sqrt{-1}$

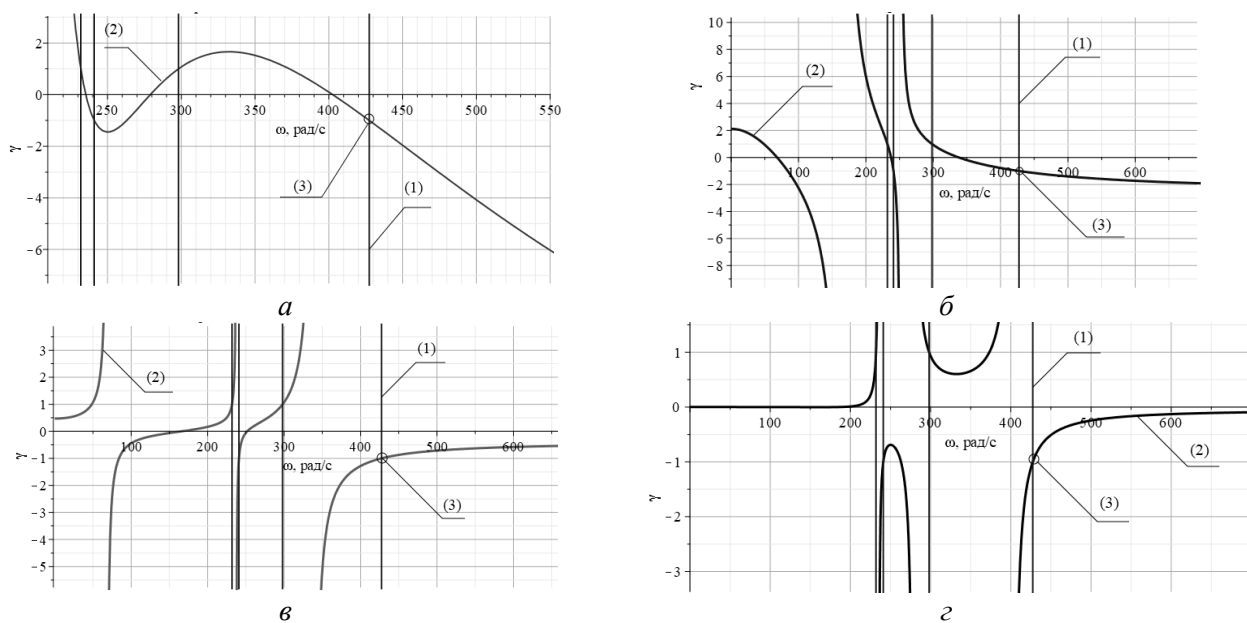


Рис. 3. Частоты динамического гашения колебаний в зависимости от γ :

а – координаты ξ_1 , б – ξ_2 , в – ξ_3 , г – ξ_4

На рисунке 4 представлена совокупность графиков, позволяющая определить частоты режимов одновременного динамического гашения колебаний.

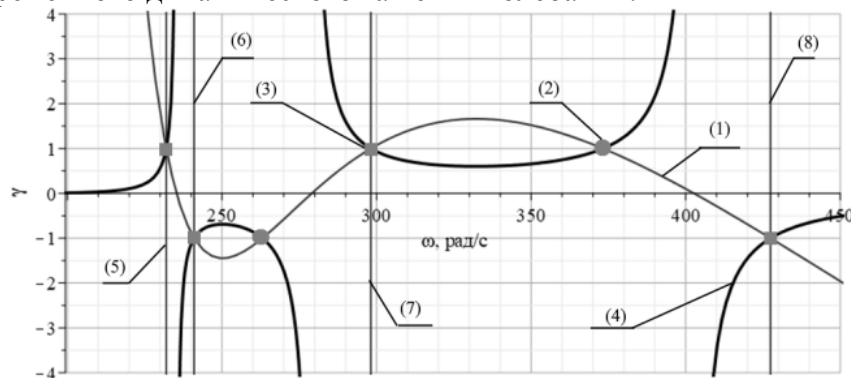


Рис. 4. Графоаналитический способ определения частоты одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам ξ_1 и ξ_4 : 1 – зависимость частоты динамического гашения координаты ξ_1 от коэффициента связности γ ; 2 – режимы одновременного динамического гашения колебаний координат ξ_1, ξ_4 ; 3 – режим «ложного» одновременного динамического гашения колебаний координат ξ_1, ξ_4 ; 4 – зависимость частоты динамического гашения координаты ξ_4 и коэффициента связности γ ; 5, 6, 7, 8 – собственные частоты системы

Закключение. В результате проведенных исследований разработана математическая модель вибрационного испытательного стенда с двумя вибрационными возбудителями, представляющая собой механическую колебательную систему с четырьмя степенями свободы, в которой внешнее возбуждение осуществляется с использованием функционально связанных точечных вибровозбудителей.

Показано, что функциональная связь точечных вибровозбудителей позволяет изменять частоты динамического гашения колебаний координат системы. На основе выявленных зависимостей разработан графоаналитический метод определения частот одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам системы.

Исследованы динамические особенности предельного сближения частот динамического гашения колебаний с собственными частотами системы. Установлена принципиальная возможность реализации специфических режимов многоточечного динамического гашения колебаний технического объекта, при которых технический объект движется в форме динамического гасителя колебаний. Предложенный метод, рассматривающий два вибрационных возбудителя, может быть обобщен на произвольное число вибровозбудителей, устанавливаемых в различных точках технического объекта.

Таким образом, разработана методологическая основа создания математических моделей вибрационных технологических испытательных и исследовательских стендов, обеспечивающих многоточечное возбуждение вибраций технических объектов транспортного и технологического назначения.

Список литературы

1. Gatti P.L. Advanced Mechanical Vibrations: Physics, Mathematics, and Applications. – CRC Press; Taylor & Francis, 2021. – 339 p.
2. Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. – СПб.: Руда и Металлы, 2013. – 640 с.
3. Елисеев С.В., Резник Ю.И., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. – Иркутск: ИГУ, 2008. – 523 с.
4. Eliseev A.V. Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles. – Hershey, PA: IGI Global, 2023. – 228 p.
5. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects // Studies in Systems, Decision and Control. – Springer International Publishing, Cham, 2020. – Vol. 252. – 521 p.
6. Елисеев С.В., Каимов Е.В., Кинаш Н.Ж. Динамический гаситель колебаний как элемент системы возбуждения вибраций // Решетневские чтения. – 2015. – Т. 1. – С. 456-458.

7. Lewis R.C., Wisley D.L. A system for the excitation of pure natural modes of complex structure // Journal of Aeronautical Sciences. 1950, vol. 17, no. 11, pp. 705-723.
8. Смыслов В.И. Некоторые вопросы методики многоточечного возбуждения при экспериментальном исследовании колебаний упругих конструкций // Ученые записки ЦАГИ. – 1972. – Т. 3, № 5. – С. 110-118.
9. Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем. – Иркутск: ИрГУПС, 2012. – 156 с.
10. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. – М., Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 432 с.

References

1. Gatti P.L. Advanced Mechanical Vibrations: Physics, Mathematics, and Applications. – CRC Press; Taylor & Francis, 2021. – 339 p.
2. Blekhman I.I. Theory of vibration processes and devices. Vibration mechanics and vibration equipment. – SPb.: Ore and Metals, 2013. – 640 p.
3. Eliseev S.V., Reznik Yu.I., Khomenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis in generalized problems of vibration protection and vibration isolation of technical objects. – Irkutsk: ISU, 2008. – 523 p.
4. Eliseev A.V. Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles. – Hershey, PA: IGI Global, 2023. – 228 p.
5. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects // Studies in Systems, Decision and Control. – Springer International Publishing, Cham, 2020. – Vol. 252. – 521 p.
6. Eliseev S.V., Kaimov E.V., Kinash N.Z. Dynamic vibration damper as an element of vibration excitation system // Reshetnevsky readings. 2015, vol. 1, pp. 456-458.
7. Lewis R.C., Wisley D.L. A system for the excitation of pure natural modes of complex structure // Journal of Aeronautical Sciences. 1950, vol. 17, no. 11, pp. 705-723.
8. Smyslov V.I. Some questions of the method of multipoint excitation in the experimental study of vibrations of elastic structures // Scientific notes TsAGI. 1972, vol. 3, no. 5, pp. 110-118.
9. Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V. Articulations of links in the dynamics of mechanical oscillatory systems. – Irkutsk: IrSTU, 2012. – 156 p.
10. Lurie A.I. Operational calculus and its applications to problems of mechanics. – М., Л.: State Publishing House of Technical and Theoretical Literature, 1950. – 432 p.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Елисеев Андрей Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры математики	Eliseev Andrey Vladimirovich – candidate of technical sciences, associate professor of Department of mathematics
Миронов Артем Сергеевич – соискатель, НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования	Mironov Artem Sergeevich – applicant, REC of modern technologies, system analysis and modeling
Николаев Андрей Владимирович – соискатель, НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования	Nikolaev Andrey Vladimirovich – applicant, REC of modern technologies, system analysis and modeling
eavsh@ya.ru	

Получена 09.12.2024