

## ФОРМОУСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕТЧАТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОЧНОЙ СЕТОЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ С УЧЕТОМ ЕЕ САМООБЛУЧЕННОСТИ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

*Кузнецов В.Г.*

*Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург*

**Ключевые слова:** цилиндр, сетка, решетка, проволока, температура, напряжения, деформации, самооблученность, тонкие оболочки.

**Аннотация.** Исследовано напряженно-деформированное состояние цилиндрической сетчатой проволочной конструкции с жестко закрепленными торцами сетки при высоких температурах на уровне 2000°C. Предложенная методика расчета напряжений и деформаций основана на теории тонких оболочек с заменой элементарной ячейки сетки на тонкую пластину с эквивалентными жесткостными свойствами. Выявлены закономерности повышения рабочей температуры цилиндрической сетки за счёт эффекта самооблучённости – многократного отражения лучистого потока с сетки, который в результате многократных отражений поглощается ею обратно. Определяющим геометрическим фактором минимизации напряжений, возникающих в цилиндрической сеточной конструкции, является угол наклона навивки нитей, который должен выбираться в диапазоне 20-40° в зависимости от макрогеометрии сетки, при этом уменьшение угла наклона сопровождается уменьшением величины деформации. Анализ напряженно-деформированного состояния позволил найти оптимальные соотношения между геометрическими параметрами решетки сетки, минимизирующие напряжения и деформации и повышающие формоустойчивость сеточной конструкции.

## THE SHAPE STABILITY OF A LATTICE CYLINDRICAL WIRE MESH STRUCTURE, TAKING INTO ACCOUNT ITS SELF-LEARNING AT HIGH TEMPERATURES

*Kuznetsov V.G.*

*Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences,  
Saint Petersburg*

**Keywords:** cylinder, mesh, grid, wire, temperature, stresses, deformations, self-learning, thin shells.

**Abstract.** The stress-strain state of a cylindrical mesh wire structure with rigidly fixed mesh ends at high temperatures at level of 2000°C is investigated. The proposed method for calculating stresses and deformation is based on the theory of thin shells with the replacement of an elementary grid cell on a thin plate with equivalent surface properties of rigidity. The regularities of increasing the operating temperature of a cylindrical grid due to the effect of self-learning - multiple reflection of a radiant flux from the grid, which is absorbed back by it as a result of multiple reflections. The determining geometric factor in minimizing stresses arising in a cylindrical grid structure is the angle of inclination of the winding of the threads, which should be selected in the range of 20-40 degrees depending on the macro geometry of the grid, while a decrease in the angle of inclination is accompanied by a decrease in the amount of deformation. The analysis of the stress-strain state allowed us to find optimal ratios between the geometric parameters of the grid unit cell, minimizing stresses and deformations and increasing the shape stability of the grid structure.

**Введение.** Цилиндрические сеточные конструкции, изготовленные из вольфрамовой торированной карбидированной проволоки и работающие при температурах на уровне 2000°C, широко используются в высоковольтной электроэнергетике и электротехнике, мощной электронике [1-3]. Цилиндрическая конструкция сеток формируется взаимно перекрещивающимися нитями, совокупность которых и образует решетку в виде цилиндра (рис. 1).

Нагрев сеток осуществляется за счет пропускания через них электрического тока при подаче напряжения на жестко закрепленные держатели (чашки), прикрепленные к торцам сеточной конструкции. В отличие от одиночной нити, температура нити в решетке определяется не только подводимой к ней мощностью, но и многократным отражением лучистых потоков от самой решетки [4]. Влияние этого явления на тепловой режим сетки

характеризуется коэффициентом самооблученности, который представляет собой долю излучаемой сеткой мощности, которая в результате многократных отражений поглощается ею обратно. Кроме того, необходимо учитывать [5], что при жестко закрепленных торцах сетки и ее нагреве она деформируется, что сказывается на надежности и долговечности конструкции.

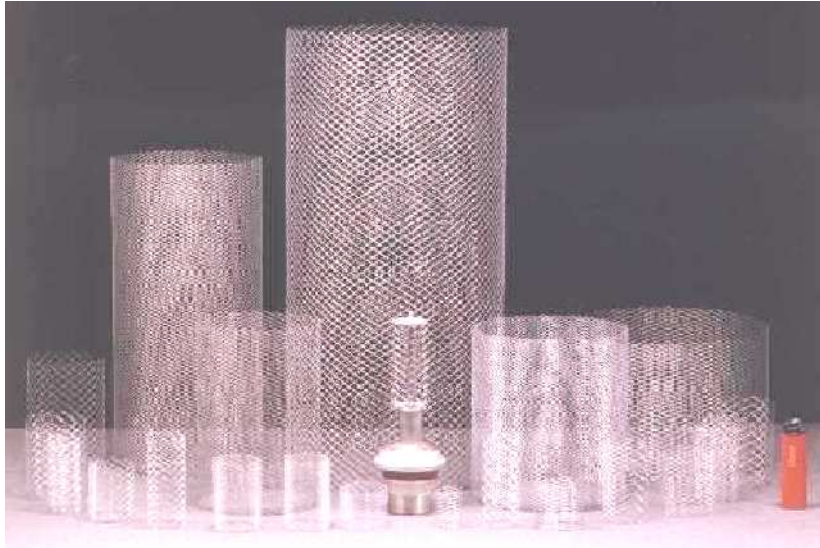


Рис. 1. Фотография сеточных конструкций

**Методика расчета.** Коэффициент самооблученности сетки может быть определен из уравнения теплового баланса [6] между плотностью потока тепла, выделяемого в сетке при джоулевым нагреве, и плотностью потока тепла, излучаемого сеткой. Плотность джоулевого тепловыделения  $q_f$  (удельная мощность накала) для решетчатой сетки, состоящей из  $N$  нитей диаметром  $d$ , связана с удельным сопротивлением  $\rho$ , током накала  $I$  и температурой  $T$  сетки следующим выражением:

$$q_f = \frac{4\rho_0(\gamma)}{\pi^2 d^3 N^2} I^2 T^{n(\gamma)}, \quad (1)$$

где  $\rho_0(\gamma)$ ,  $n(\gamma)$  – функции, аппроксимирующие удельное сопротивление материала проволоки сетки от степени карбидирования ( $\gamma$ ).

Измерив ток накала и соответствующую ему температуру в центре сетки, можно с помощью уравнения (1) определить зависимость температуры в центре сетки от удельной мощности накала при определенной степени карбидирования материала сетки.

Для сетки с коэффициентом самооблученности  $\psi$  плотность потока излучения  $q_r$  может быть найдена из уравнения:

$$q_r = \sigma(1-\psi)T^m, \quad (2)$$

где  $\sigma$ ,  $m$  – коэффициенты температурной зависимости теплового потока для одиночной нити,  $q_r = \sigma T^m = \sigma_0 \varepsilon(T) T^4$ , где  $\sigma_0$  – постоянная Стефана-Больцмана,  $\varepsilon(T)$  – излучательная способность материала сетки,  $m \approx 4,404$ .

В решетчатых сетках диаметр нити в десятки раз меньше ее длины, что исключает утечки тепла от центра сетки за счет теплопроводности и обеспечивает равенство потоков  $q_f$  и  $q_r$ :

$$q_f = q_r = BT^m, \quad (3)$$

Предполагая слабое влияние температуры на коэффициент самооблученности сетки, аппроксимируем экспериментальную зависимость (1) по методу наименьших квадратов, что дает следующее выражение для расчета  $B$  в формуле (3):

$$B = \frac{\sum_{i=1}^s q_{fi} T_i^m}{\sum_{i=1}^s T_i^{2m}}, \quad (4)$$

где  $i = 1, 2, \dots, S$  – число измерений,  $q_{fi}, T_i^m$  – соответственно удельная мощность накала и температура сетки в  $i$ -м замере.

Тогда из уравнений (2) и (4) находим

$$\psi = 1 - \frac{B}{\sigma}. \quad (5)$$

Решетчатый цилиндр состоит из двух слоев взаимно перекрещивающихся и укрепленных на держателях (чашках) нитей, совокупность которых образует решетку в виде цилиндра. Геометрическое подобие решеток однозначно задается четырьмя параметрами:  $H/D, N, \beta, d/D$ , где  $H$  – высота сетки,  $D$  – внутренний диаметр решетки,  $d$  – диаметр нити,  $\beta$  – угол навивки нитей.

Геометрически подобные решетки имеют одинаковый коэффициент самооблученности. С уменьшением относительной высоты цилиндра  $H/D$  возрастает воздействие на его тепловой режим чашек, вследствие чего коэффициент самооблученности увеличивается.

Это воздействие весьма существенно, так как чашки, изготовленные из молибдена, имеют высокий коэффициент отражения лучистого потока на уровне 0,9 при 1300°K. Влияние остальных параметров на коэффициент самооблученности можно объяснить, введя коэффициент густоты решетки  $k_r$ :

$$k_r = \frac{1}{\pi \sin \beta} N \frac{d}{D}. \quad (6)$$

По мере увеличения  $k_r$  самооблученность сетки нарастает, так как все большая часть мощности, излучаемой нитями, поглощается внутри самой решетки.

Анализ конструкции сеток свидетельствует о том, что коэффициент густоты решеток лежит в диапазоне значений от 0,1 до 0,45, относительная высота от 0,3 до 1,4.

Полученные данные обобщены в виде зависимости коэффициента самооблученности сетки от ее геометрических размеров. В упрощенном варианте опытные данные могут быть описаны уравнением в виде функции от двух геометрических параметров – коэффициента густоты и относительной высоты решетки:

$$\psi = 1,155k_r - 0,1616H/D + 7,366 \cdot 10^{-3}. \quad (7)$$

В связи с изложенным выше, зависимость температуры в центре сетки от ее геометрических характеристик, тока накала  $I$ , материала и степени карбидирования нитей имеет вид:

$$T = \left[ \frac{4\rho_0(\gamma)I^2}{\pi^2 d^3 N^2 (1-\psi)\sigma} \right]^{\frac{1}{m-n(\gamma)}}. \quad (8)$$

Учет самооблученности наиболее существенное значение имеет для густых и коротких решеток сетки, когда его влияние способно увеличить температуру сетки на 100 и более градусов. Например для удельной мощности накала 26 Вт/см<sup>2</sup>, температура сетки составит 1950°K, но уже при  $\psi = 0,18$  температура будет на уровне 2050°K, а при  $\psi = 0,323$  составит 2100°K. Таким образом, эффект самооблученности сеток заставляет пересмотреть представления о величине удельной мощности накала, обеспечивающей необходимую долговечность рассматриваемых сеточных конструкций.

Высокая температура сеток и жесткое закрепление их торцов к держателям оказывают существенное влияние на формоустойчивость сеточной конструкции, связанной с их деформацией. Используемая методика расчета напряжений и деформаций, возникающих в рассматриваемых выше сеточных конструкциях, основана на теории тонких оболочек [7] и

использует замену элементарной ячейки проволочной сетки на тонкую пластину с эквивалентными жесткостными свойствами. Анализ напряженно-деформированного состояния позволил не только определить напряжения и деформации [8], возникающие из-за несоответствия температурного расширения решетки и арматуры, но и найти оптимальные соотношения между геометрическими параметрами решетки сетки, минимизирующие напряжения и деформации и повышающие формоустойчивость сеточной конструкции.

Для элемента цилиндрической тонкой оболочки радиусом  $R_0$  (рис. 2) дифференциальные уравнения равновесия с учетом осевой симметрии и отсутствия сдвигающих усилий в осевом сечении оболочки имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dx} + P &= 0, \\ -N_2 - R_0 \frac{dQ}{dx} + R_0 z &= 0, \\ \frac{dM}{dx} - Q &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $R_0$  – радиус цилиндра в свободном состоянии.

Решение системы уравнений (9) сводится к решению дифференциального уравнения с постоянными  $a, b, c$  вида:

$$\frac{d^2 y}{dx^4} + 4a^4 y = cx - b, \quad (10)$$

и позволяет с учетом граничных условий и совместности продольных деформаций определить функцию прогибов  $y = f(x)$  поверхности оболочки от координаты ее осевого направления.

Используя соответствие между усилиями в ячейке решетки и плоской пластине и связь усилий в оболочке с координатами, найдены усилия в узлах ячейки, по которым определены нормальные и касательные напряжения, возникающие в решетке цилиндрической сетки.

Анализ напряженно-деформированного состояния [9, 10] решетки цилиндрической сетки позволил определить зависимость деформации сетки  $\Delta'$  от угла навивки решетки  $\varphi$  и комплекса параметров, характеризующих макрогеометрию сетки  $\Omega = \frac{H\sqrt{N}}{D\sqrt{2}}$ , представленную на рисунке 3.

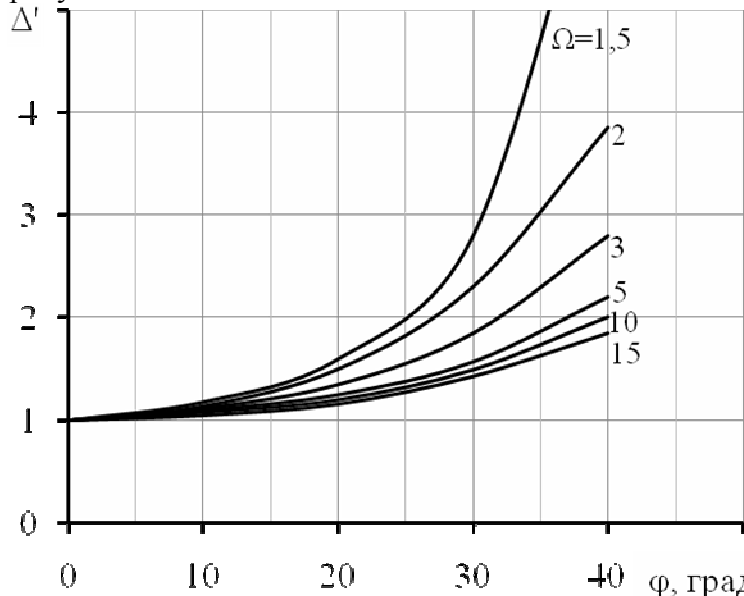


Рис. 3. Зависимость относительной деформации от угла наклона нитей сетки

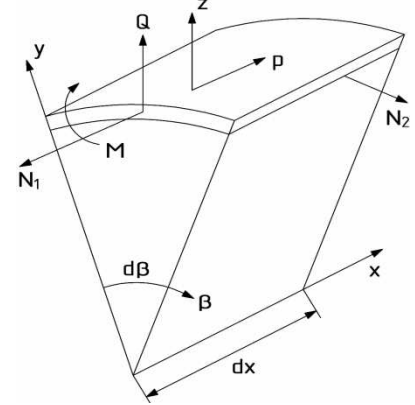


Рис. 2. Система нагрузок и усилий элемента цилиндрической оболочки

В рамках принятой расчетной модели провести расчет остаточной деформации невозможно, однако возможно определить условия ее невозникновения и выявить оптимальные соотношения геометрических параметров, минимизирующие возникающие в сетке напряжения. Для такого анализа была применена наиболее жесткая теория прочности – теория наибольших касательных напряжений.

Используя разработанную методику расчета напряжений и деформаций сеточной конструкции, была составлена программа проведения расчета на компьютере.

Исходными данными для расчета являются следующие величины:  $d$  – диаметр нитей сетки,  $\Delta$  – толщина карбидного слоя,  $T_k$  – температура сетки,  $R_0$  – радиус решетки в свободном состоянии,  $H_0$  – длина решетки в свободном состоянии,  $\gamma$  – удельный вес материала проволоки,  $I_n$  – ток накала, пропускаемый через проволоку,  $\varphi$  – угол наклона нитей сетки,  $n$  – количество пар нитей,  $\Delta_f$  – изменение радиуса решетки в заделке,  $\nu$  – изменение длины решетки. Результаты расчета сводятся в таблицы и дополнительно выводятся значения модуля упругости  $E$  и предела прочности  $\sigma_0$ , рассчитанные по полиномиальным моделям.

При расчете сетка разбивается по длине на 40 элементов, на краях которых рассчитываются значения величин деформации и напряжений, кроме того рассчитывается критическое напряжение для оценки прочности по теории наибольших касательных напряжений.

**Выводы.** Выполнен комплекс теоретических и экспериментальных исследований физических процессов, происходящих в цилиндрических сеточных конструкциях, направленный на повышение долговечности их работы в условиях высоких температур и механических нагрузок. Выявлены закономерности повышения рабочей температуры сеток за счет эффекта самооблученности. Разработана теоретическая модель расчета напряженно-деформированного состояния цилиндрической сеточной структуры с жестко закрепленными торцами, обусловленного работой при высоких температурах. Установлена зависимость оптимального угла навивки нитей сеточной конструкции от комплекса параметров, характеризующего макрогеометрию сетки.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 124041500007-4).

#### Список литературы

1. Пшеничников Г.И. Теория тонких упругих сетчатых оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1982. – 352 с.
2. Васильев В.В., Никитин М.В., Разин А.Ф. Исследование влияния формы ячейки на напряженное состояние композитной сетчатой конструкции при локальном нагружении // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2008. – Т. 1, № 138. – С. 78-81.
3. Прилуцкий В.С. Вольфрамовый торированный карбидированный катод. – М.: Руда и металлы, 2001. – 150 с.
4. Бурнышева Т.В., Каледин В.О., Решетникова Е.В. Дискретное моделирование напряжений в сетчатых оболочках // Краевые задачи и математическое моделирование: Сборник трудов 8-й Всероссийской научной конференции. Т. 2. – Новокузнецк: НФИ КемГУ, 2006. – С. 16-19.
5. Азаров А.В. Континуальные и дискретные модели сетчатых композитных цилиндрических оболочек // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2012. – №1 (18). – С. 121-130.
6. Кузнецов В.Г. Математическое и компьютерное моделирование тепловых процессов и остаточных напряжений при взаимодействии катодного пятна вакуумной дуги с поверхностью металлов // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – № 17. – С. 38-44.
7. Кузнецов В.Г., Курбанов Т.А., Крымов Д.В., Пониматкин В.П. Восстановление формы пластически деформированной поверхности под действием обработки катодными пятнами вакуумно-дугового разряда // Вакуумная техника и технология. – 2014. – Т. 23, №1. – С. 78-81.
8. Васильев В.В., Бунаков В.А. Проектирование сетчатых композитных цилиндрических оболочек, сжатых в осевом направлении // Конструкции из композиционных материалов. – 2012. – № 11(78). – С. 61-65.
9. Бунаков В.А. Оптимальное проектирование сетчатых композитных цилиндрических оболочек // Механика конструкций из композиционных материалов. – 1992. – № 26. – С. 101-125.
10. Нестеренко Г.И. Ресурс и живучесть самолетных конструкций // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2005. – №1. – С. 106-118.

## References

1. Pshenichnikov G.I. Theory of thin elastic mesh shells and plates. – M.: Science, 1982. – 352 p.
2. Vasiliev V.V., Nikitin M.V., Razin A.F. Investigation of the influence of the cell shape on the stress state of a composite mesh structure under local loading // Issues of defense technology. Ser. 15. Composite nonmetallic materials in mechanical engineering. 2008, vol. 1, no. 138, pp. 78-81.
3. Prilutsky V.S. Tungsten thoriated carbided cathode. – M.: Ore and metals, 2001. – 150 p.
4. Burnysheva T.V., Kaledin V.O., Reshetnikova E.V. Discrete modeling of stresses in mesh shells // Boundary value problems and mathematical modeling: Collection of works of the 8th All-Russian Scientific Conference. Vol. 2. – Novokuznetsk: NBI KemSU, 2006. – P. 16-19.
5. Azarov A.V. Continuous and discrete models of mesh composite cylindrical shells // Mechanics of composite materials and structures. 2012, no. 1(18), pp. 121-130.
6. Kuznetsov V.G. Mathematical and computer modeling of thermal processes and residual stresses in the interaction of the cathode spot of a vacuum arc with the surface of metals // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 17, pp. 38-44.
7. Kuznetsov V.G., Kurbanov T.A., Krymov D.V., Ponyatkin V.P. Restoration of the shape of a plastically deformed surface under the action of treatment with cathode spots of a vacuum arc discharge // Vacuum engineering and technology. 2014, vol. 23, no. 1, pp. 78-81.
8. Vasiliev V.V., Bunakov V.A. Designing mesh composite cylindrical shells compressed in the axial direction // Constructions from composite materials. 2012, no. 11(78), pp. 61-65.
9. Bunakov V.A. Optimal design of mesh composite cylindrical shells // Mechanics of structures made of composite materials. 1992, no. 26, pp. 101-125.
10. Nesterenko G.I. Resource and survivability of aircraft structures // Problems of mechanical engineering and reliability of machines. 2005, no. 1, pp. 106-118.

*Сведения об авторах:*

*Information about authors:*

<b>Кузнецов Вячеслав Геннадьевич</b> – доктор технических наук, заведующий лабораторией	<b>Kuznetsov Viacheslav Gennadievich</b> – doctor of technical science, head of laboratory
kvg-ipme@yandex.ru	

*Получена 08.10.2024*