

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УСЛОВИЙ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД НА БОЛЬШИХ ГЛУБИНАХ ЗЕМНОЙ КОРЫ

*Дуйшеналиев Т.Б., Цой В.Э., Минаков Б.В., Грибов Е.А.
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва*

Ключевые слова: горная порода, напряженное состояние, предельные круги напряжений, огибающая, уравнение огибающей линии, теория прочности Мора, прогнозирование прочности.

Аннотация. Разработка месторождений полезных ископаемых часто ведется на больших глубинах земной коры, где горные породы находятся в условиях трехосного сжатия. Требуется тщательное изучение и прогнозирование поведения горных пород при различных уровнях напряженного состояния. Эта проблема тесно связана с теорией прочности Мора, основной задачей которой является количественное описание разрушающих усилий в условиях трехосных напряженных состояний. Она, пожалуй, является самой распространенной и широко применяемой теорией в механике горных пород. Выведено уравнение, выражающее количественное соотношение между предельными величинами наименьшего и наибольшего главных напряжений. Использование этого уравнения позволяет построить огибающую линию предельных кругов напряжений по предложенным трем различным ее представлениям с использованием разработанных компьютерных программ в системах MathCad и MatLab. Показано, что огибающая линия для любого материала не зависит от вида этих представлений. Полученные результаты позволяют прогнозировать прочность горных пород на различных глубинах при проведении геологоразведочных и проходческих работ.

PREDICTION OF CONDITIONS FOR ROCK DESTRUCTION AT GREAT DEPTHS OF THE EARTH'S CRUST

*Duyshenaliev T.B., Tsoy V.E., Minakov B.V., Gribov E.A.
National Research University «MPEI», Moscow*

Keywords: rock, stress state, stress limit circles, envelope, envelope line equation, Mohr's theory of strength, strength prediction.

Abstract. The development of mineral deposits is often carried out at great depths in the earth's crust, where rocks are subject to triaxial compression. A thorough study and prediction of the behavior of rocks at various levels of stress is required. This problem is closely related to Mohr's theory of strength, the main task of which is the quantitative description of destructive forces under triaxial stress states. It is perhaps the most common and widely used theory in rock mechanics. An equation is derived that expresses the quantitative relationship between the limiting values of the minimum and maximum principal stresses. The use of this equation makes it possible to construct an envelope line of stress limit circles according to the proposed three different representations of it using developed computer programs in the MathCad and MatLab systems. It is shown that the envelope line for any material does not depend on the type of these representations. The results obtained make it possible to predict the strength of rocks at various depths during geological exploration and development work.

Введение

В начале прошлого века О. Мор выявил возможность изображения любого напряженного состояния на плоскости нормального и касательного напряжения. Далее он высказал предположение о том, предельные круги напряжений (круги разрушающих напряженных состояний), изображенные на плоскости, должны образовать закономерное семейство [1]. Состоятельность этого предположения была выявлена первыми же опытами. Опытные круги располагались таким образом, что к ним можно провести огибающую линию [2]. Далее это положение подтвердилось результатами многочисленных испытаний материалов в камерах трехосного сжатия. То обстоятельство, что предельные круги напряжений образуют огибаемое одной линией семейство, является общепризнанным положением [3-11].

Уравнение этой линии до недавнего времени не имела математического обоснования. Все виды огибающей линии, как оказалось, лишь с разной степенью приближения описывают

действительное поведение материалов только вблизи тех напряженных состояний, которые использовались при определении констант. С удалением от этих напряженных состояний отклонения все больше и больше возрастают [12, 13]. В связи с этим, такие виды огибающих линий не пригодны для прогнозирования, ибо они дают отклонения уже в пределах имеющихся опытных данных. За пределами опытных данных, т.е. в области высоких давлений, прогнозы на их основе будут далекими от действительности.

Целью работы [13] являлся иной подход – не задаваться видом зависимости, а вывести его математически. Предложено уравнение, выражающее количественное соотношение между предельными величинами наименьшего и наибольшего главных напряжений. Используя это уравнение можно построить огибающую линию предельных кругов напряжений и оценить напряженное состояние горных пород и других материалов [13]. Подтверждена его экспериментальная состоятельность [14].

В работе [13] разработаны методики определения разрушающих напряженных состояний хрупких и полухрупких материалов. Построены огибающие линии по предложенным трем различным представлениям уравнения огибающей линии с использованием разработанных компьютерных программ в системах MathCad и MatLab. Показано, что огибающая линия для любого материала не зависит от этих представлений.

Установление уравнения огибающей линии имеет важное практическое значение. Массивы горных пород находятся в условиях трехосного сжатия. Степень такого сжатия различна на различных глубинах земной коры. При каких напряженных состояниях разрушается та или иная горная порода? Ответ на этот вопрос имеет первостепенное значение при проведении горных работ. В свете этого, математическое описание огибающей линии предельных кругов Мора приобрело самостоятельное научное и практическое значение.

Напряженные состояния, в которых находятся массивы горных пород, вообще говоря, вычисляемы. Вычисляемы и изменения этих состояний с изменением глубины залегания горных пород. Являются ли эти напряженные состояния разрушающими для данного материала? Вот те вопросы, в решении которых может применяться уравнения (1), (2), полученные в работе [13].

1. Методы исследования

1.1. Константы и представления уравнения огибающей линии

В работе [13] выведено уравнение огибающей линии предельных кругов напряжений на плоскости σ, τ в параметрической форме:

$$\sigma = \frac{\sigma_3 + \sigma_1 \sigma'_3}{1 + \sigma'_3}; \quad \tau = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{1 + \sigma'_3} \sqrt{\sigma'_3}, \quad (1)$$

где σ_1, σ_3 – главные напряжения,

$$\sigma_3 = \frac{a+b}{2} + \sqrt{\frac{(a-b)^2}{8} + \sigma_1^2}; \quad \sigma'_3 = \frac{2\sigma_1}{\sqrt{\frac{(a-b)^2}{8} + \sigma_1^2}}. \quad (2)$$

В уравнение огибающей линии (2) механическое свойство материала входит в виде констант a, b . В работе [13] рассмотрены три способа их определения, а соответствующие им представления уравнения огибающей линии приведены ниже.

1.1.1. Первое представление. Через главные напряжения двух произвольных напряженных состояний при трехосном сжатии

Можно использовать данные проведенных испытаний с приложением к боковой поверхности цилиндрического образца гидростатического давления. Подставим величины главных напряжений произвольного разрушающего напряженного состояния в первое уравнение зависимости (2):

$$\sigma_1 = \sigma_{1r}; \quad \sigma_3 = \sigma_{3r}; \quad \sigma_{3r} = \frac{a+b}{2} + \sqrt{\frac{(a-b)^2}{8} + \sigma_{1r}^2}, \quad (3)$$

где σ_{1r}, σ_{3r} – величины опытных главных напряжений.

В то же уравнение подставим теперь опытные величины главных напряжений другого разрушающего напряженного состояния:

$$\sigma_1 = \sigma_{1s}, \quad \sigma_3 = \sigma_{3s},$$

где σ_{1s}, σ_{3s} – опытные величины главных напряжений σ_1, σ_3 ;

$$\sigma_{3s} = \frac{a+b}{2} + \sqrt{\frac{(a-b)^2}{8} + \sigma_{1s}^2}. \quad (4)$$

Решив уравнения (3) и (4) относительно параметров a, b :

$$a = \frac{\sigma_{3r}^2 - \sigma_{3s}^2 - \sigma_{1r}^2 + \sigma_{1s}^2}{2(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})} + \sqrt{\frac{(\sigma_{3r}^2 - \sigma_{3s}^2)^2 - (\sigma_{1r}^2 - \sigma_{1s}^2)^2}{2(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2} - \sigma_{1r}^2 - \sigma_{1s}^2 + \sigma_{3r}^2 + \sigma_{3s}^2},$$

$$b = \frac{\sigma_{3r}^2 - \sigma_{3s}^2 - \sigma_{1r}^2 + \sigma_{1s}^2}{2(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})} - \sqrt{\frac{(\sigma_{3r}^2 - \sigma_{3s}^2)^2 - (\sigma_{1r}^2 - \sigma_{1s}^2)^2}{2(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2} - \sigma_{1r}^2 - \sigma_{1s}^2 + \sigma_{3r}^2 + \sigma_{3s}^2}, \quad (5)$$

введем их в уравнения (2):

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{3r}^2 - \sigma_{3s}^2 - \sigma_{1r}^2 + \sigma_{1s}^2}{2(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})} + \sqrt{\frac{(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2}{4} + \frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{1s}^2)^2}{4(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2} - \frac{\sigma_{1r}^2 + \sigma_{1s}^2}{2} + \sigma_1^2}.$$

$$\sigma_3' = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\frac{(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2}{4} + \frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{1s}^2)^2}{4(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2} - \frac{\sigma_{1r}^2 + \sigma_{1s}^2}{2} + \sigma_1^2}}. \quad (6)$$

Уравнения огибающей линии (1), (2) по этой методике примут следующий вид:

$$\sigma = \frac{\sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3'}{1 + \sigma_3'}; \quad \tau = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{1 + \sigma_3'} \sqrt{\sigma_3'}, \quad (7)$$

где

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{3r}^2 - \sigma_{3s}^2 - \sigma_{1r}^2 + \sigma_{1s}^2}{2(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})} + \sqrt{\frac{(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2}{4} + \frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{1s}^2)^2}{4(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2} - \frac{\sigma_{1r}^2 + \sigma_{1s}^2}{2} + \sigma_1^2}$$

$$\sigma_3' = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\frac{(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2}{4} + \frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{1s}^2)^2}{4(\sigma_{3r} - \sigma_{3s})^2} - \frac{\sigma_{1r}^2 + \sigma_{1s}^2}{2} + \sigma_1^2}}. \quad (8)$$

Это представление огибающей линии целесообразно применять в тех случаях, когда в опытных данных отсутствует не только предел прочности материала на осевое растяжение, но и предел прочности на осевое сжатие. Но таких случаев, практически, не бывает. Во всех экспериментальных данных предел прочности на осевое сжатие приводится, ибо испытание на определение этого показателя можно проводить и в камерах трехосного сжатия.

1.1.2. Второе представление. Через предел прочности материала на осевое сжатие и величины главных напряжений одного из разрушающего напряженного состояния

В камерах трехосного сжатия образцы горных пород можно довести до разрушения при осевом сжатии без бокового давления (осевое сжатие) и при осевом сжатии с приложением к боковой поверхности образца различных величин гидростатического давления. В таких испытаниях определяются предел прочности на осевое сжатие, а также ряд величин главных напряжений, при которых образец разрушается. Для таких испытаний величины констант a, b необходимо выразить через величины предела прочности на осевое сжатие и через величины какой-либо пары главных напряжений.

Пусть в качестве главных напряжений σ_{1s}, σ_{3s} в уравнении (2), приняты главные напряжения осевого сжатия:

$$\sigma_{1s} = \sigma_c; \quad \sigma_{3s} = 0,$$

где σ_c – предел прочности материала при осевом сжатии.

Внесем их в уравнения (5):

$$a = \frac{\sigma_{3r}^2 - \sigma_{1r}^2 + \sigma_c^2}{2\sigma_{3r}} + \sqrt{\frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{3r}^2)^2 + \sigma_c^2(\sigma_c^2 - 2\sigma_{1r}^2 - 2\sigma_{3r}^2)}{2\sigma_{3r}^2}},$$

$$b = \frac{\sigma_{3r}^2 - \sigma_{1r}^2 + \sigma_c^2}{2\sigma_{3r}} + \sqrt{\frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{3r}^2)^2 + \sigma_c^2(\sigma_c^2 - 2\sigma_{1r}^2 - 2\sigma_{3r}^2)}{2\sigma_{3r}^2}}, \quad (9)$$

и (6):

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{3r}^2 - \sigma_{1r}^2 + \sigma_c^2}{2\sigma_{3r}} + \sqrt{\frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{3r}^2)^2 + \sigma_c^2(\sigma_c^2 - 2\sigma_{1r}^2 - 2\sigma_{3r}^2)}{4\sigma_{3r}^2}} + \sigma_1^2,$$

$$\sigma_3' = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{3r}^2)^2 + \sigma_c^2(\sigma_c^2 - 2\sigma_{1r}^2 - 2\sigma_{3r}^2)}{4\sigma_{3r}^2}} + \sigma_1^2}. \quad (10)$$

Уравнения огибающей линии (1), (2) примут следующий вид:

$$\sigma = \frac{\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3'}{1 + \sigma_3'}; \quad \tau = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{1 + \sigma_3'} \sqrt{\sigma_3'}, \quad (11)$$

где

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{3r}^2 - \sigma_{1r}^2 + \sigma_c^2}{2\sigma_{3r}} + \sqrt{\frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{3r}^2)^2 + \sigma_c^2(\sigma_c^2 - 2\sigma_{1r}^2 - 2(\sigma_{3r}^2))}{4\sigma_{3r}^2}} + \sigma_1^2,$$

$$\sigma_3' = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\frac{(\sigma_{1r}^2 - \sigma_{3r}^2)^2 + \sigma_c^2(\sigma_c^2 - 2\sigma_{1r}^2 - 2\sigma_{3r}^2)}{4\sigma_{3r}^2}} + \sigma_1^2}. \quad (12)$$

Это представление огибающей линии целесообразно применять в тех случаях, когда в опытных данных отсутствует только предел прочности материала на осевое растяжение, а предел прочности на осевое сжатие определен. Подавляющее большинство опытных данных относятся к этой категории.

1.1.3. Третье представление. По величинам предела прочности материала на осевое сжатие и осевое растяжение

Пределы прочности на осевое сжатие σ_c и на осевое растяжение σ_p являются наиболее распространенными физико-механическими характеристиками горных пород.

Подставляя главные напряжения при осевом растяжении в уравнения (9)

$$\sigma_{1r} = 0; \quad \sigma_{3r} = \sigma_c, \quad (13)$$

выразим константы уравнения (2) через пределы σ_c и σ_p :

$$a = \frac{\sigma_c^2 + \sigma_p^2}{2\sigma_p} + \frac{\sigma_c^2 - \sigma_p^2}{\sqrt{2\sigma_p^2}}; \quad b = \frac{\sigma_c^2 + \sigma_p^2}{2\sigma_p} - \frac{\sigma_c^2 - \sigma_p^2}{\sqrt{2\sigma_p^2}}. \quad (14)$$

Внесем (13) в уравнения (10):

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_c^2 + \sigma_p^2}{2\sigma_p} + \sqrt{\frac{\sigma_c^2 - \sigma_p^2}{2\sigma_p} + \sigma_1^2}; \quad \sigma_3' = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_c^2 - \sigma_p^2}{2\sigma_p}\right)^2 + \sigma_1^2}}. \quad (15)$$

Теперь, уравнение огибающей линии, выраженное через пределы прочности материала на осевое сжатие и осевое растяжение, запишется так:

$$\sigma = \frac{\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3'}{1 + \sigma_3'}; \quad \tau = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{1 + \sigma_3'} \sqrt{\sigma_3'}, \quad (16)$$

где

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_c^2 + \sigma_p^2}{2\sigma_p} + \sqrt{\frac{\sigma_c^2 - \sigma_p^2}{2\sigma_p} + \sigma_1^2}; \quad \sigma_3' = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_c^2 - \sigma_p^2}{2\sigma_p}\right)^2 + \sigma_1^2}}. \quad (17)$$

Механическое свойство материала вошло в уравнение огибающей линии (16) в качестве пределов прочности материала на осевое сжатие и растяжение. Установив их величины, с помощью уравнения (17) сможем определить все разрушающие данный материал напряженные состояния.

Это представление огибающей линии целесообразно применять в тех случаях, когда в опытных данных имеются и предел прочности материала на осевое растяжение, и предел прочности на осевое сжатие.

Отметим, что огибающая линия для любого материала не должна зависеть от того, по какому из этих уравнений она построена.

2. Обсуждение результатов

2.1. Программные коды и огибающие линии по различным представлениям уравнения огибающей линии

Ниже приведены программные коды в MatLab, а на рисунках 1-3 показаны опытные круги и, построенные по различным представлениям уравнения (2), огибающие линии для каррарского мрамора.

```

%% Способ 1 определения констант уравнения и построения огибающей линии:
s1s=sigma1(s); s1r=sigma1(r);
s3s=sigma3(s); s3r=sigma3(r);
%% Шаг и пределы изменения sigma1:
s1min=intrval(1);s1max=intrval(2);
n=500; h=(s1max-s1min)/n;
%% График:
xi1=0; yi1=0;
for sig1=s1min:h:s1max
sig3=(s3r^2-s3s^2+s1s^2-s1r^2)/(2*(s3r-s3s))+sqrt((s3r-s3s)^2/4+(s1r^2-
s1s^2)^2/(4*(s3r-s3s)^2)-(s1s^2+s1r^2)/2+sig1^2);
sig3h=sig1/(sqrt((s3r-s3s)^2/4+(s1r^2-s1s^2)^2/(4*(s3r-s3s)^2)-
(s1s^2+s1r^2)/2+sig1^2));
xi2= (sig3+sig1*sig3h)/(1+sig3h);
yi2= (sig1-sig3)/(1+sig3h)*sqrt(sig3h);
line([xi1 xi2],[yi1 yi2],'Color','b','LineWidth',1.5)
line([xi1 xi2],[-yi1 yi2],'Color','b','LineWidth',1.5)
%drawnow;
xi1=xi2; yi1=yi2;
end

```

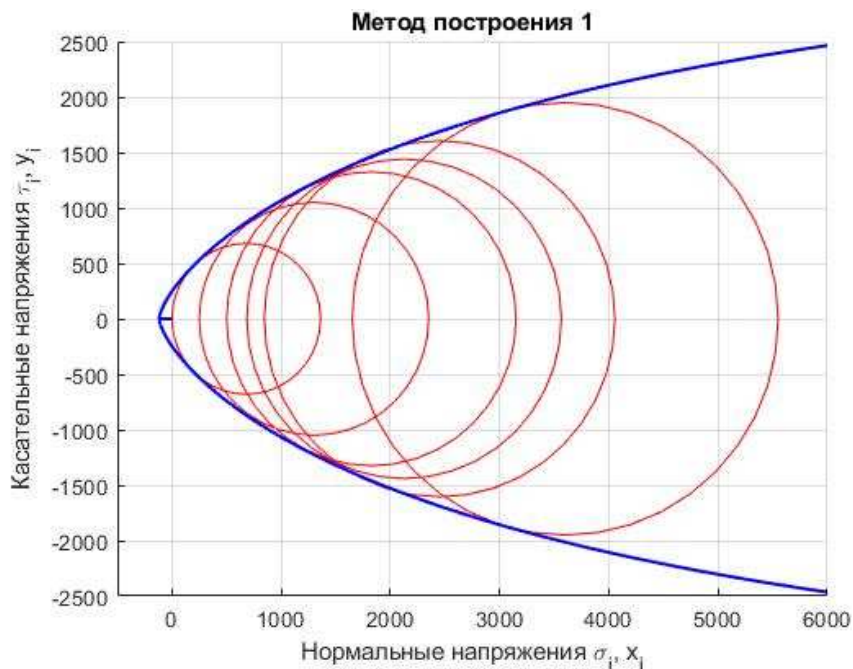


Рис. 1. Огибающая, построенная по первому представлению (7), (8); материал – каррарский мрамор (опыты Т. Кармана [2])

```

%% Способ 2 определения констант уравнения и построения огибающей линии:
    s_c=sigma1(1);
    slr=sigma1(r);s3r=sigma3(r);
%% Шаг и пределы изменения sigma1:
    slmin=intrval(1);slmax=intrval(2);
    n=500; h=(slmax-slmin)/n;
%% График:
    xil=0; yil=0;
    for sig1=slmin:h:slmax
        sig3=(s3r^2-slr^2+s_c^2)/(2*(s3r))+sqrt(((slr^2-s3r^2)^2+s_c^2*(s_c^2-
2*slr^2-2*s3r^2))/(4*s3r^2)+sig1^2);
        sig3h=sig1/sqrt(((slr^2-s3r^2)^2+s_c^2*(s_c^2-2*slr^2-
2*s3r^2))/(4*s3r^2)+sig1^2);
        xi2=(sig3+sig1*sig3h)/(1+sig3h);
        yi2=(sig1-sig3)/(1+sig3h)*sqrt(sig3h);
        line([xil xi2],[yil yi2],'Color','b','LineWidth',1.5)
        line([xil xi2],[-yil yi2],'Color','b','LineWidth',1.5)
        %drawnow;
        xil=xi2; yil=yi2;
    end
end

```

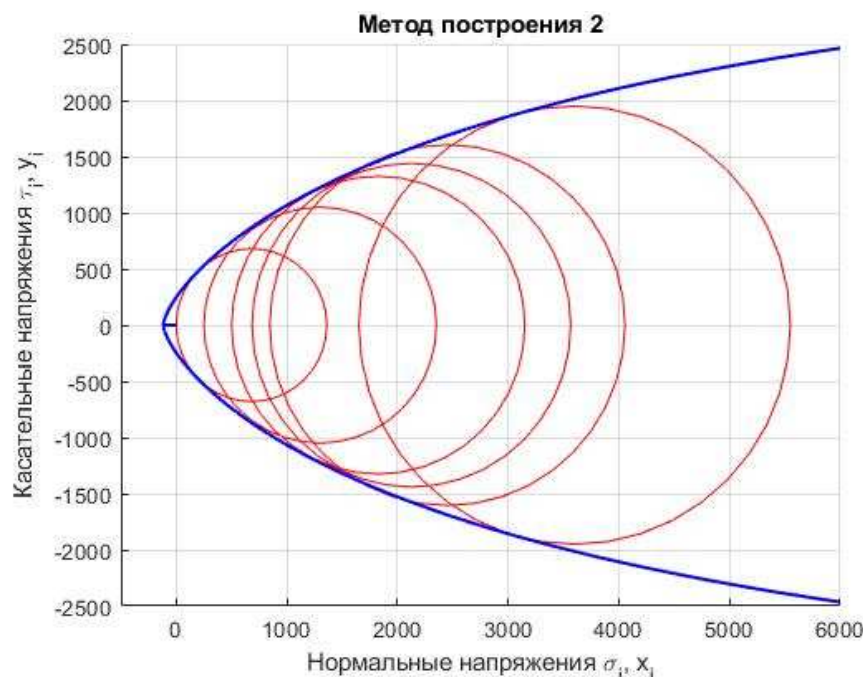


Рис. 2. Огибающая, построенная по второму представлению (11), (12); материал – каррарский мрамор (опыты Т. Кармана [2])

```

%% Способ 3 определения констант уравнения и построения огибающей линии:
    s_c=sigma1(1);
    s_r=sigmaR(2);
%% Шаг и пределы изменения sigma1:
    slmin=intrval(1);slmax=intrval(2);
    n=500; h=(slmax-slmin)/n;
%% График:
    xil=0; yil=0;
    for sig1=slmin:h:slmax
        sig3=(s_r^2+s_c^2)/(2*(s_r))+sqrt(((s_r^2+s_c^2)/(2*s_r))^2+sig1^2);
        sig3h=sig1/sqrt(((s_r^2+s_c^2)/(2*s_r))^2+sig1^2);
        xi2=(sig3+sig1*sig3h)/(1+sig3h);
        yi2=(sig1-sig3)/(1+sig3h)*sqrt(sig3h);
        line([xil xi2],[yil yi2],'Color','b','LineWidth',1.5)
        line([xil xi2],[-yil yi2],'Color','b','LineWidth',1.5)
        %drawnow;
        xil=xi2; yil=yi2;
    end
end

```

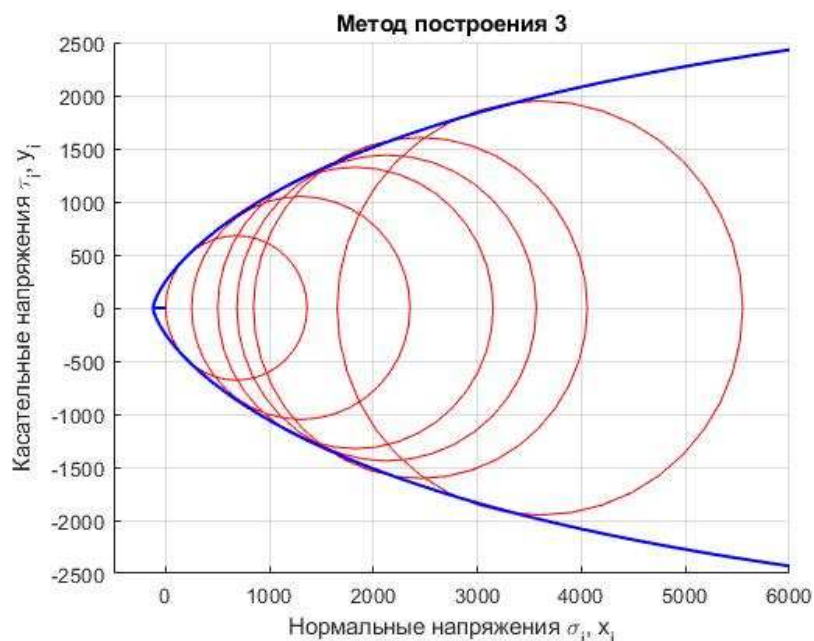


Рис. 3. Огибающая, построенная по третьему представлению (16), (17); материал – каррарский мрамор (опыты Т. Кармана [2])

Как видно из рисунков 1-3, огибающая линия для каррарского мрамора не зависит от того, по какому из этих представлений она построена.

Аналогичные результаты получены и для других горных пород (песчаник, меломергель, пироксенит, габбро и др.) [13].

2.2. Предложения по прогнозированию прочности горных пород на различных глубинах

Напряженные состояния, в которых находятся массивы горных пород, вообще говоря, можно определить. Также можно рассчитать изменения этих состояний с изменением глубины залегания горных пород. На больших глубинах горные породы находятся в условиях трехосного сжатия с высокими и сверхвысокими давлениями. Являются ли эти напряженные состояния разрушающими для данного материала?

Уравнения (1), (2), как показано в п. 2, очень хорошо описывают опытные данные при всех величинах напряжений, которые достигнуты в камерах высокого давления. Это дает основание утверждать, что эти уравнения верно описывают поведение материалов и при больших величинах напряжений. Как определить такие напряженные состояния? На основе уравнения (1) несложно определить разрушающие напряженные состояния для сколь угодно больших уровней напряжения.

Покажем это на примере каррарского мрамора. Опытными данными здесь являются величины напряжений, при которых этот материал разрушался. Напишем эти данные в виде вектора (размерность напряжений – кгс/см²)

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (1360 \ 2350 \ 3150 \ 3565 \ 4055 \ 5550); \\ \sigma_3 &= (0 \ 250 \ 500 \ 685 \ 845 \ 1650). \end{aligned} \tag{18}$$

Нанесем эти данные на плоскость главных напряжений σ_1, σ_3 (рис. 4).

Нанесем эти данные и на плоскость нормального и касательного напряжений (рис. 5).

Продолжим эти графики в область больших давлений, где опытные измерения не проведены. Для этого можно пользоваться любыми методами, которые рассмотрены в п. 2. Для этого материала определены величины констант a, b , а также величина предела прочности σ_p (п. 2). Тут можно непосредственно пользоваться уравнением (1). Можно пользоваться и тем видом этого уравнения, в котором оно представлено через пределы прочности на осевое сжатие и осевое растяжение. Результаты будут одними и теми же.

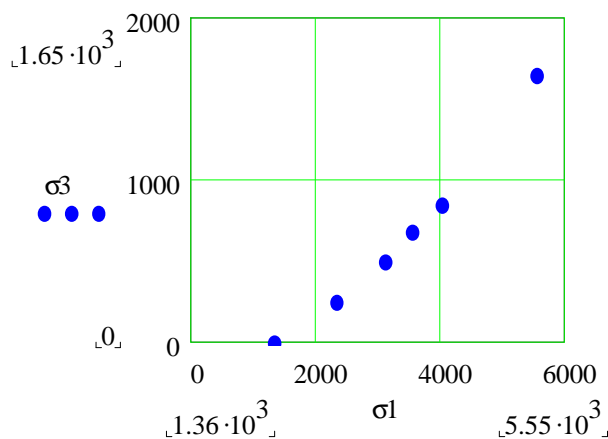


Рис. 4. Опытные данные на плоскости напряжений σ_1, σ_3

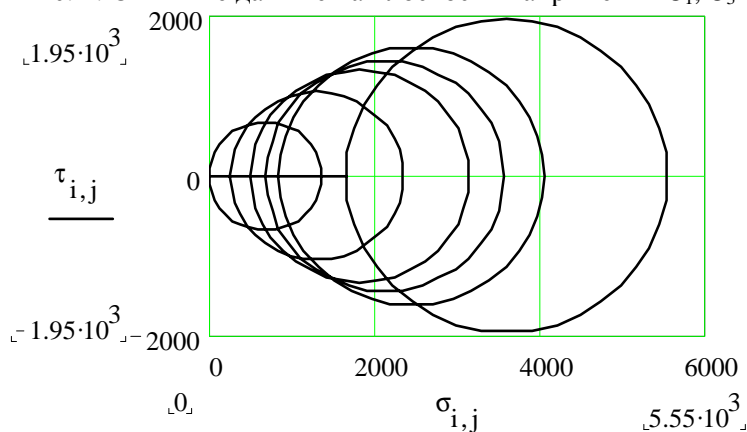


Рис. 5. Круги напряжений опытных данных

Воспользуемся этим методом и напишем уравнения (1) в виде:

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_p^2 + \sigma_{сж}^2}{2 \cdot \sigma_p} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{сж}^2 - \sigma_p^2}{2 \cdot \sigma_p}\right)^2 + \sigma_1^2}. \quad (19)$$

Дополним опытные напряжения σ_1 выбранными наугад большими величинами:

$$\sigma_1 = (0 \ 1360 \ 2350 \ 3150 \ 3565 \ 4055 \ 5550 \ 20000 \ 23000 \ 27000 \ 38000 \ 44000 \ 60000 \ 66000 \ 72000). \quad (20)$$

Пользуясь уравнением (19), можно определить величины главного напряжения σ_3 , а также σ'_3 по (17), и продолжить вышеприведенные графики в область больших давлений. На рисунках 6 и 7 приведены эти графики.

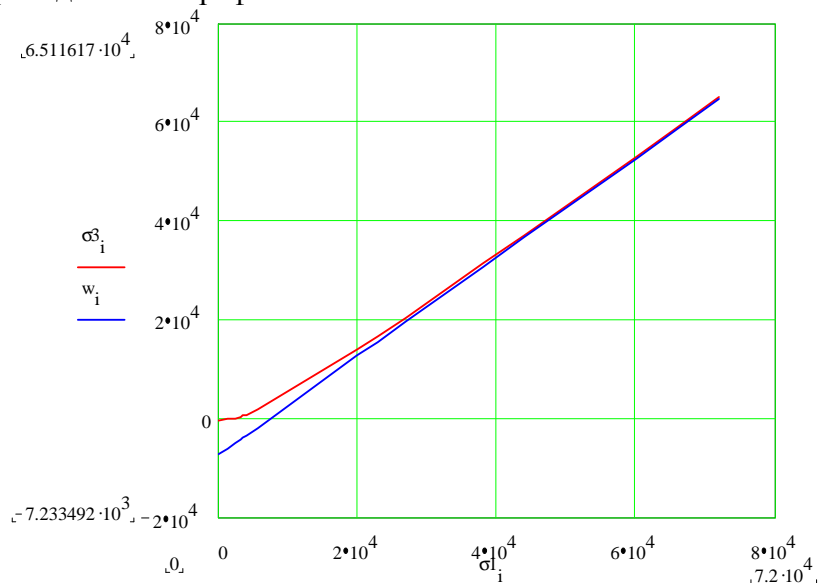


Рис. 6. Продолжение графика на рисунке 4 в область больших давлений

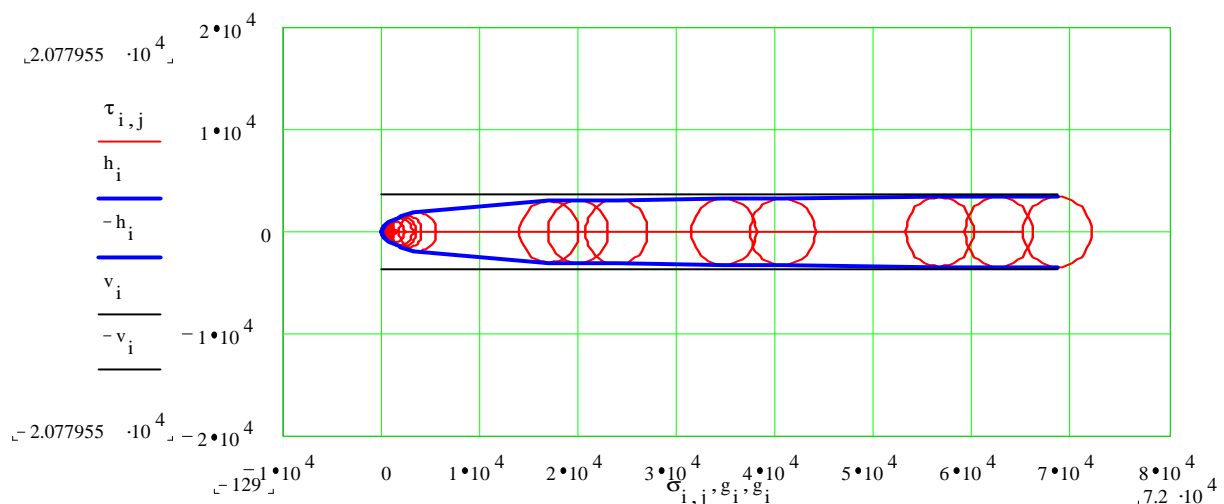


Рис. 7. Продолжение графика на рисунке 5 в область больших давлений

Заключение

Успешная экспериментальная проверка уравнений (1), (2) в сочетании с разработкой практических методов построения огибающих линий представляет собой значительный шаг вперед. Эти достижения открывают дорогу к более точным и надежным прогнозам поведения горных пород на значительных глубинах земной коры, что в конечном итоге приводит к повышению безопасности, эффективности и устойчивости геологических изысканий и горно-проходческих работ.

Список литературы

1. Мор О. Чем обусловлены предел упругости и временное сопротивление материалов // Новые идеи в технике. Теория прочности. – 1915. – № 1. – С. 1-50.
2. Карман Т. Опыты на всестороннее сжатие // Новые идеи в технике. Теория прочности. – 1915. – №1. – С. 51-102.
3. Давиденков Н.Н., Ставрогин А.Н., Петрова Н.А. Критерии прочности при хрупком разрушении // Доклады АН СССР. – 1954. – Т. 99, №1. – С. 101-116.
4. Руппенеит К.В. Механические свойства горных пород. – М.: Углетехиздат, 1956. – 324 с.
5. Волярович М.П. Исследование физико-механических свойств горных пород при высоких давлениях // Геология и геофизика. – 1961. – №4. – С. 126-133.
6. Ставрогин А.Н. Исследование горных пород в сложных напряженных состояниях // Горный журнал. – 1961. – № 3. – С. 34-39.
7. Паспорта прочности горных пород и методы их определения / Под ред. М.М. Протождяконова. – М.: Наука, 1964. – 78 с.
8. Протождяконов М.М. Обобщенное уравнение к предельным кругам напряжений Мора // Исследование физико-механических свойств горных пород применительно к задачам управления горным давлением: Сборник трудов. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – С. 13-18.
9. Протождяконов М.М., Ильницкая Е.И., Карпов В.И. Методы исследования механических свойств горных пород в условиях объемного напряженного состояния // Механические свойства горных пород. Сборник трудов. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – С. 151-156.
10. Прочность горных пород в объемном напряженном состоянии / Под ред. М.И. Койфмана. – М.: Наука, 1964. – 34 с.
11. Кунтыш М.Ф. Исследование метода определения основных физико-механических характеристик горных пород, используемых при решении задач горного давления: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. – М., 1964. – 24 с.
12. Дуйшеналиев Т.Б. Количественное описание теории прочности Мора // Известия Национальной академии наук Кыргызской Республики. – 2012. – № 4. – С. 47-49.
13. Дуйшеналиев Т.Б. Неклассические решения механики деформируемого тела. – М.: Изд-во МЭИ, 2017. – 400 с.
14. Дуйшеналиев Т.Б., Меркурьев И.В., Хроматов В.Е., Щугорев В.Н. Экспериментальная состоятельность уравнения огибающей линии предельных кругов напряжений Мора // Актуальные проблемы механики сплошной среды: Труды Всероссийской научной конференции с международным участием. – Казань: Изд-во Академии наук Республики Татарстан, 2020. – С. 141-145.

References

1. More O. What determines the elastic limit and the temporary resistance of materials // New ideas in technology. The theory of strength. 1915, no. 1, pp. 1-50.
2. Karman T. Experiments on comprehensive compression // New ideas in technology. The theory of strength. 1915, no. 1, pp. 51-102.
3. Davidenkov N.N., Stavrogin A.N., Petrova N.A. Criteria of strength in brittle fracture // Reports of USSR Academy of Sciences. 1954, vol. 99, no. 1, pp. 101-116.
4. Ruppeneit K. V. Mechanical properties of rocks. – M.: Ugletekhizdat, 1956. – 324 p.
5. Volarovich M.P. Investigation of the physic-mechanical properties of rocks at high pressures // Geology and geophysics. 1961, no.4, pp. 126-133.
6. Stavrogin A. N. Investigation of rocks in complex stress states // Mining Journal. 1961, no. 3, pp. 34-39.
7. Passports of rock strength and methods of their determination / Edited by M.M. Protodyakonov. – M.: Science, 1964. – 78 p.
8. Protodiakonov M.M. Generalized equation to the limiting circles of Mora stresses // Investigation of the physic-mechanical properties of rocks in relation to the tasks of controlling rock pressure: Collection of works. – M.: Publ. house of the USSR Academy of Sciences, 1962. – P. 13-18.
9. Protodiakonov M.M., Ilnitskaya E.I., Karpov V.I. Methods for studying the mechanical properties of rocks in a volumetric stress state // Mechanical properties of rocks. Collection of works. – M.: Publ. house of the USSR Academy of Sciences, 1963. – P. 151-156.
10. The strength of rocks in a volumetric stress state / Edited by M.I. Koifman. – M.: Science, 1964. – 34 p.
11. Kuntyshev M.F. Investigation of the method for determining the basic physical and mechanical characteristics of rocks used in solving problems of rock pressure: Abstract of the diss. ... cand. of tech. sc. – M., 1964. – 24 p.
12. Duishenaliev T.B. Quantitative description of the theory of strength of Mohr // Proceedings of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic. 2012, no. 4, pp. 47-49.
13. Duishenaliev T.B. Non-classical solutions to the mechanics of a deformable body. – M.: Publishing house MPEI, 2017. – 400 p.
14. Duishenaliev T.B., Merkuriev I.V., Khromatov V.E., Shchugorev V.N. Experimental consistency of the equation of the envelope of the line of limiting circles of Mora stresses // Actual problems of continuum mechanics: Proceedings of the All-Russian scientific conference with international participation. – Kazan: Publishing House of the Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan, 2020. – P. 141-145.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Дуишеналиев Туратбек Болотбекович – доктор физико-математических наук, профессор	Duishenaliev Turatbek Bolotbekovich – doctor of physical and mathematical sciences, professor
Цой Валерьян Эдуардович – кандидат физико-математических наук, доцент	Tsoy Valerian Eduardovich – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
Минаков Борис Владимирович – кандидат технических наук, доцент	Minakov Boris Vladimirovich – candidate of technical sciences, associate professor
Грибов Евгений Александрович – инженер, преподаватель	Gribov Evgeny Aleksandrovich – engineer, teacher
DuyshenaliyevT@mpei.ru	

Получена 06.10.2024