

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИЛЫ И МОМЕНТА ТРЕНИЯ ПРИ ПРЕЦЕССИИ ВОЛЧКА ТОМПСОНА

*Андреев А.И., Чанчиков В.А., Славин Б.М., Перекрестов А.П., Семенов А.Е.
Астраханский государственный технический университет, Астрахань*

Ключевые слова: волчок Томпсона, прецессия гироскопа, сила трения, момент трения, угловая скорость.

Аннотация. В работе проведено исследование момента трения, возникающего при прецессии волчка Томпсона. Показаны усилия от момента трения и их динамика в зависимости от коэффициента шероховатости поверхности опоры. Анализ полученных данных показывает, что распределения угловой скорости и усилия от момента трения имеют экспоненциальную форму и коррелируют с ранее проведёнными исследованиями. Для проведения экспериментальной работы был сконструирован и подготовлен стенд на базе волчка Томпсона с использованием тензодатчиков. В результате были получены и проанализированы зависимости изменения полной энергии системы и усилий, возникающих в ходе прецессии волчка. Показано распределение скоростей и усилий в динамике волчка, что важно для развития как фундаментальной, так и прикладной составляющих механического процесса. Проведены эксперименты для различных угловых скоростей, что также позволяет уточнить данные по фазовым диаграммам устойчивости волчка Томпсона. Приведены графические зависимости усилий от момента трения в зависимости от шероховатости поверхности, учитывающие также работу от возникающего момента трения. Показано, что прецессия волчка Томпсона имеет нелинейный характер её основных параметров по зависимостям близким к экспоненциальным, хотя это обстоятельство требует дополнительных исследований. Выполненное исследование имеет практическую ценность для разработки и калибровки новых трибометров на базе волчка Томпсона.

STUDY OF THE DYNAMICS OF FORCE AND MOMENT OF FRICTION DURING PRECESSION OF A THOMPSON TOP

*Andreev A.I., Chanchikov V.A., Slavin B.M., Perekrestov A.P., Semenov A.E.
Astrakhan State Technical University, Astrakhan*

Keywords: Thompson's top, gyroscope precession, friction force, friction moment, angular velocity.

Abstract. The work carried out a study of the friction moment arising during the precession of a Thompson top was carried out. The forces from the friction moment and their dynamics are shown depending on the roughness coefficient of the support surface. Analysis of the data obtained shows that the distributions of angular velocity and force from the moment of friction have an exponential shape and correlate with previously conducted studies. To carry out the experimental work, a stand was designed and prepared based on a Thompson top using strain gauges. As a result, the dependences of the change in the total energy of the system and the forces arising during the precession of the top were obtained and analyzed. The distribution of speeds and forces in the dynamics of the top is shown, which is important for the development of both fundamental and applied components of the mechanical process. Experiments were carried out for various angular velocities, which also makes it possible to clarify the data on the phase diagrams of stability of the Thompson top. Graphical dependences of the forces on the friction moment are given depending on the surface roughness, which also takes into account the work from the arising friction moment. It is shown that the precession of the Thompson top has a nonlinear nature of its main parameters according to dependences close to exponential, although this circumstance requires additional research. The performed research has practical value for the development and calibration of new tribometers based on the Thompson top.

Введение

Исследование динамики волчка Томпсона – одна из сложных и интересных задач с точки зрения основ механики твёрдого тела, и является важной в практическом применении, например, в приборостроении (трибометры или гравиметры). Значимым моментом при рассмотрении динамики такого волчка является вопрос его взаимодействия с плоскостью движения в точке контакта.

Современные работы показывают деформируемость опорной плоскости [1-6]. На волчок помимо силы тяжести и реакции опорной плоскости действуют силы сухого трения

(включая силы трения скольжения, вращения, качения) и наложенная односторонняя голономная связь, то есть скорость нижней точки шара имеет неотрицательную проекцию на вектор восходящей вертикали (возможны подскоки волчка над опорной плоскостью). Для численного интегрирования вводится вязкая модель Кельвина – Фойгхта, при этом полная энергия считается как невозрастающая функция времени:

$$H = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(\mathbf{J}\omega, \omega) = mg(\mathbf{r}, \gamma) \leq h, \quad (1)$$

$$\dot{H} = (\mathbf{F}, \mathbf{u}) + (\mathbf{M}, \omega) \leq 0,$$

где m – масса волчка, v – скорость поступательного движения, F – сила трения, u – скорость в точка контакта, M – момент от силы трения, ω – угловая скорость, r – радиус волчка, γ – отклонение центра масс, J – осевой момент инерции главной оси, h – расстояние от точки опоры до центра масс.

Модель возникновения прецессии волчка от трения основывается на том, что в области контакта волчка с поверхностью нормальное напряжение зависит только от расстояния от центра круга до выделенной площадки в пятне контакта (рис. 1).

Так, для волчка Томпсона уравнения движения в условиях сухого трения имеют вид:

$$m\dot{\mathbf{V}}_G = \mathbf{F} + \mathbf{G} + \mathbf{N},$$

$$\dot{\mathbf{K}} = (a\mathbf{e} + R\mathbf{k}) \times (\mathbf{F} + \mathbf{N}) + M\mathbf{k}, \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{K} \times \frac{\mathbf{e}}{A},$$

где $\mathbf{G} = -mg\mathbf{k}$ – вес волчка, m – масса волчка, a – расстояние до центра масс, k – вектор вертикальной оси, V – скорость движения.

Исследование изменения угловой скорости волчка при прецессии показывает, что угловая скорость изменяется нелинейно по закону, близкому к экспоненциальному. Полная энергия без учёта скольжения может быть представлена как сумма потенциальной и кинетической энергий вращательного движения с учётом потерь на трение [7]:

$$dE = \frac{1}{2}J\omega_0 e^{-2C\xi t} + mg \frac{dh}{dt} + P_{mp}, \quad (3)$$

где P_{mp} – потери на трение, h – положение центра тяжести, ω_0 – начальная угловая скорость, t – время прецессии, ξ – коэффициент трения, C – коэффициент пропорциональности.

Известная зависимость момента и силы трения от окружной скорости $u = \omega\rho$, скорости скольжения v , полученная Журавлёвым В.Ф. [8, 9] в аппроксимации Паде:

$$M = -M_0 \frac{u}{|u| + \alpha|v|}, \quad F = -F_0 \frac{v}{|v| + \beta|u|}, \quad u^2 + v^2 \neq 0, \quad (4)$$

с учётом закономерностей изменения угловой скорости, показывает, что в общем виде свойственна голономная постановка задачи. Однако, исследования показывают, что с увеличением скорости проскальзывания и с уменьшением коэффициента шероховатости поверхностей трения, скорость изменения угловой скорости существенно меняется. Так, при движении по гладкой поверхности существенно возрастает скорость проскальзывания, с одновременным уменьшением динамики угловой скорости. Это заставляет поднять вопрос о влиянии ряда других факторов, таких, как влияние моментов инерции и возможности перехода к более сложной постановки задачи.

Актуальность работы заключается в детальном исследовании силы трения и момента трения при высоких угловых скоростях с целью уточнения модели прецессии волчка Томпсона в режиме вязкого трения.

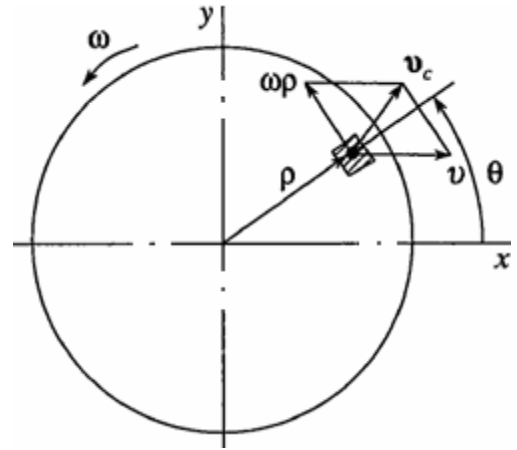


Рис. 1. Распределение скоростей для модели сухого трения

С этой целью были разработаны стенд и соответствующая методика исследования для измерения возникающего момента от силы трения на различных поверхностях.

Материалы и методы

В исследовании проводились опыты на поверхностях из сталей и пластиков, для этого на поверхность с заданной шероховатостью помещался волчок Томпсона, раскрученный до высоких частот вращения, с постоянным их поддержанием. Для этого использовался стенд, представленный на рисунке 2.

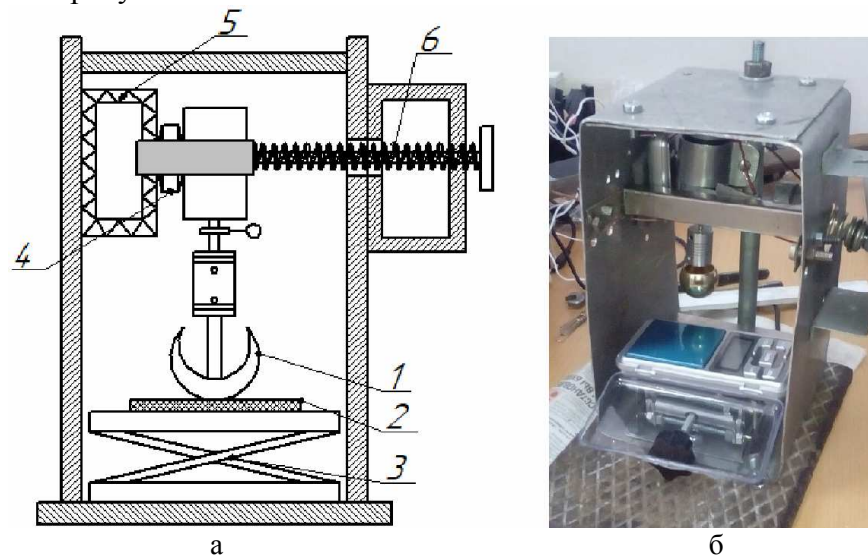


Рис. 2. Стенд для исследования прецессии: а – схема стенда: 1 – волчок Томпсона, 2 – образец с заданной шероховатостью, 3 – подъёмный столик, 4 – тензодатчик, 5 – демпфер, 6 – устройство предварительного натяга; б – фото стенда

Согласно разработанной методике, на подъёмный столик помещается образец с заданной шероховатостью. Столик поднимается и приводится в соприкосновение с вращающимся волчком Томпсона. Возникающие усилия от момента трения измеряются с использованием тензодатчика и обрабатываются с помощью микровольтметра. Между двигателем и корпусом установлена демпфирующая прокладка для снижения вибрации, передаваемой от волчка на корпус. Для точного измерения усилий волчок с двигателем предварительно вжимают в тензодатчик с начальным усилием. В ходе экспериментов начальное усилие устанавливалось на уровне 0,01 Н. Также размещался тензодатчик на подъёмном столике для контроля усилий от касания между образцом и волчком Томпсона. Волчок Томпсона в ходе эксперимента раскручивался с различной угловой скоростью – от 200 до 3500 оборотов в минуту (при угловой скорости 20-367 рад/с).

Все полученные в ходе эксперимента данные обрабатывались и анализировались.

Результаты обработки и анализа экспериментальных данных

Полученные результаты показывают, что изменение усилий от момента трения носит нелинейный характер и близко к экспоненциальной зависимости (рис. 3).

Коэффициент корреляции для экспоненциальной зависимости – 0,985, а для квадратичной – 0,974.

Это показывает, что при малых угловых скоростях усилия от трения точно описываются формулами (4). Но при возрастании угловой скорости усилия растут экспоненциально, и квадратичное распределение уже даёт существенную ошибку в описании процесса.

Математическое описание модели возникающих усилий M от коэффициента трения ζ :

$$M = M_0 e^{-C\zeta}, \quad (5)$$

позволяет сделать вывод о влиянии инерции и увеличении энергии на проскальзывание по экспоненциальному закону. В качестве C принят коэффициент пропорциональности, учитывающий возникающие инерционные силы и влияние проскальзывания.

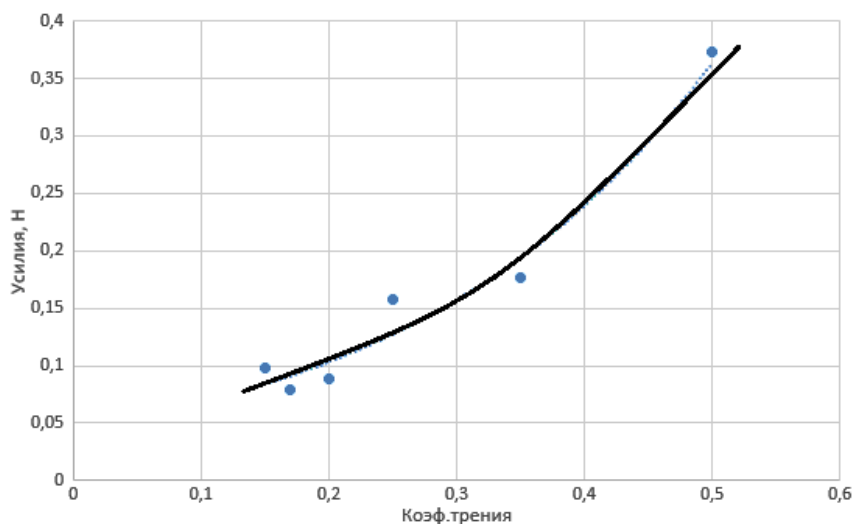


Рис. 3. Зависимость возникающих усилий (момента трения) от коэффициента трения (угловая скорость в данном эксперименте 280 рад/с)

Следующим этапом является исследование работы от момента трения. Для этого были рассчитаны энергетические показатели момента трения. На рисунке 4 показана зависимость работы от момента трения и шероховатости.

Математическая модель возникающих усилий от момента трения с условием работы:

$$\begin{cases} M = 0,0444e^{4,2063\xi}, \\ A = 0,03M - 2 \cdot 10^{-18}, \end{cases} \quad (6)$$

показывает, что коэффициент трения,

$$\xi = C \ln M, \quad (7)$$

входящий как в уравнения усилия от момента трения, так и в уравнения угловой скорости [6], оказывает влияние как на совершённую работу, так и на величину проскальзывания при прецессии волчка Томпсона, что особенно заметно при больших угловых скоростях.

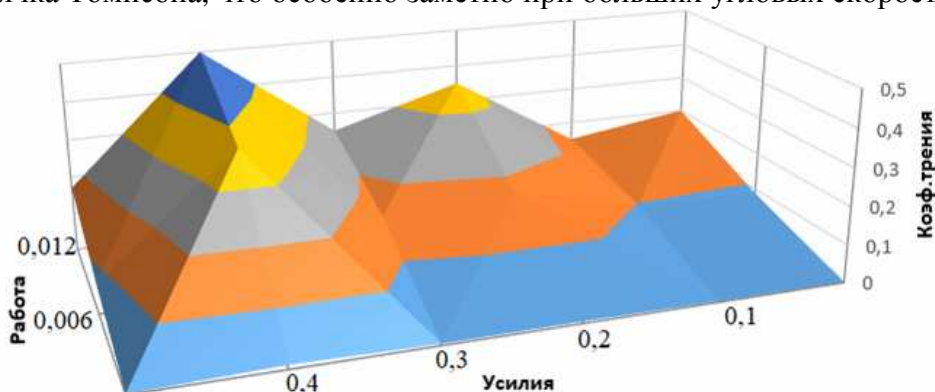


Рис. 4. График зависимости возникающих усилий, коэффициента трения и работы при возникновении момента от вращения волчка Томпсона

Можно сказать, что в общем случае полное изменение энергии с учётом влияния момента трения:

$$dE = \frac{1}{2} J \omega_0^2 e^{-2C \ln M} + mg \frac{dh}{dt} + P_{mp}, \quad (8)$$

показывает, что при больших угловых скоростях большая часть энергии по аналогии с формулой (4) должно затрачиваться именно на проскальзывание.

В связи с этим можно сделать вывод, что момент трения и возникающая сила от момента трения зависят нелинейно от коэффициента трения и динамики угловой скорости. Это способствует дальнейшему развитию исследований с целью построения фазового пространства для прецессии при высоких угловых скоростях волчка.

Заключение

Анализ полученных экспериментальных данных показывает сложность и нелинейность динамики при прецессии волчка Томпсона, при которой основные зависимости близки к экспоненциальному закону. Этот вывод основывается на исследованиях изменения угловой скорости в ранее проведенных исследованиях и динамики усилий от возникающего момента трения. Подобное распределение скоростей и усилий более полно показывает динамику волчка на более высоких угловых скоростях вращения (свыше 150 рад/с), что важно, как для фундаментального понимания процесса, так и для прикладной составляющей. С точки зрения динамики волчка, можно говорить о том, что потери на скольжение растут экспоненциально, что становится заметно при угловых скоростях выше 200 рад/с.

Это обстоятельство является основополагающим для практического применения волчков в трибометрах [10] и является базисом для правильной калибровки измерительных комплексов.

Построение модели на базе экспоненциальных зависимостей также вносит понимание в пределы существования прецессии и уточнение фазовых диаграмм волчка Томпсона, что также является важной частью исследования его модели.

Список литературы

1. Зобова А.А. Нестационарные движения двусферического китайского волчка // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4-2. – С. 143-144.
2. Андронов В.В., Журавлёв В.Ф. Сухое трение в задачах механики. – М.-Ижевск: ИКИ, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. – 184 с.
3. Иванов А.П. Сравнение моделей трения в динамике шара на плоскости // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. – 2010. – Т. 6, №. 4. – С. 907-912.
4. Чоччи М.К., Маленжье Б., Ланжерок Б., Гримонпре Б. К созданию прототипа сферического китайского волчка // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. – 2012. – Т. 8, № 2. – С. 391-425.
5. Cross R. The rise and fall of spinning tops // American Journal of Physics. 2013, vol. 81, no. 4, pp. 280-289.
6. Takano H. Spin reversal of a rattleback with viscous friction // Regular and Chaotic Dynamics. 2014, vol. 19, no. 1, pp. 81-99.
7. Андреев А.И., Чанчиков В.А., Славин Б.М., Перекрестов А.П. Исследование динамики кинетической энергии волчка Томпсона // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2023. – № 21. – С. 30-34. – DOI: 10.26160/2658-3305-2023-21-30-34.
8. Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. О динамике волчка Томсона (тип-топ) на плоскости с реальным сухим трением // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2005. – № 6. – С. 157-157.
9. Журавлев В.Ф. Закономерности трения при комбинации скольжения и верчения // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2003. – № 4. – С. 81-89.
10. Андреев А.И., Чанчиков В.А., Перекрестов Б.М., Козлова А.П., Славин И.А. Способ трибологических исследований на основе волчка Томпсона // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – № 17-1. – С. 11-16. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-17-11-16.

References

1. Zobova A.A. Non-stationary movements of a bispherical Chinese top // Bulletin of the Nizhny Novgorod University n.a. N.I. Lobachevsky. 2011, no. 4-2, pp. 143-144.
2. Andronov V.V., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. – M.-Izhevsk: IKI, Research Center “Regular and Chaotic Dynamics”, 2010. – 184 p.
3. Ivanov A.P. Comparison of friction models in the dynamics of a ball on a plane // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2010, vol. 6, no. 4, pp. 907-912.
4. Ciocci M.C., Malengier B., Langerock B., Grimonprez B. Towards the creation of a prototype of a spherical Chinese top // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2012, vol. 8, no. 2, pp. 391-425.
11. Cross R. The rise and fall of spinning tops // American Journal of Physics. 2013, vol. 81, no. 4, pp. 280-289.
5. Takano H. Spin reversal of a rattleback with viscous friction // Regular and Chaotic Dynamics. 2014, vol. 19, no. 1, pp. 81-99.
6. Andreev A.I., Chanchikov V.A., Slavin B.M., Perekrestov A.P. Study of the dynamics of kinetic energy of the Thompson top // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2023, no. 21, pp. 30-34. DOI: 10.26160/2658-3305-2023-21-30-34.
7. Zhuravlev V.F., Klimov D.M. On the dynamics of a Thomson top (tip-top) on a plane with real dry friction // Mechanics of Solids. Journal of Russian Academy of Sciences. 2005, no. 6, pp. 157-157.
8. Zhuravlev V.F. Patterns of friction during a combination of sliding and spinning // Mechanics of Solids. Journal of Russian Academy of Sciences. 2003, no. 4, pp. 81-89.

9. Andreev A.I., Chanchikov V.A., Perekrestov B.M., Kozlova A.P., Slavin I.A. Method of tribological research based on the Thompson top // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 17-1, pp. 11-16. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-17-11-16.

<i>Сведения об авторах:</i>	<i>Information about authors:</i>
Андреев Александр Иванович – аспирант	Andreev Aleksandr Ivanovich – postgraduate student
Чанчиков Василий Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Судостроение и энергетические комплексы морской техники»	Chanchikov Vasiliy Aleksandrovich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department «Shipbuilding and energy complexes of marine engineering»
Славин Борис Матвеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»	Slavin Boris Matveyevich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department «Mechanics and engineering graphics»
Перекрестов Аршавир Петрович – кандидат технических наук	Perekrestov Arshavir Petrovich – candidate of technical sciences
Семенов Александр Евгеньевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Теплоэнергетика и холодильные машины»	Semenov Aleksandr Evgenievich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department of heat power engineering and refrigeration machines
aresut79@mail.ru	

Получена 11.02.2024