

## ДИСПЕРСНЫЙ ГРУЗ В УСЛОВИЯХ КОЛЕБАНИЙ

*Попов И.П., Моисеев О.Ю., Харин В.В., Мосин А.А.  
ЗАО «Курганстальмост», Курган*

**Ключевые слова:** дисперсный материал, динамические свойства, статус системы, комбинация статусов, платформа, устойчивость/неустойчивость.

**Аннотация.** Отмечено, что при прочностных расчетах элементов конструкций транспортных машин и механизмов, в том числе, учитываются режимы вынужденных и собственных колебаний. В этой связи принимаются во внимание динамические свойства транспортируемого груза, которые для сплошных и дисперсных материалов являются существенно разными. Рассматривается дисперсный материал, расположенный на платформе, совершающей гармонические колебания. Главная проблема при установлении динамических свойств дисперсного материала заключается в невозможности вычисления усредненного коэффициента динамического трения, т.к. на его значение оказывает влияние взаимодействие дисперсных частиц между собой во всей массе материала, а не только с поверхностью платформы. Описание динамического статуса дисперсного материала в форме композиции его неустойчивого и устойчивого статусов дает ключ к разрешению этой и сходных проблем.

## DISPERSED CARGO IN OSCILLATIONS CONDITIONS

*Popov I.P., Moiseev O.Yu., Kharin V.V., Mosin A.A.  
CJSC "Kurganstalmost", Kurgan*

**Keywords:** dispersed material, dynamic properties, system status, combination of statuses, platform, stability/instability.

**Abstract.** It is noted that in the strength calculations of structural elements of transport machines and mechanisms, among other things, the modes of forced and natural vibrations are taken into account. In this regard, the dynamic properties of the transported cargo are taken into account, which are significantly different for solid and dispersed materials. Considered is a dispersed material located on a platform that performs harmonic oscillations. The main problem in establishing the dynamic properties of a dispersed material is the impossibility of calculating the average coefficient of dynamic friction, since its value is influenced by the interaction of dispersed particles with each other in the entire mass of the material, and not only with the surface of the platform. The description of the dynamic status of a dispersed material in the form of a composition of its unstable and stable statuses provides the key to solving this and similar problems.

### Введение

При прочностных расчетах элементов конструкций транспортных машин и механизмов, в том числе, учитываются режимы вынужденных и собственных колебаний [1-3]. В этой связи принимаются во внимание динамические свойства транспортируемого груза, которые для сплошных и дисперсных материалов являются существенно разными.

*Целью работы* является установление динамических свойств дисперсного материала при гармонических колебаниях [4-6].

### Методы

Методика исследования заключается в представлении статуса исследуемой системы в виде комбинации ее диаметрально противоположных предельных статусов. Распространенным примером такого представления является состав углеродистой стали, являющийся комбинацией железа и углерода (100% железа в стали – один предельный статус, 100% углерода – диаметрально противоположный предельный статус).

Рассматривается дисперсный материал, расположенный на платформе, совершающей гармонические колебания.

## Результаты

Для оценки неустойчивости (или устойчивости) дисперсного материала относительно платформы вводится безразмерная величина  $\xi$ .

Ее предельными значениями являются  $\xi_a$  – абсолютная устойчивость (полная неподвижность) относительно платформы и  $\xi_z$  – абсолютная неустойчивость.

При этом

$$\xi \in [\xi_a, \xi_z] \subset \mathbb{R}.$$

Здесь  $\mathbb{R}$  – множество вещественных чисел.

Композиция предельных значений может быть представлена в виде:

$$\xi = \varphi_a \xi_a + \varphi_z \xi_z. \quad (1)$$

Здесь  $\varphi_a$  и  $\varphi_z$  – функции статуса.

Главная проблема при установлении динамических свойств дисперсного материала заключается в невозможности вычисления усредненного коэффициента динамического трения, т.к. на его значение оказывает влияние взаимодействие дисперсных частиц между собой во всей массе материала, а не только с поверхностью платформы.

Описание динамического статуса дисперсного материала в форме композиции его неустойчивого и устойчивого статусов дает ключ к разрешению этой и сходных проблем.

Противоположные предельные статусы исследуемой системы могут быть сопоставимыми и несопоставимыми в части количественной оценки.

Предметом исследования являются системы с равновеликими предельными статусами.

*Комбинация диаметрально противоположных равновеликих предельных статусов*

Для дисперсного материала таковыми являются  $\xi_a$  (абсолютная устойчивость) и  $\xi_z$  – (абсолютная неустойчивость). Их равновеликость определяется условием

$$|\xi| = |\xi_a| = |\xi_z|. \quad (2)$$

Условие (2) выполняется, в частности, при процентном представлении соответствующих статусов, например,  $\xi_a = 100\%$   $\xi_z = 100\%$ .

Отсюда вытекает очевидное соотношение

$$\varphi_a + \varphi_z = 1,$$

и комбинация статусов может быть представлена следующим образом:

$$\xi = \varphi_a \xi_a + \varphi_z \xi_z = \varphi_a \xi_a + (1 - \varphi_a) \xi_z = (1 - \varphi_z) \xi_a + \varphi_z \xi_z.$$

Статус  $\xi_a$  характеризуется предельно высокой частотой колебаний  $\omega_a$ , при которой дисперсный материал сохраняет неподвижность (устойчивость) по отношению к платформе, благодаря статической силе трения. Таким образом, он совершает колебания вместе с платформой с частотой  $\omega_a$  относительно неподвижной базы платформы.

Статус  $\xi_z$  характеризуется предельно низкой частотой колебаний  $\omega_z$ , при которой дисперсный материал сохраняет неподвижность по отношению к базе платформы, вследствие собственной инерции. Очевидно, что относительно платформы материал совершает колебания с той же амплитудой и той же частотой  $\omega_z$ .

При этом  $\omega_a < \omega_z$ .

В рабочем режиме частота имеет некое промежуточное значение  $\omega_a < \omega < \omega_z$ . При этом условно можно считать, что  $\varphi_a$ -я часть дисперсного материала является абсолютно устойчивой по отношению к платформе, а  $\varphi_z$ -я часть – абсолютно неустойчивой.

Функции статуса зависят от частоты  $\omega$ , которую можно считать *переменной статуса*.

В других задачах могут быть другие переменные статуса, например, давление, мощность, ток, напряжение и др. [7-10].

*Функции статуса*

Далее переменная статуса обозначается  $x$ ,  $x \in [x_a, x_z] \subset \mathbb{R}$ . Переменная статуса играет роль аргумента функции статуса.

В самых простых случаях функции статуса являются линейными.

$$\begin{aligned}\varphi_a(x) &= 1 - p(x - x_a), p \in \mathbb{R}, \\ \varphi_z(x) &= p(x - x_a), \\ p(x_z - x_a) &= 1.\end{aligned}\tag{3}$$

Часто функции статуса не являются линейными, и их математическая формула, как правило, не определена.

В большинстве практических случаев функции статуса не претерпевают разрывов и являются монотонными на отрезке  $[x_a, x_z]$ . На этом отрезке функция статуса  $\varphi_a$  пробегает значения от единицы до нуля, а  $\varphi_z$  – от нуля до единицы. Из этого следует, что такие функции статуса можно рассматривать как аналитические на отрезке  $[x_a, x_z]$  и поэтому их можно описывать с помощью функциональных рядов, в т.ч., степенного ряда

$$\varphi_a(x) = \varphi_a(x_w) + \varphi'_a(x_w)(x - x_w) + \frac{\varphi''_a(x_w)}{2!}(x - x_w)^2 + \dots + \frac{\varphi_a^{(n)}(x_w)}{n!}(x - x_w)^n\tag{4}$$

при обязательном условии его сходимости.

Очевидно, что  $x_w \in [x_a, x_z]$ .

Вполне распространенный случай (3) фактически тоже является рядом Тейлора (вырожденным).

Значения

$$\varphi_a(x_w), \varphi'_a(x_w), \varphi''_a(x_w), \dots, \varphi_a^{(n)}(x_w)\tag{5}$$

являются *параметрами функции статуса*.

Они определяются следующим образом.

Экспериментально находятся  $\varphi_a(x_w)$  и еще  $n$  величин  $\varphi_a(x_1), \varphi_a(x_2), \dots, \varphi_a(x_n)$ . С помощью этих значений и ряда (4) составляется  $n$  уравнений с  $n$  неизвестными, объединенными в систему. Решением системы уравнений являются величины (5), которые однозначно определяют функцию статуса в форме (4).

По известной функции статуса и ее предельным значениям (ноль и единица) находятся конкретные значения границ отрезка  $[x_a, x_z]$ .

Так как  $\xi_a$  – абсолютная устойчивость, а  $\xi_z$  – абсолютная неустойчивость дисперсного материала, то  $\varphi_a(x)$  уместно трактовать как *функцию устойчивости*, а  $\varphi_z(x)$  – напротив, как *функцию неустойчивости*.

В соответствии с этим величины (5) можно рассматривать как параметры функций устойчивости и неустойчивости.

Подобным способом можно устанавливать функции для иных статусов.

*Пример.* Имея в виду, что  $n = \omega/2\pi$ , опытным путем установлены величины:  $n_w = 8\text{с}^{-1}$  (оптимальная частота),  $\varphi_a(n_w) = 0,320$ ;  $n_1 = 3\text{с}^{-1}$ ,  $\varphi_a(n_1) = 0,822$ ;  $n_2 = 5\text{с}^{-1}$ ,  $\varphi_a(n_2) = 0,579$ ;  $n_3 = 12\text{с}^{-1}$ ,  $\varphi_a(n_3) = 0,122$ .

С помощью этих значений и ряда (4) составляется три уравнения с тремя неизвестными, объединенные в систему.

$$\begin{cases} 0,822 = 0,320 + \varphi'_a(8)(3-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(3-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(3-8)^3 \\ 0,579 = 0,320 + \varphi'_a(8)(5-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(5-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(5-8)^3 \\ 0,122 = 0,320 + \varphi'_a(8)(12-8) + \frac{\varphi''_a(8)}{2!}(12-8)^2 + \frac{\varphi'''_a(8)}{3!}(12-8)^3 \end{cases}.$$

Эта система имеет следующие решения:

$$\varphi'_a(8) = -6,825 \cdot 10^{-2},$$

$$\frac{\varphi_a''(8)}{2!} = 5,456 \cdot 10^{-3},$$

$$\frac{\varphi_a'''(8)}{3!} = -1,977 \cdot 10^{-4}.$$

В соответствии с этим и формулой (4) определяется функция устойчивости

$$\varphi_a(n) = 0,320 - 6,825 \cdot 10^{-2}(n-8) + 5,456 \cdot 10^{-3}(n-8)^2 - 1,977 \cdot 10^{-4}(n-8)^3.$$

Функция неустойчивости

$$\varphi_z(n) = 0,680 + 6,825 \cdot 10^{-2}(n-8) - 5,456 \cdot 10^{-3}(n-8)^2 + 1,977 \cdot 10^{-4}(n-8)^3.$$

Очевидно, что аргументом обеих функций является частота колебаний.

По известной функции устойчивости и ее предельным значениям (нуль и единица) находятся конкретные значения границ отрезка  $[n_a, n_z]$ .

$$n_a = 1,8\text{с}^{-1}, \quad n_z = 17,2\text{с}^{-1}.$$

Функции статуса для полученных данных представлены на рисунке.

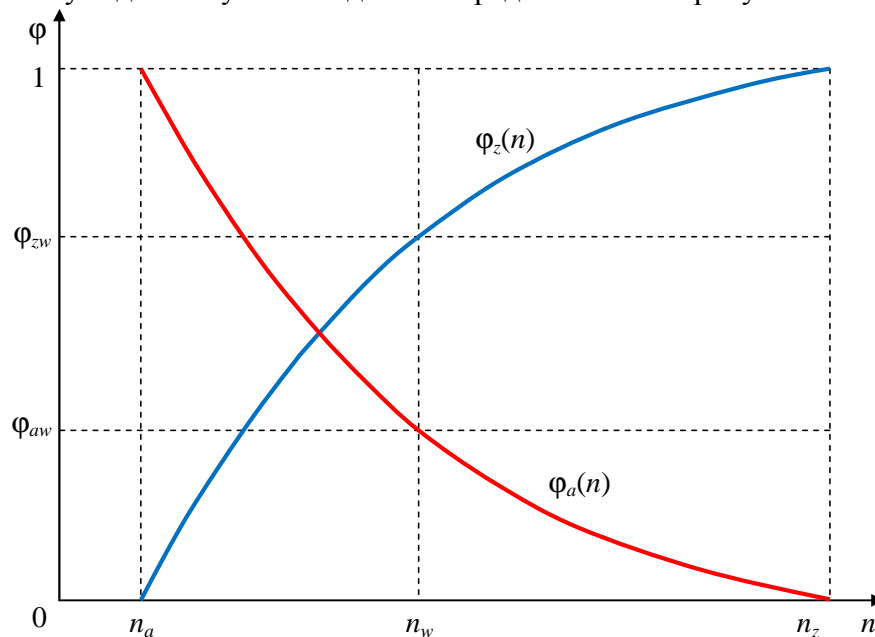


Рис. 1. Функции статуса:  $\varphi_a(n)$  – функция устойчивости,  $\varphi_z(n)$  – функция неустойчивости

Статус дисперсного материала на оптимальной частоте колебаний  $n_w = 8\text{с}^{-1}$  является композицией его предельных статусов

$$\xi = \varphi_a(n_w)\xi_a + \varphi_z(n_w)\xi_z = 0,32\xi_a + 0,68\xi_z. \quad (6)$$

Для выполнения инженерных расчетов композицию предельных статусов целесообразно обобщить на массу дисперсного материала  $m$ . С этой целью в формуле (6) достаточно заменить величины  $\xi$  на величины  $m$  (формально разделить (6) на  $\xi$  и умножить на  $m$ ).

$$m = \varphi_a(n_w)m_a + \varphi_z(n_w)m_z = 0,32m + 0,68m.$$

Это выражение наглядно демонстрирует, что (условно) часть дисперсного материала  $(0,32m)$  осуществляет колебания вместе с платформой, увеличивая суммарную инерционную нагрузку, при этом другая часть дисперсного материала  $(0,68m)$  перемещается по платформе, увеличивая суммарную диссипативную нагрузку (тепловые потери).

### Результаты

Полученный результат актуален в первую очередь для сыпучих материалов, в т.ч., строительных. Теперь, когда установлено, что вычисляемая часть материала осуществляет колебания вместе с платформой (условно), а другая часть материала – нет, динамика груза

рассчитывается по отдельности для этих двух частей и не представляет никакой трудности. Результаты могут быть использованы при проектировании горных и дорожно-строительных машин и механизмов.

Предложенный метод является универсальным и применим для самых разнообразных систем с иными статусами и параметрами.

#### Список литературы

1. Томлеева С.В., Моисеев Г.Д., Приваленко А.П., Колесников П.Г. Виброзащитный механизм сидений операторов машин горных, строительных, дорожных и транспортных комплексов с петлеобразным стержневым элементом // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2021. – №10. – С. 70-75. – DOI: 10.26160/2658-3305-2021-10-70-75.
2. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Николаев А.В. Концепция динамических инвариантов в оценке вибрационных полей рабочих органов вибрационных технологических машин // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – №16. – С. 18-23. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-16-18-23.
3. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Николаев А.В. Концепция динамических инвариантов в оценке структурных особенностей механических колебательных систем // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – №15. – С. 18-30. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-15-18-30.
4. Попов И.П. Двухмассовый осциллятор // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2022. – №12. – С. 558-560. – DOI: 10.36652/0202-3350-2022-23-12-558-560.
5. Попов И.П. Механический осциллятор без накопителя потенциальной энергии // Транспортное машиностроение. – 2022. – №12(12). – С. 13-17. – DOI: 10.30987/2782-5957-2022-12-13-17.
6. Попов И.П. Свободные гармонические колебания без использования потенциальной энергии // Оборонный комплекс — научно-техническому прогрессу России. – 2022. – №4(156). – С. 9-12. – DOI: 10.52190/1729-6552\_2022\_4\_9.
7. Рабецкая О.И., Кудрявцев И.В., Колотов А.В., Митяев А.Е. Приближенные формулы для определения первой собственной частоты изгибных колебаний криволинейных балок // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – №15. – С. 9-17. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-15-9-17.
8. Еремьянц В.Э. Оценка сил сопротивления движению ротационно-маятникового ударного механизма // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – №14. – С. 7-14. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-14-7-14.
9. Герасимов М.Д., Горлов А.С., Рязанцев В.Г., Любимый Н.С., Бражник Ю.В. Формирование идеального закона изменения вынуждающей силы вибрационного устройства с асимметричными колебаниями с использованием ряда Фурье // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – №16. – С. 89-96. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-16-89-96.
10. Корнеев С.В., Вишневский Д.А., Мулов Д.В. Моделирование работы пневматических отбойных молотков для исследования вибраций // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2021. – №13. – С. 7-12. – DOI: 10.26160/2658-3305-2021-13-7-12.

#### References

1. Tomleeva S.V., Moiseev G.D., Privalenko A.P., Kolesnikov P.G. Vibration protection mechanism for the seats of operators of machines of mining, construction, road and transport complexes with a loop-shaped rod element // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2021, no. 10, pp. 70-75. DOI: 10.26160/2658-3305-2021-10-70-75.
2. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Nikolaev A.V. The concept of dynamic invariants in the assessment of vibration fields of the working bodies of vibration technological machines // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 16, pp. 18-23. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-16-18-23.
3. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Nikolaev A.V. The concept of dynamic invariants in the assessment of the structural features of mechanical oscillatory systems // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 15, pp. 18-30. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-15-18-30.
4. Popov I.P. Two-mass oscillator // Assembly in mechanical engineering, instrument making. 2022, no. 12, pp. 558-560. DOI: 10.36652/0202-3350-2022-23-12-558-560.
5. Popov I.P. Mechanical oscillator without potential energy storage // Transport Engineering. 2022, no. 12(12), pp. 13-17. DOI: 10.30987/2782-5957-2022-12-13-17.
6. Popov I.P. Free harmonic oscillations without the use of potential energy // Defense complex – to the scientific and technical progress of Russia. 2022, no. 4(156), pp. 9-12. DOI: 10.52190/1729-6552\_2022\_4\_9.
7. Rabetskaya O.I., Kudryavtsev I.V., Kolotov A.V., Mityaev A.E. Approximate formulas for determining the first natural frequency of bending vibrations of curved beams // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 15, pp. 9-17. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-15-9-17.

8. Yeremyants V.E. Evaluation of the forces of resistance to the movement of a rotary-pendulum percussion mechanism // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 14, pp. 7-14. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-14-7-14.
9. Gerasimov M.D., Gorlov A.S., Ryazantsev V.G., Lyubimiy N.S., Brazhnik Yu.V. Formation of an ideal law of change in the driving force of a vibration device with asymmetric vibrations using the Fourier series // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 16, pp. 89-96. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-16-89-96.
10. Korneev S.V., Vishnevsky D.A., Mulov D.V. Simulation of the work of pneumatic jackhammers for the study of vibrations // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2021, no. 13, pp. 7-12. DOI: 10.26160/2658-3305-2021-13-7-12.

*Сведения об авторах:*

*Information about authors:*

<b>Попов Игорь Павлович</b> – главный инженер проекта	<b>Popov Igor Pavlovich</b> – chief project engineer
<b>Моисеев Олег Юрьевич</b> – технический директор	<b>Moiseev Oleg Yurievich</b> – technical director
<b>Харин Валерий Васильевич</b> – кандидат технических наук, доцент, заместитель генерального директора по научной и инновационной деятельности	<b>Kharin Valeriy Vasilyevich</b> – candidate of technical sciences, associate professor, deputy general director for research and innovation
<b>Мосин Алексей Александрович</b> – кандидат технических наук, заместитель технического директора по производству	<b>Mosin Aleksey Alexandrovich</b> – candidate of technical sciences, deputy technical director for production
uralakademia@kurganstalmost.ru	

*Получена 15.07.2023*