

УСЛОВИЯ РЕАЛИЗУЕМОСТИ ДВИЖЕНИЯ АКТИВНОГО ЭКЗОСКЕЛЕТА БЕЗ ОТРЫВА И ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ ТОЧЕК КОНТАКТА С ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Гарсия Р.Б., Сайпулаев Г.Р., Сайпулаев М.Р., Астахов С.В., Ниналалов И.Г., Диб Д., Салимов М.С.

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

Ключевые слова: экзоскелет, математическая модель, контактное трение, динамика, численное моделирование.
Аннотация. В рамках данной работы ставится задача нахождения условий реализуемости движений экзоскелета на основе его математической модели при симметричном движении ног. Используется конструкция экзоскелета с равными длинами звеньев. С помощью формализма Лагранжа построена математическая модель движения экзоскелета. Из условий движения стопы экзоскелета без отрыва и проскальзывания получены выражения для сил и момента трения, а также нормальной реакции опоры. На основе физических ограничений для силы и момента трения, а также условия положительной определенности нормальной реакции, получены условия реализуемости движения. Проведено численное моделирование стабилизации вертикального положения экзоскелета, по результатам которого получены оценки требуемых параметров системы: коэффициента трения скольжения стопы об опорную поверхность и половины длины стопы. Полученные условия реализуемости движения позволяют сформировать ограничения на управляющие воздействия, выполнение которых необходимо для движения реальных экзоскелетов без отрыва и проскальзывания.

DEVELOPMENT OF CONTROL ALGORITHMS FOR THE ACTIVE HUMAN EXOSKELETON

Garcia R.B., Saypulaev G.R., Saypulaev M.R., Astakhov S.V., Ninalalov I.G., Deeb D., Salimov M.S.

National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow

Keywords: exoskeleton, mathematical model, optimal control, dynamics, stabilization, numerical simulation.

Abstract. In this paper, we consider the task of finding the conditions for the feasibility of exoskeleton movements based on its mathematical model with symmetrical leg movement. The design of the exoskeleton with equal lengths of links is used. Using the Lagrange formalism, a mathematical model of the exoskeleton motion is constructed. Expressions are obtained for the force and moment of friction, as well as the normal reaction of the support from the conditions of movement of the exoskeleton foot without separation and slippage. On the basis of physical restrictions for the force and moment of friction, as well as the condition of positive definiteness of the normal reaction, the conditions for the feasibility of motion are obtained. Numerical modeling of the stabilization of the vertical position of the exoskeleton was carried out. Based on the simulation results, estimates of the required parameters of the system were obtained: the coefficient of sliding friction of the foot on the supporting surface and half the length of the foot. The obtained conditions for the feasibility of movement make it possible to form restrictions on control actions, the fulfillment of which is necessary for the movement of real exoskeletons without separation and slippage.

Введение

В настоящее время существует множество научных работ, посвященных теоретическим и экспериментальным исследованиям проблем, связанных с разработкой конструкции и приводной системы экзоскелетов [1], а также методик управления их движением [2]. Актуальность исследований экзоскелетов обусловлена их обширным применением в медицине (для реабилитации), в машиностроении и других приложениях [3].

Зачастую (см., например, работы [4-9]) при моделировании динамики и построении систем управления не учитываются ограничения на силы контактного взаимодействия (силы трения и нормальной реакции опоры), ограничиваясь лишь ограничениями на управляющие воздействия. Несмотря на то, что в зависимости от движений экзоскелета значения сил

контактного трения и нормальной реакции опоры могут приводить к изменяющимся во времени ограничениям на управляющие воздействия.

Таким образом, данный факт необходимо учитывать при построении систем управления экзоскелетами для получения физически реализуемых законов движения экзоскелета. Задача нахождения условий реализуемости движений в управляемых механических системах с сухим трением занимает важное место при моделировании этих систем [10, 11].

В рамках данной работы ставится задача нахождения условий реализуемости движений экзоскелета на основе его математической модели при симметричном движении ног (см. рис. 1).

Материалы и методы исследований. Для описания движения экзоскелета с учетом ограничений на контактные силы представим уравнения динамики экзоскелета в форме уравнении Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (i=1, \dots, 6), \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_i – обобщенные силы;

$q = (x_o \ y_o \ \varphi_0 \ \varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3)^T$ – вектор обобщенных координат;

φ_i – угол поворота i -го звена экзоскелета, отсчитываемый от горизонтальной поверхности (параллельной опорной плоскости) в направлении против часовой стрелки; x_o, y_o – линейные координаты точки крепления голени (первого звена) к стопе (нулевому звену) экзоскелета.

В рамках работы принимаются следующие допущения:

- рассматривается движение экзоскелета в сагиттальной плоскости;
- голень и бедро экзоскелета имеют длину l , массу m_1 и момент инерции I_1 ;
- стопа имеет массу m_0 и момент инерции I_0 ;
- центры масс звеньев экзоскелета расположены в геометрических центрах звеньев C_1, C_2 ;

– в точке C расположен центр масс верхней части экзоскелета, имеющей массу m и момент инерции J ;

– на стопу экзоскелета действуют силы сухого трения F_{TP} , нормальной реакции опоры N и момент трения M_{TP} , возникающий из-за неравномерности распределения нормальных напряжений по площадке контакта экзоскелета с опорной поверхностью;

– активными силовыми факторами считаются управляющие моменты M_1, M_2, M_3 , создаваемые приводами в шарнирах, и силы тяжести, действующие на звенья экзоскелета.

С учетом указанных допущений кинетическая энергия системы имеет вид:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} m_s (\dot{x}_o^2 + \dot{y}_o^2) + \frac{1}{2} I_{1s} \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} I_{2s} \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} I_{3s} \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} \mu_1 \dot{\varphi}_1 (-\dot{x}_o \sin \varphi_1 + \dot{y}_o \cos \varphi_1) + \\ & + \frac{1}{2} I_0 \dot{\varphi}_0^2 + \frac{1}{2} \mu_2 \dot{\varphi}_2 (-\dot{x}_o \sin \varphi_2 + \dot{y}_o \cos \varphi_2) + \frac{1}{2} \mu_3 \dot{\varphi}_3 (-\dot{x}_o \sin \varphi_3 + \dot{y}_o \cos \varphi_3) + \\ & + \frac{1}{2} \gamma_{12} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{1}{2} \gamma_{13} \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_1) + \frac{1}{2} \gamma_{23} \dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_2), \end{aligned} \quad (2)$$

где введены обозначения: $m_s = m_0 + m_1 + m_1 + m$ – масса всей системы;

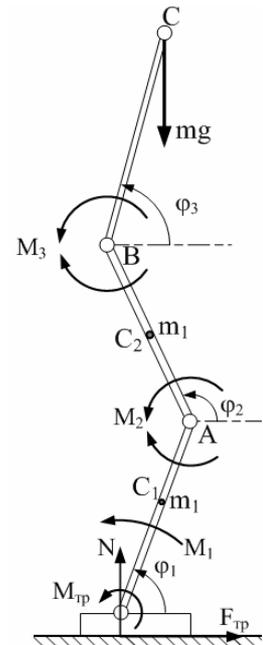


Рис. 1. Модель экзоскелета нижних конечностей человека с учетом конечных размеров стопы

$I_{1s} = I_{2s} + m_1 l^2$, $I_{2s} = I_1 + \left(\frac{1}{4} m_1 + m\right) l^2$, $I_{3s} = J + m h^2$ – приведенные моменты инерции системы; $\mu_1 = \mu_2 + 2m_1 l$, $\mu_2 = m_1 l + 2ml$, $\mu_3 = 2mh$, $\gamma_{12} = \mu_2 l$, $\gamma_{13} = \mu_3 l$ – массово-геометрические параметры системы.

Обобщенные силы найдем, используя формулу мощности N_a^p активных сил на возможных скоростях:

$$\begin{aligned} N_a^p = & (M_{TP} - M_1) \dot{\varphi}_0^p + \left(M_1 - M_2 - m_1 g \frac{l}{2} \cos \varphi_1 - m_1 g l \cos \varphi_1 - m g l \cos \varphi_1 \right) \dot{\varphi}_1^p + \\ & + \left(M_2 - M_3 - m_1 g \frac{l}{2} \cos \varphi_2 - m g l \cos \varphi_2 \right) \dot{\varphi}_2^p + (M_3 - m g h \cos \varphi_3) \dot{\varphi}_3^p + \\ & + F_{TP} \dot{x}_0^p + (N - m_1 g - m_1 g - m g - m_0 g) \dot{y}_0^p, \end{aligned} \quad (3)$$

где верхний индекс « p » указывает на возможные значения обобщенных скоростей.

В соответствии с выражением (3) получаем обобщенные силы, как коэффициенты при возможных скоростях:

$$\begin{aligned} Q_{\varphi_0} = M_{TP} - M_1, \quad Q_{\varphi_1} = M_1 - M_2 - m_1 g \frac{3l}{2} \cos \varphi_1 - m g l \cos \varphi_1, \quad Q_{\varphi_3} = M_3 - m g h \cos \varphi_3, \\ Q_{x_0} = F_{TP}, \quad Q_{y_0} = N - (m_0 + 2m_1 + m) g, \quad Q_{\varphi_2} = M_2 - M_3 - m_1 g \frac{l}{2} \cos \varphi_2 - m g l \cos \varphi_2. \end{aligned} \quad (4)$$

После промежуточных вычислений уравнения Лагранжа (1) с учетом выражений для кинетической энергии (2) и обобщенных сил (4) примут вид:

$$\begin{aligned} I_0 \ddot{\varphi}_0 &= M_{TP} - M_1, \\ I_{1s} \ddot{\varphi}_1 + \frac{1}{2} \mu_1 (-\ddot{x}_0 \sin \varphi_1 + \ddot{y}_0 \cos \varphi_1) + \frac{1}{2} \gamma_{12} [\ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] + \\ &+ \frac{1}{2} \gamma_{13} [\ddot{\varphi}_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_1) - \dot{\varphi}_3^2 \sin(\varphi_3 - \varphi_1)] = M_1 - M_2 - m_1 g \frac{3l}{2} \cos \varphi_1 - m g l \cos \varphi_1, \\ I_{2s} \ddot{\varphi}_2 + \frac{1}{2} \mu_2 (-\ddot{x}_0 \sin \varphi_2 + \ddot{y}_0 \cos \varphi_2) + \frac{1}{2} \gamma_{12} [\ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] + \\ &+ \frac{1}{2} \gamma_{13} [\ddot{\varphi}_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - \dot{\varphi}_3^2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)] = M_2 - M_3 - m_1 g \frac{l}{2} \cos \varphi_2 - m g l \cos \varphi_2, \\ I_{3s} \ddot{\varphi}_3 + \frac{1}{2} \mu_3 (-\ddot{x}_0 \sin \varphi_3 + \ddot{y}_0 \cos \varphi_3) + \frac{1}{2} \gamma_{13} [\ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_3 - \varphi_1) + \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_3 - \varphi_1)] + \\ &+ \frac{1}{2} \gamma_{13} [\ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)] = M_3 - m g h \cos \varphi_3, \\ m_s \ddot{x}_0 - \frac{1}{2} \mu_1 (\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1) - \frac{1}{2} \mu_2 (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2) - \\ &- \frac{1}{2} \mu_3 (\ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 + \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3) = F_{TP}, \\ m_s \ddot{y}_0 + \frac{1}{2} \mu_1 (\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1) + \frac{1}{2} \mu_2 (\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2) + \\ &+ \frac{1}{2} \mu_3 (\ddot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 - \dot{\varphi}_3^2 \sin \varphi_3) = N - (2m_1 + m) g. \end{aligned} \quad (5)$$

При разработке активных экзоскелетов значительную роль занимает задача построения системы управления с учетом ограничений на координаты, скорости и ускорения частей системы [12], а также ограничения на силы и моменты, возникающие из-за физических эффектов и конструктивных параметров конструкции. Поэтому далее определим условия

применимости тех или иных законов управления, при которых не происходит проскальзывания и отрыва стопы от опорной поверхности.

Математически условия движения экзоскелета без отрыва и проскальзывания его стопы можно представить в виде:

$$\dot{x}_O = 0, \quad \dot{y}_O = 0, \quad \varphi_0 = 0, \quad (6)$$

С учетом выражений (6) из уравнений динамики (5) получаем силу и момент трения, а также нормальную реакцию опоры в виде:

$$\begin{aligned} M_{TP} = & I_{1s} \ddot{\varphi}_1 + \frac{1}{2} \gamma_{12} \left[(\ddot{\varphi}_2 + \ddot{\varphi}_1) \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - (\dot{\varphi}_2^2 - \dot{\varphi}_1^2) \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \right] + mgh \cos \varphi_3 + I_{2s} \ddot{\varphi}_2 + \\ & + \frac{1}{2} \gamma_{13} \left[(\ddot{\varphi}_3 + \ddot{\varphi}_1) \cos(\varphi_3 - \varphi_1) - (\dot{\varphi}_3^2 - \dot{\varphi}_1^2) \sin(\varphi_3 - \varphi_1) \right] + \left(\frac{1}{2} m_1 + m \right) gl \cos \varphi_2 + I_{3s} \ddot{\varphi}_3 + \\ & + \frac{1}{2} \gamma_{13} \left[(\ddot{\varphi}_3 + \ddot{\varphi}_2) \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - (\dot{\varphi}_3^2 - \dot{\varphi}_2^2) \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \right] + \left(\frac{3}{2} m_1 + m \right) gl \cos \varphi_1, \end{aligned} \quad (7)$$

$$F_{TP} = \frac{1}{2} \left[\mu_1 (\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1) + \mu_2 (\ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2) + \mu_3 (\ddot{\varphi}_3 \sin \varphi_3 + \dot{\varphi}_3^2 \cos \varphi_3) \right],$$

$$N = m_s g + \frac{1}{2} \left[\mu_1 (\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1) + \mu_2 (\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2) + \mu_3 (\ddot{\varphi}_3 \cos \varphi_3 - \dot{\varphi}_3^2 \sin \varphi_3) \right],$$

а условия реализуемости движений без отрыва и проскальзывания определяются соотношениями:

$$N \geq 0, \quad |F_{TP}| \leq fN, \quad |M_{TP}| \leq a \cdot N, \quad (8)$$

где f – коэффициент сухого трения; a – половина длины стопы.

Проведем оценку длины стопы, при которой приведение экзоскелета в вертикальное положение при небольших начальных отклонениях реализуется и не возникает отрыва и проскальзывания стопы от опорной поверхности.

Для этого рассмотрим программные законы изменения углов в виде:

$$\varphi_i(t) = \varphi_{i0} + (\varphi_{id} - \varphi_{i0}) (1 - e^{-\lambda t}). \quad (i = 1, 2, 3). \quad (9)$$

Здесь $\varphi_{i0}, \varphi_{id}$ – значения углов поворота звеньев в исходном и требуемом положении, а параметр λ характеризует время переходного процесса.

Числовые значения параметров экзоскелета примем равными:

$$\begin{aligned} m_1 = 7 \text{ кг}, \quad m = 40 \text{ кг}, \quad m_0 = 2 \text{ кг}, \quad l = 0,5 \text{ м}, \quad h = 0,4 \text{ м}, \\ I_1 = 0,583 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad J = 2,133 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \end{aligned} \quad (1)$$

а значения углов для программного движения:

$$\varphi_{1d} = 90^\circ, \quad \varphi_{2d} = 90^\circ, \quad \varphi_{3d} = 90^\circ. \quad (2)$$

В качестве начальных значений углов поворота звеньев рассмотрим: $\varphi_{10} = 82^\circ$, $\varphi_{20} = 80^\circ$, $\varphi_{30} = 78^\circ$. Параметр, характеризующий время переходного процесса, примем равным $\lambda = 0,5 \text{ с}^{-1}$.

Результаты. Результаты численного моделирования динамики экзоскелета при выполнении программного движения по закону (9) с числовыми значениями (10) и (11) представлены на рисунках 2 и 3.

По результатам моделирования видно, что нормальная реакция опоры остается неотрицательной величиной ($N \geq 0$) в течение времени движения.

Для оценки ширины стопы необходимой для совершения безотрывного движения был построен график отношения M_{TP}/N , которое не должно превышать половины ширины стопы a в соответствии с формулой (8).

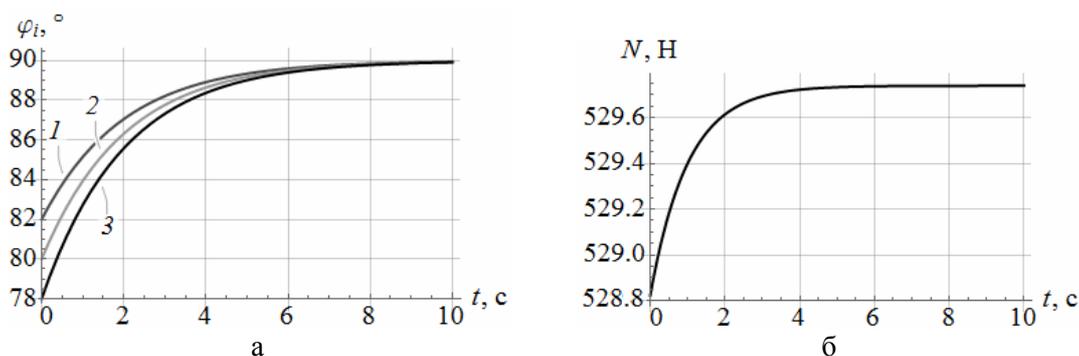


Рис. 2. Зависимости углов поворота φ_i («1» – для звена OA ; «2» – для звена AB ; «3» – для звена BC) и нормальной реакции опоры N , действующей на стопу

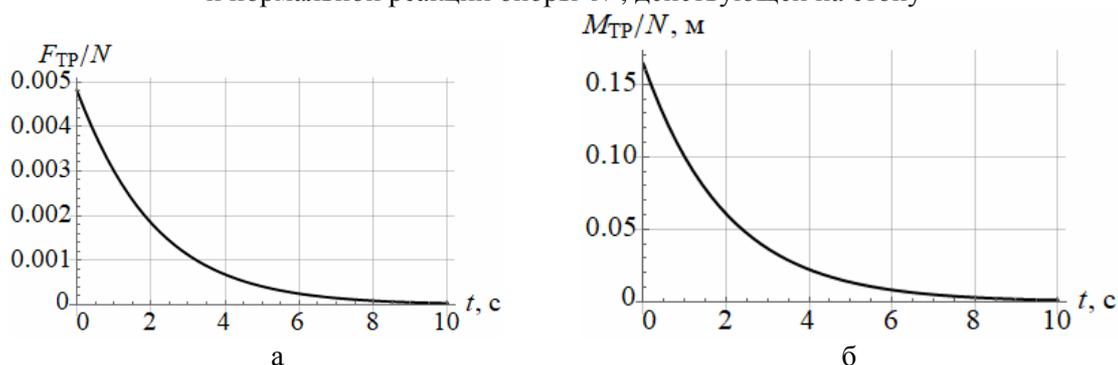


Рис. 3. Зависимости отношений силы и момента трения к нормальной реакции опоры

Для оценки коэффициента трения скольжения между стопой и опорной поверхностью, при котором не происходит проскальзывания, был построен график отношения F_{TP}/N , которое не должно превышать коэффициент трения f в соответствии с формулой (8).

Полученные уравнения (7) позволяют оценить реализуемость того или иного программного движения экзоскелета с учетом ограниченности сил контактного трения. На примере рассмотренного движения показана возможность подбора параметров экзоскелета из условий безотрывного движения без проскальзывания. В частности, по графикам, изображенным на рисунке 3, для реализации программного движения необходимо, чтобы половина длины стопы a была более 16,5 см; а коэффициент трения скольжения f был больше 0,005.

Выводы. По результатам работы получены выражения для силы и момента трения и нормальной реакции в рамках модели трехзвенного экзоскелета, имеющего площадку контакта с опорной поверхностью. Полученные выражения позволили оценить реализуемость программного движения на примере стабилизации вертикального положения при небольших начальных отклонениях. Результаты работы позволяют оценивать реализуемость различных программных движений экзоскелета и осуществлять подбор параметров экзоскелета из условий безотрывного движения без проскальзывания.

Заключение. В данной работе с помощью построена математическая модель динамики трехзвенного экзоскелета в виде уравнений Лагранжа с учетом ограничений на силы контактного взаимодействия. Из условий безотрывного движения стопы без проскальзывания по опорной поверхности получены выражения для силы и момента трения и нормальной реакции в рамках модели трехзвенного экзоскелета. Сформулированы условия реализуемости рассматриваемых движений экзоскелета в рамках трехзвенной модели. Проведено численное моделирование движения экзоскелета при рассмотрении стабилизации вертикального положения. Результаты работы позволяют оценивать реализуемость различных программных движений экзоскелета и осуществлять подбор параметров экзоскелета из условий безотрывного движения без проскальзывания.

Финансирование. Работа выполнена в рамках проекта «Разработка аппаратно-программного комплекса для дистанционного управления движением робототехнической системы» при поддержке гранта НИУ «МЭИ» на реализацию программы научных исследований «Приоритет 2030: Технологии будущего» в 2022-2024 гг.».

Список литературы

1. Zuev Y.Y., Saypulaev M.R., Doni V. Laws of motion of the lower extremities and structural-parametric synthesis of electro-hydraulic executive modules of the active exoskeleton according to the criterion of energy sufficiency // *Journal of Physics: Conferences Series*. 2021, vol. 2096, p. 012044. doi.org/10.1088/1742-6596/2096/1/012044.
2. Формальский А.М. Управление движением неустойчивых объектов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 232 с.
3. De Looze M.P., Bosch T., Krause F., Stadler K.S., O’Sullivan L. Exoskeletons for industrial application and their potential effects on physical work load // *Ergonomics*. 2015, vol. 59, no. 5, pp. 1-11. doi.org/10.1080/00140139.2015.1081988.
4. Dollar A.M., Herr H. Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art. // *IEEE Transactions on Robotics*. 2008, vol. 24, no. 1, pp. 144-158. DOI: 10.1109/TRO.2008.915453.
5. Ajayi M.O., Djouani K., Hamam Y. Rhythmic trajectory design and control for rehabilitative walking in patients with lower limb disorder // *International Journal of Humanoid Robotics*. 2016, vol. 13, no. 4, p. 1650006. DOI: 10.1142/S0219843616500067.
6. Zhang J., Dong Y.-M., Yang C.-J., Geng Y., Chen Y., Yang Y. 5-Link model based gait trajectory adaption control strategies of the gait rehabilitation exoskeleton for post-stroke patients // *Mechatronics*. 2010, vol. 20, no. 3, pp. 368-376. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2010.02.003.
7. Aguilar-Sierra H., Yu W., Salaza S., Lopez R. Design and control of hybrid actuation lower limb exoskeleton // *Advances in Mechanical Engineering*. 2015, vol. 7, no. 6, pp. 1-13. DOI: 10.1177/1687814015590988.
8. Борисов А.В. Существование и единственность решения системы дифференциальных уравнений, описывающей движения экзоскелета // *Фундаментальные исследования*. – 2014. – № 9. – С. 1495-1499.
9. Лавровский Э.К., Письменная Е.В. Алгоритмы управления экзоскелетом нижних конечностей в режиме одноопорной ходьбы по ровной и ступенчатой поверхностям // *Мехатроника. Автоматизация. Управление*. – 2014. – № 1. – С. 44-51.
10. Иванов А.П. Основы теории систем с трением. – М., Ижевск: НИЦ «РХД», ИКИ. 2011. – 304 с.
11. Розенблат Г.М. Динамические системы с сухим трением. – М., Ижевск: НИЦ «РХД», 2006. – 204 с.
12. Гарсия Р.Б., Меркурьев И.В., Сайпулаев Г.Р., Сайпулаев М.Р. Разработка алгоритмов управления активным экзоскелетом человека // *Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство*. – 2023. – № 19. – С. 23-29.

References

1. Zuev Y.Y., Saypulaev M.R., Doni V. Laws of motion of the lower extremities and structural-parametric synthesis of electro-hydraulic executive modules of the active exoskeleton according to the criterion of energy sufficiency // *Journal of Physics: Conferences Series*. 2021, vol. 2096, p. 012044. doi.org/10.1088/1742-6596/2096/1/012044.
2. Formalsky A.M. Motion Control of Unstable Objects. – М.: FIZMATLIT, 2012. – 232 p.
3. De Looze M.P., Bosch T., Krause F., Stadler K.S., O’Sullivan L. Exoskeletons for industrial application and their potential effects on physical work load // *Ergonomics*. 2015, vol. 59, no. 5, pp. 1-11. doi.org/10.1080/00140139.2015.1081988.
4. Dollar A.M., Herr H. Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art. // *IEEE Transactions on Robotics*. 2008, vol. 24, no. 1, pp. 144-158. DOI: 10.1109/TRO.2008.915453.
5. Ajayi M.O., Djouani K., Hamam Y. Rhythmic trajectory design and control for rehabilitative walking in patients with lower limb disorder // *International Journal of Humanoid Robotics*. 2016, vol. 13, no. 4, p. 1650006. DOI: 10.1142/S0219843616500067.
6. Zhang J., Dong Y.-M., Yang C.-J., Geng Y., Chen Y., Yang Y. 5-Link model based gait trajectory adaption control strategies of the gait rehabilitation exoskeleton for post-stroke patients // *Mechatronics*. 2010, vol. 20, no. 3, pp. 368-376. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2010.02.003.

7. Aguilar-Sierra H., Yu W., Salaza S., Lopez R. Design and control of hybrid actuation lower limb exoskeleton // *Advances in Mechanical Engineering*. 2015, vol. 7, no. 6, pp. 1-13. DOI: 10.1177/1687814015590988.
8. Borisov A.V. The existence and uniqueness of solution of a system of differential equations describing the motion of an exoskeleton // *Fundamental Research*. 2014, no. 9, pp. 1495-1499.
9. Lavrovsky E.K., Pismennaya E.V. Algorithms for controlling the lower extremities exoskeleton in the mode of single-support walking on flat and stepped surfaces // *Mechatronics. Automation. Control*. 2014, no. 1, pp. 44-51.
10. Ivanov A.P. Fundamentals of the theory of systems with friction. – M., Izhevsk: «RCD», ICR, 2011. – 304 p.
11. Rozenblat G.M. Dynamic systems with dry friction. – M., Izhevsk: «RCD», ICR, 2006. – 204 p.
12. Garcia R.B., Merkuriev I.V., Saypulaev G.R., Saypulaev M.R. Development of control algorithms for the active human exoskeleton // *Transport, mining and construction engineering: science and production*. 2023, no. 19, pp. 23-29.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Гарсия Бельо Ройлан – аспирант	Garcia Bello Roilan – postgraduate student
Сайпулаев Гасан Русланович – аспирант и ассистент кафедры Робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин	Saypulaev Gasan Ruslanovich – postgraduate student and assistant of Department of robotics, mechatronics, dynamics and machine strength
Сайпулаев Муса Русланович – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры Робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин	Saypulaev Musa Ruslanovich – candidate of technical sciences, senior lecturer of the Department of robotics, mechatronics, dynamics and machine strength
Астахов Сергей Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры Робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин	Astakhov Sergey Vladimirovich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department of robotics, mechatronics, dynamics and machine strength
Ниналалов Ибрагим Гусейнович – аспирант	Ninalalov Ibragim Guseynovich – postgraduate student
Диб Делшан – аспирант	Deeb Delshan – postgraduate student
Салимов Максим Сергеевич – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры Робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин	Salimov Maksim Sergeevich – candidate of technical sciences, senior lecturer of the Department of robotics, mechatronics, dynamics and machine strength
saypulaevgr@mail.ru	

Получена 10.06.2023