Терещенко В.Г. О размерностях векторных величин в механике // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2023. – № 20. – С. 40-45.

УДК 531+53.081.5 https://doi.org/10.26160/2658-3305-2023-20-40-45

О РАЗМЕРНОСТЯХ ВЕКТОРНЫХ ВЕЛИЧИН В МЕХАНИКЕ

Терещенко В.Г.
Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь

Ключевые слова: вектор, направление вектора, размерность величины, система величин, размерность вектора, размерность направления, единица измерения, удельный расход топлива.

Аннотация. В статье отмечается возрастающая актуальность обеспечения формальной идентификации рода механических величин для решения задач анализа размерностей, для алгебраических компьютерных приложений и для получения новых научных идей при помощи объяснимого машинного обучения. Отмечается, что однозначно идентифицировать величины механики по их роду не способны существующие системы единиц и величин. Одной из причин названо отсутствие специальных размерностей для векторных величин. Показано, как можно записать размерности векторных величин и производных от них величин, если добавить в систему величин основную величину «направление» и математические действия из области аналитической геометрии. Векторные величины широко используются в теоретической механике, и способ их идентификации при помощи размерностей первоначально разрабатывается в области механики.

ON THE DIMENSIONS OF VECTOR QUANTITIES IN MECHANICS

Tereshchenko V.G.
North-Caucasus Federal University, Stavropol

Keywords: vector, vector direction, dimension of quantity, system of quantities, dimension of vector, dimension of direction, unit of measurement, specific fuel consumption.

Abstract. The article notes the increasing relevance of providing a formal identification of the kind of mechanical quantities for solving problems of dimensional analysis, for algebraic computer applications and for obtaining new scientific ideas using explainable machine learning. It is noted that the existing systems of units and quantities are not capable of uniquely identifying the quantities of mechanics by their kind. One of the reasons is the absence of special dimensions for vector quantities. It is shown how it is possible to write the dimensions of vector quantities and their derivatives, if we add the main quantity "direction" and mathematical operations from the field of analytical geometry to the system of quantities. Vector quantities are widely used in theoretical mechanics, and a way to identify them using dimensions was originally developed in the field of mechanics.

Введение

На современном этапе развития механики стали проявляться проблемы, связанные с необходимостью формализовать физический смысл каждой величины. Неоднозначность единиц измерения и размерностей мешает использованию алгебраических компьютерных приложений. Приходится прибегать к разрешению неоднозначностей с помощью человеческого суждения, что выглядит архаично в цифровую эпоху.

«Машинное обучение с применением к вопросам физических наук стало широко используемым инструментом» [1]. Отмечается «отсутствие моделей машинного обучения, которые по своей сути включают физические законы». «Основное внимание в исследованиях уделяется повышению точности моделей машинного обучения в числовых прогнозах, в то время как научное понимание по-прежнему почти исключительно создается исследователями-людьми, анализирующими числовые результаты и делающими выводы».

Относительно недавно началось внедрение машинного обучения в естественные науки, где основная цель состоит в том, чтобы получить новые научные идеи и открытия на основе данных наблюдений или смоделированных данных. В статье [2] рассматривается объяснимое машинное обучение с точки зрения приложений в естественных науках и обсуждаются три его основных элемента: прозрачность, интерпретируемость и объяснимость.

Физический смысл величины не удаётся однозначно выразить ни с помощью размерности, ни с помощью единицы измерения в какой-бы то ни было известной системе величин или единиц. Из-за этого теория размерностей работает лишь частично, эпизодически и нестабильно. Для улучшения анализа размерностей Г.С. Варданяном [3] было предложено построить аксиоматическую теорию размерностей. Первое положение этой теории требует, чтобы в данной системе единиц измерения имело бы место взаимно однозначное соответствие между размерными физическими величинами и их размерностями.

Создание такой идентифицирующей системы величин является актуальной научной задачей. В частности, требуется создать идентифицирующую систему величин механики.

Методы

Механика не только столкнулась с трудностями, но она же обладает потенциалом для их преодоления и распространения полученного решения на другие естественные науки.

Для подтверждения актуальности темы приведём рассуждения из [9] в нашем варианте перевода. «Если величины одного рода – это величины, которые можно расположить в порядке возрастания относительно друг друга, то их величины должны быть сравнимы. Но не сразу понятно, какие критерии определяют, являются ли величины сравнимыми или нет. По-видимому, не является достаточным, чтобы они были одинаковой размерности. Некоторые величины, используемые при определении производной величины, могут быть векторами, но при определении размерности используются только их скалярные части. Так, работа и крутящий момент несопоставимы, хотя и имеют одинаковые размерности, то же самое справедливо для сжимающего напряжения и напряжения сдвига. Что касается безразмерных величин, то, хотя все они являются числами, которые можно расположить по порядку, мало кто считает их величинами одного и того же вида. По-разному обозначенные, безразмерные величины несопоставимы.» В данном тексте речь идёт о размерностях в том виде, в котором они представлены в известных на настоящее время системах величин, о формулах размерностей, образованных по установленным и зафиксированным в [4-7] правилам.

Величины с одинаковой размерностью, но имеющие различный физический смысл, называют одноимёнными. Один из возможных путей появления одноимённых величин выявлен нами в [8]. Появление одноимённых величин рассматривается там, как ошибка при создании системы величин. Коротко говоря, причиной является замена размерности одной из основных величин на размерность «один», то есть причисление размерной величины к разряду безразмерных. Это также можно рассматривать, как «потерю» некоторой величины в системе. Производная величина, в формуле размерности которой отсутствует хотя бы одна необходимая размерность основной или производной величины, становится одноимённой для величины с такой-же, но правильной для неё размерностью.

Рассмотрим характерный пример из [9], показывающий проблему. Формула определения среднего значения линейной нормы объёмного расхода топлива дорожным транспортным средством

$$c = \frac{V}{l}, \tag{1}$$

где V – объём топлива, израсходованного на длине пути l. Эту формулу можно использовать в качестве определяющего уравнения для записи формулы размерности производной величины c. Объём V может быть заменён на третью степень длины ребра l_1 куба с объёмом V. Тогда уравнение (1) становится

$$c = \frac{l_1^3}{l_2}, \tag{2}$$

где l_2 – пройденное расстояние. Длинам в числителе и знаменателе автор [9] присвоил разные индексы, поскольку они задаются независимо. Но формула размерности линейной нормы объёмного расхода топлива в системе СИ и во всех других известных системах величин претерпевает сокращение до длины во второй степени

$$\dim c = \frac{\mathrm{L}^3}{\mathrm{L}} = \mathrm{L}^2. \tag{3}$$

Аналогично, единицей измерения линейной нормы объёмного расхода топлива в системе СИ становится квадратный метр (м^2). То есть, эта величина получает размерность и единицу измерения площади. Но площадь не является величиной того же рода, что и расход топлива. Такой результат автор [9] справедливо считает неприемлемым. Он отмечает, что в некоторых странах закон не разрешает указывать ни такую единицу измерения, ни ее эквивалент в качестве показателя расхода топлива в торговом зале автомобилей. Обобщая, он ставит под сомнение полезность единиц измерения, которые подверглись алгебраическим манипуляциям. Для решения проблемы он предлагает определять производные единицы только с помощью определений их величин и основных единиц системы, не упрощать производные единицы измерения алгебраически.

Площадь произвольного параллелограмма определяется по формуле $A=l_1l_2\sin\alpha$, где синус угла α между сторонами параллелограмма рассматривается, как безразмерная величина. Поэтому sinα не находит своего отображения в формуле размерности. Фактически определительным уравнением становится $A=l_a l_b$., в котором взаимная перпендикулярность сторон прямоугольника с длинами l_a и l_b подразумевается, но не имеет формального выражения. В результате получается известная, привычная для нас размерность площади $\dim A=\mathrm{L}\times\mathrm{L}=\mathrm{L}^2$. Такая формула размерности не выражает истинного смысла величины «площадь», а также входящих в неё основных величин и их взаимодействие.

В анализе размерностей давно известны предложения (В. Вильямс в 1892г., Ваничев А.П. в 1938 г. и Л.И. Седов в 1962г., Г. Хантли в 1967 г [10]) ввести разные единицы измерения длины в разных направлениях (вдоль разных осей координат). Позже аналогичный приём описан Г.С. Варданяном [3]. Можно перейти от метров с индексами осей координат $м_x$, $м_y$, $м_z$, к обозначению размерностей длины в направлениях осей координат, L_x, L_y, L_z. Но ввести такие размерности в систему величин невозможно, потому что направления осей выбираются индивидуально в каждой задаче. И этот метод так и остался частным способом решения некоторых задач анализа размерностей, позволяющим увеличить количество независимых единиц измерения и, соответственно, количество основных величин.

Один из шагов для создания однозначно идентифицирующей системы величин, по нашей гипотезе, должен состоять в присвоении особых размерностей векторным величинам.

Результаты

Для решения этой проблемы было предложено [8] создать новую систему величин, содержащую величину «направление» в качестве одной из основных величин. Связь направления с модулем вектора и способы выражения этой связи рассмотрены в [11]. Направляющие косинусы или координаты единичного вектора – три параметра, однозначно определяющие направление вектора в трёхмерном пространстве. Но использование трёх параметров – избыточно. В сферической системе координат направление указывают при помощи двух параметров – углов Эйлера. На плоскости направление указывается при помощи одного угла. Выражение значения величины при помощи двух упорядоченных чисел не рассматривается в системе СИ и в других системах величин и единиц. Среди величин, упоминаемых в словаре по метрологии [4] или в брошюре СИ [5], или в стандартах [6, 7] нет величины «направление». Ни среди основных, ни среди производных величин. Направление – величина существенно иной природы в сравнении с «традиционными» величинами. Требуется расширить понятие «величина», предусмотреть возможность выражать её числовое значение при помощи пары упорядоченных чисел. Введение такой величины в систему сделает новую систему величин принципиально отличающейся от всех ранее известных. Это может вызвать на первом этапе множество вопросов и возражений. Но именно такой шаг является одним из необходимых шагов на пути создания идентифицирующей системы величин.

Для обозначения размерности новой основной величины «направление» предложена [8] латинская буква D, как отсылка к английскому слову «Direction» (направление). Образование векторной величины из направления и модуля происходит не за счёт математических действий, а за счёт объединения параметров. Объединение параметров направления и длины геометрического отрезка создаёт вектор длины – геометрический объект. Для обозначения в формулах размерностей объединения направления и длины было предложено использовать один из символов, имеющихся в программе Word «∘».

Как известно [4-6], в Интернациональной системе величин (ISQ) используется оператор размерностей dim. Для того, чтобы отличать формулы размерности в новой разрабатываемой системе величин, от формул размерности, составленных по известным правилам, предложено [12] обозначать оператор новых размерностей $\dim_D$ – с нижним индексом $_D$, который символизирует направление, как характерную новую величину, отличающую новую систему. Таким образом, размерность радиус-вектора можно записать, как

$$\dim_D \vec{r} = \mathrm{D} \circ \mathrm{L}. \tag{4}$$

Как известно, аналитическая геометрия не предусматривает действие «простого» умножения вектора на вектор. Поэтому и в формулах размерности новой системы должны использоваться действия векторного и скалярного произведения векторов. Будем обозначать их, соответственно, символами «×» и «•». Если совместить начальные точки двух геометрических векторов, имеющих модули b и c, то размерность векторной величины площади с модулем A в предлагаемой системе запишется так

$$\dim_D \vec{A} = \dim_D \vec{b} \times \vec{c} = (\mathrm{D} \circ \mathrm{L}) \times (\mathrm{D} \circ \mathrm{L}). \tag{5}$$

Эта запись не может быть заменена на возведение во вторую степень размерности длины или на возведение во вторую степень размерности вектора. Таким образом, единице измерения площади м^2 в новой системе будет соответствовать размерность (D∘L)×(D∘L), а не L^2. Такая размерность сохраняет смысл векторного произведения, имеющегося в определительном уравнении, и представляет площадь, как ориентированную в пространстве величину.

Размерность объёма V записывается на основании аналитической геометрии с помощью смешанного произведения размерностей векторов

$$\dim_D V = \dim_D (\vec{b} \times \vec{c} \bullet \vec{a}) = (\mathrm{D} \circ \mathrm{L}) \times (\mathrm{D} \circ \mathrm{L}) \bullet (\mathrm{D} \circ \mathrm{L}). \tag{6}$$

Действия векторного и скалярного произведения не позволяют заменить эту запись на возведение в третью степень размерности длины или вектора.

Размерность объёмного расхода топлива автомобиля в расчёте на единицу пути в новой системе запишется так

$$\dim_D \frac{V}{l} = \dim_D \frac{\vec{b} \times \vec{c} \bullet \vec{a}}{l} = \frac{(\mathrm{D} \circ \mathrm{L}) \times (\mathrm{D} \circ \mathrm{L}) \bullet (\mathrm{D} \circ \mathrm{L})}{\mathrm{L}}. \tag{7}$$

Размерность длины пути L не объединена с размерностью направления, так как направление движения в данной задаче безразлично и не связано с направлениями векторов в числителе. Эта формула размерности не сокращается до L^2 или до квадрата размерности какой-либо ещё величины. Такому сокращению препятствует объединение длины с направлением в числителе. Эта формула размерности может быть использована для идентификации величины объёмного расхода топлива автомобиля в расчёте на единицу пути.

Выводы

Чтобы формула размерности однозначно выражала смысл величины, каким-либо образом связанной с направлениями в пространстве, нужно предусмотреть в системе величин размерность «направление». Необходимо предусмотреть в системе величин действия с векторами: векторное и скалярное произведения векторов, извлечение модуля вектора.

Согласно [4], система единиц создаётся на основе системы величин. Но это не означает, что нужно отождествлять систему единиц с системой величин. Мы считаем, что достаточно записывать единицы измерения только для модулей векторов: модуля вектора длины, модуля вектора площади, модулей прочих векторов, поскольку добавление единиц измерения направления только сильно усложнит восприятие. Единицы измерения площади и объёма могут оставаться прежними, привычными для всех по системе СИ. Для записи единицы измерения линейной нормы объёмного расхода топлива и других производных величин, которые образованы от геометрических векторов, следует также оставить только единицы измерения модулей и придерживаться рекомендаций [9]. То есть не сокращать основные единицы измерения в выражении для производной единицы, по возможности использовать в составе производных единиц другие производные единицы СИ, имеющие специальные наименования и обозначения.

Но формулы размерности площади, объёма, объёмного расхода топлива автомобиля в расчёте на единицу пути, и других производных величин, которые образованы от геометрических векторов, следует рассматривать в новой системе величин, содержащей основную величину «направление», использующей математические действия с векторами, известные из аналитической геометрии. Применение таких усовершенствованных формул размерности является необходимым условием для того, чтобы можно было формализовать физический смысл величин. Усовершенствованная система величин поможет не только человеку, но и даст возможность компьютерной программе классифицировать и идентифицировать величины.

Заключение

Существует различие между математическими величинами и геометрическими элементарными объектами. Этими понятиями оперируют две разные науки: математика и геометрия. Разумеется, математика и геометрия взаимодействуют, взаимопроникают. Особенно сильно – в теоретической механике. При создании систем величин, при разработке методов анализа размерностей нужно учитывать специфику и отличия геометрии от скалярной математики.

Список литературы

1. Friederich P., Krenn M., Tamblyn I., Aspuru-Guzik A. Scientific intuition inspired by machine learning-generated hypotheses // Machine Learning: Science and Technology. 2021, vol. 2, no. 2, p. 025027. doi.org/10.1088/2632-2153/abda08.
2. Roscher R., Bohn B., Duarte M.F., Garcke J. Explainable Machine Learning for Scientific Insights and Discoveries // IEEE Access. 2020, vol. 8, pp. 42200-42216. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2976199.
3. Варданян Г.С. Устранение некоторых недостатков традиционной теории анализа размерностей при исследовании задач механики деформируемого твердого тела // Вестник НИЦ Строительство. – 2010. – №2. – С. 11-20.
4. Международный словарь по метрологии: основные и общие понятия и соответствующие термины: пер. с англ. и фр. / Всерос. науч.-исслед. ин-т метрологии им. Д.И. Менделеева, Белорус. гос. ин-т метрологии. Изд. 2-е, испр. – СПб.: НПО «Профессионал», 2010. – 82 с.
5. Международная система единиц (SI). Издание 9-е. 2019. Bureau International des Poids et Mesures. Перевод на русский язык. Издание подготовлено Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии (Росстандарт).
6. РМГ 29-2013. Рекомендации по межгосударственной стандартизации. Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Основные термины и определения. – М.: Стандартинформ, 2014.
7. ГОСТ 8.417–2002. Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин. – Введ. 01.09.2003. – Минск: Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2002. – 28 с.
8. Терещенко В.Г. О возможности учёта геометрических свойств физической величины в формуле размерности // Актуальные проблемы строительства, транспорта, машиностроения и техносферной безопасности: материалы III ежегодной научно-практической конференции Северо-Кавказского федерального университета «Университетская наука – региону». – Ставрополь: ООО ИД «ТЭСЭРА», 2015. – С. 227-233.
9. Emerson W.H. On the algebra of quantities and their units // Metrologia. 2004, no. 41, pp. 33-37. doi:10.1088/0026-1394/41/6/L02.
10. Huntley H.E. Dimensional analysis – New York: Dover Publication, Inc., 1967. – 158 p.
11. Терещенко В.Г., Азотова Е.Н. Геометрические свойства физических величин // Актуальные проблемы строительства, транспорта, машиностроения и техносферной безопасности: материалы III ежегодной научно-практической конференции Северо-Кавказского федерального университета «Университетская наука – региону». – Ставрополь: ООО ИД «ТЭСЭРА», 2015. – С. 221-227.

12. Терещенко В.Г. Систематизация направленных величин с помощью размерностей // Фундаментальные основы механики. – 2019. – №4. – С. 33-39.

References

1. Friederich P., Krenn M., Tamblyn I., Aspuru-Guzik A. Scientific intuition inspired by machine learning-generated hypotheses // Machine Learning: Science and Technology. 2021, vol. 2, no. 2. doi.org/10.1088/2632-2153/abda08.
2. Roscher R., Bohn B., Duarte M.F., Garcke J. Explainable Machine Learning for Scientific Insights and Discoveries // IEEE Access. 2020, vol. 8, pp. 42200-42216. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2976199.
3. Vardanyan G.S. Elimination of some shortcomings of the traditional theory of dimensional analysis in the study of problems of the mechanics of a deformable solid body // Bulletin of the Research Center for Construction. 2010, no. 2, pp. 11-20.
4. International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM): Per. from English. and fr. / Vseros. scientific research Institute of Metrology im. D. I. Mendeleev, Belarus. state Institute of Metrology. Ed. 2nd, rev. – SPb.: NPO "Professional", 2010. – 82 p.
5. International system of units (SI). Edition 9th. 2019. Bureau International des Poids et Mesures. Translating to Russian language. The publication was prepared by the Federal Agency for Technical Regulation and Metrology (Rosstandart).
6. RMG 29–2013. Recommendations for interstate standardization. State system for ensuring the uniformity of measurements. Metrology. Basic terms and definitions. – M.: Standartinform, 2014.
7. GOST 8.417–2002. State system for ensuring the uniformity of measurements. Units of quantities. – Input. 09/01/2003. – Minsk: Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification, 2002. – 28 p.
8. Tereshchenko V.G. On the possibility of taking into account the geometric properties of a physical quantity in the dimension formula / Actual problems of construction, transport, mechanical engineering and technosphere safety: materials of the III annual scientific and practical conference of the North Caucasus Federal University "University science for the region". – Stavropol: LLC ID "TESERA", 2015. – P. 227-233.
9. Emerson W.H. On the algebra of quantities and their units // Metrologia. 2004, no. 41, pp. 33-37. doi: 10.1088/0026-1394/41/6/L02.
10. Huntley H.E. Dimensional analysis – New York: Dover Publication, Inc., 1967. – 158 p.
11. Tereshchenko V.G., Azotova E.N. Geometrical properties of physical quantities // Actual problems of construction, transport, mechanical engineering and technosphere safety: materials of the III annual scientific and practical conference of the North Caucasian Federal University "University science – to the region". – Stavropol: LLC ID "TESERA", 2015. – P. 221-227.
12. Tereshchenko V.G. Systematization of directed quantities using dimensions // Fundamental foundations of mechanics. 2019, no. 4, pp. 33-39.

Сведения об авторах:	*Information about authors:*
Терещенко Владимир Григорьевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технической эксплуатации автомобилей	**Tereshchenko Vladimir Grigorievich –** candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the Department of vehicle maintenance
tereshvg@yandex.ru	

Получена 09.06.2023