

## СИЛОВОЙ АНАЛИЗ НАВЕСНОГО УСТРОЙСТВА ТРАКТОРА С РЕГУЛИРУЕМЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Халиуллин Ф.Х.<sup>1</sup>, Яхин С.М.<sup>2</sup>, Имамиев А.З.<sup>2</sup>, Макарова О.И.<sup>2</sup>, Егоров С.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ;

<sup>2</sup>Казанский государственный аграрный университет, Казань

**Ключевые слова:** навесное устройство, упругость, демпфирование, кинематическая схема.

**Аннотация.** Эффективное использование тракторов сельскохозяйственного назначения в значительной степени определяется режимами работы его энергетических установок. Учитывая переменный характер внешних нагрузок, необходимо предусмотреть конструктивные устройства в составе трактора, которые сглаживают изменения крюковой нагрузки, тем самым уменьшая отрицательное влияние внешних условий на работу его энергетической установки. Настоящая статья посвящена проектированию навесного устройства трактора с переменными характеристиками. Проведен анализ методов изучения изменяющегося тягового усилия на выходные параметры технологического процесса, а так же на мощностные и экономические показатели силового агрегата. Проведен силовой анализ предлагаемого навесного устройства и получены формулы для определения сил и моментов в характерных точках устройства. Статья представляет интерес для инженерно-технических работников, занимающихся созданием перспективных схем конструкции тракторов различного эксплуатационного назначения.

## FORCE ANALYSIS OF A TRACTOR LINKAGE WITH ADJUSTABLE CHARACTERISTICS

Khaliullin F.H.<sup>1</sup>, Yakhin S.M.<sup>2</sup>, Imamiyev A.Z.<sup>2</sup>, Makarova O.I.<sup>2</sup>, Egorov S.V.<sup>1</sup>

Kazan National Research Technical University n.a. A.N. Tupolev – KAI,

Kazan State Agrarian University, Kazan

**Keywords:** hinged device, elasticity, damping, kinematic scheme.

**Abstract.** The effective use of agricultural tractors is largely determined by the operating modes of its power plants. Taking into account the variable nature of external loads, it is necessary to provide structural devices in the tractor that smooth out changes in the hook load, thereby reducing the negative impact of external conditions on the operation of its power plant. This article is devoted to the design of a tractor attachment with variable characteristics. The analysis of methods for studying the changing traction force on the output parameters of the technological process, as well as on the power and economic indicators of the power unit is carried out. A force analysis of the proposed attachment is carried out and formulas for determining forces and moments at characteristic points of the device are obtained. The article is of interest to engineering and technical workers engaged in the creation of promising design schemes for tractors of various operational.

### Введение

При сельскохозяйственной обработке почвы тяговое усилие является важнейшим фактором, влияющим на работу системы почва-машина. Количественное определение всех сил и моментов между трактором и навесным оборудованием при соединении через трехточечную навеску представляет интерес для различных целей, включая оптимизацию конструкции навесного оборудования, оценку настроек трактора или применение в точном земледелии. В работах [1-3] была создана полномасштабная модель связи почва-орудие-машина, основанная на сочетании DEM (метод дискретных элементов) и MBD (динамика нескольких тел), для прогнозирования силы тяги в зависимости от глубины обработки во время обработки почвы. Во-первых, было проведено испытание вспашки с помощью системы измерения полевой нагрузки для разработки модели сцепления DEM-MBD для прогнозирования силы тяги в соответствии с глубиной обработки почвы в процессе

калибровки и проверки модели сцепления DEM-MBD. Почвенное ложе DEM было смоделировано с учетом заданной глубины обработки и отражения свойств почвы, распределение, изменяющееся в зависимости от глубины почвы. Для модели почвы масса частиц и поверхностная энергия были откалиброваны с использованием значений объемной плотности, измеренных в полевых условиях, и результатов испытаний сдвигающими лопастями. Кроме того, был измерен коэффициент распределения веса каждого колеса в статическом состоянии и рассчитан центр тяжести для MBD-моделирования системы трактор-орудие. Дополнительно была проведена калибровка параметров шин по результатам полевых испытаний по скорости движения. В результате совместного моделирования DEM-MBD точность прогноза скорости движения и тягового усилия составила 93,2% (86,6-99,4%) и 90,8% (86,4-99,3%) соответственно в зависимости от глубины обработки почвы. Кроме того, точность прогнозирования силы тяги была на 11-32% выше, чем 67,4-70,6% при использовании стандартного метода ASABE D497.4. Считается, что это исследование может постепенно заменить существующие полевые испытания тестами моделирования на основе цифровых двойников. Это может дать ценную информацию для оптимального проектирования при минимизации времени разработки и стоимости систем почвообработки.

Количественное определение всех сил и моментов между трактором и навесным оборудованием при соединении через трехточечную навеску представляет интерес для различных целей, включая оптимизацию конструкции навесного оборудования, оценку настроек трактора или применение в точном земледелии. В работах [4-6] представлена разработка нового динамометра с двойной рамой для их измерения. Основное внимание в конструкции было уделено механической оптимизации, что позволило легко адаптировать его к широкому спектру тракторов и навесного оборудования.

Разработана математическая модель для определения сил и моментов на различных сцепках между органами системы трактор-динамометр-орудие с учетом механических характеристик динамометра и наклона местности, на которой работает трактор. Затем можно оценить разрушающее влияние динамометра на силы, действующие на трактор. Также определяется результирующая продольная сила между орудием и почвой с учетом наклона местности и массы орудия. Был создан прототип динамометра, и были проведены некоторые начальные полевые испытания для проверки конструкции и функциональности динамометра.

В статьях [7-9] рассматривается определение нагрузки на колеса трактора при обработке почвы. Силы, действующие между трактором и орудием, существенно изменяют нагрузку на ведущие колеса. Математическое описание простой модели невозможно из-за невозможности определения этих сил между трактором и орудием. В статье описана многотельная модель, используемая для расчета равнодействующих сил и крутящих моментов, действующих от орудия на трактор, а также сил, действующих между колесами и почвой. В работе также приведены результаты проверки расчетов на основе экспериментальных измерений, проведенных в лаборатории, и испытаний, проведенных в полевых условиях.

Нагрузки, возникающие при транспортировке, могут быть самыми высокими, которым подвергается рама агрегата или навеска трактора. Методы их прогнозирования позволили бы разработчикам оборудования оценить нагрузки, с которыми могут столкнуться новые машины, тем самым облегчив их проектирование. Дальнейший анализ позволит более эффективно использовать материал [10-12]. Такие методы также помогут разработать процедуры испытаний на выносливость в лабораторных условиях.

В работах [13-15] разработана компьютерная модель трактора и навесного оборудования для прогнозирования динамики нагрузок в точках крепления навесного оборудования, а также ускорений трактора и навесного оборудования. Входными данными может быть любая временная диаграмма вертикального смещения одного или всех колес трактора. Уравнения движения выведены по методу Лагранжа и допускают нелинейное описание шин, но предполагают жесткую связь между трактором и орудием. Используя измеренные динамические свойства шины, результаты этой модели были сопоставлены с

результатами, полученными экспериментально на специально построенной установке. Было обнаружено некоторое соответствие между измеренными и прогнозируемыми частотными характеристиками нагрузок на сцепку и ускорений трактора и навесного оборудования.

Влияние передней навески трактора на кинематику создают особые проблемы для почвообрабатывающих орудий. В работах [16-18] исследуется влияние геометрии рычажного механизма на устойчивость в продольно-вертикальной плоскости орудий, поддерживаемых глубинным колесом. Выделены две неустойчивые зоны для расположения виртуальной точки сцепки. Теоретический анализ подтверждается экспериментами с резервуаром для грунта с использованием толкающего плуга с половинным отвалом.

### Предлагаемое решение

Целью силового анализа демпфирующего навесного устройства является получение аналитических выражений для определения численных значений величины действующих сил в любой момент времени в разных точках механизма и их передачи на трактор [19-21]. Силы, в соединениях звеньев механизма, будем определять по составляющим в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Также для упрощения расчетов силы, действующие на нижние тяги  $AB$  (рис. 1) будем рассматривать, не учитывая их перераспределение на левую и правые стороны, а как сумму сил действующих в правой и левой части трактора. Детали навесного устройства рассматриваются как абсолютно жесткие невесомые стержни [22].

Расчетная схема навесного устройства в случайном положении с приложенными и действующими на трактор усилиями приведен на рисунке 1.

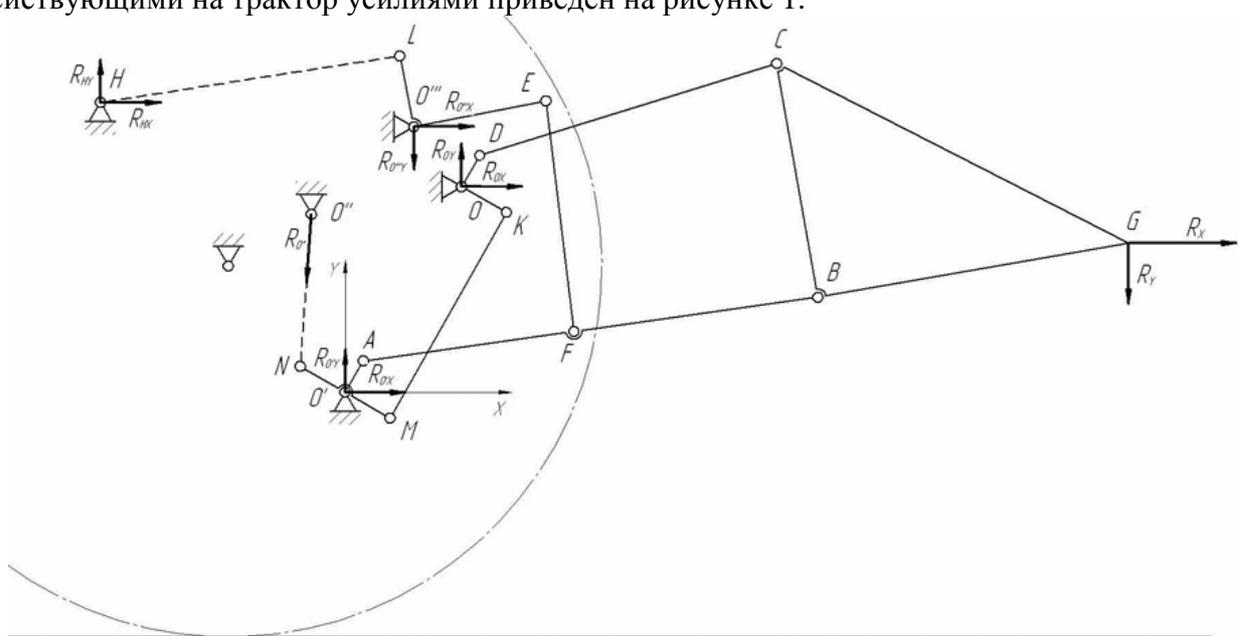


Рис. 1. Схема приложений усилия на навесное устройство и передачи их на трактор.  $G$  – Центр тяжести навесного орудия

Полученные таким образом аналитические выражения статического равновесия помогут определить численные значения действующих сил в любой момент времени.

Для достижения поставленной задачи воспользуемся графоаналитическим методом определения неизвестных сил. Сущность, которого является в построении системы уравнений равновесия системы, при котором связи, наложенные на стержень, отбрасываются и вместо них указываются силы [23, 24].

Определение реакции в точках  $C$  и  $B$  (рис. 2). Уравнения равновесия имеют вид:

$$\begin{cases} R_C \cdot Bb - R_Y \cdot (X - X_B) - R_X \cdot (Y - Y_B) = 0, \\ -R_{BX} \cdot (Y_C - Y_B) + R_{BY} \cdot (X_B - X_C) - R_Y \cdot (X - X_C) + R_X \cdot (Y_C - Y) = 0, \\ -R_C \cdot \cos((X_C - X_D)/l_{DC}) - R_{BX} + R_X = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $X$  и  $Y$  – координаты центра тяжести орудия по соответствующим осям, мм;  $R_X$  – реакция орудия по оси  $X$ , Н;  $R_Y$  – реакция орудия по оси  $Y$ , Н;  $R_C$  – реакция в точке  $C$ , Н;  $R_{BX}$  – реакция в точке  $B$  по оси  $X$ , Н;  $R_{BY}$  – реакция в точке  $B$  по оси  $Y$ , Н;  $Bb$  – плечо действия силы относительно  $B$ , м.

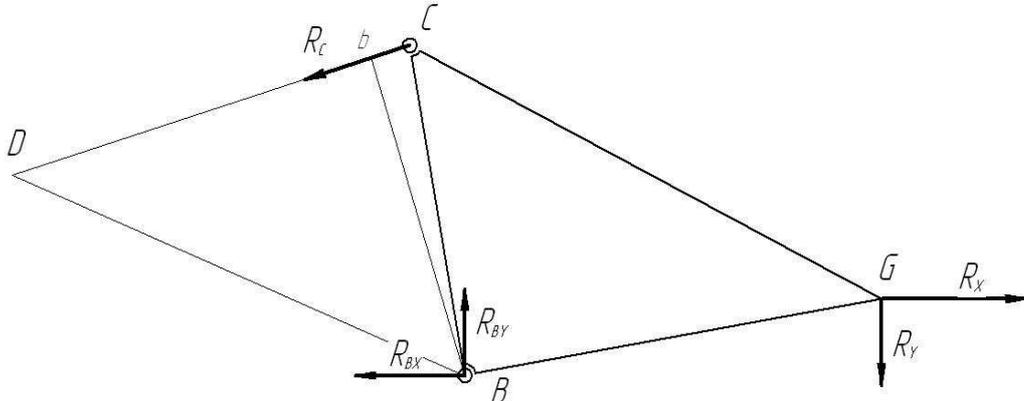


Рис. 2. Схема определения реакций в точках  $C$  и  $B$

Величину  $Bb$  определяем как высоту треугольника  $BCD$ .

$$Bb = 2 \cdot S_{BCD} / l_{DC}, \quad (2)$$

где  $S_{BCD}$  – площадь треугольника  $BCD$ , м<sup>2</sup>.

$$S_{BCD} = \sqrt{p_{BCD} \cdot (p_{BCD} - l_{BC}) \cdot (p_{BCD} - l_{CD}) \cdot (p_{BCD} - l_{BD})}, \quad (3)$$

где  $p_{BCD}$  – полупериметр треугольника  $BCD$ , м;  $l_{BD}$  – длина отрезка  $BD$ , м.

$$p_{BCD} = (l_{BC} + l_{CD} + l_{BD}) / 2, \quad (4)$$

$$l_{BD} = \sqrt{(X_D - X_B)^2 + (Y_D - Y_B)^2}. \quad (5)$$

Реакция в точке  $C$  будет равна:

$$R_C = R_D = \frac{R_Y(X - X_B) + R_X(Y - Y_B)}{Bb}. \quad (6)$$

Реакция в точке  $B$  по оси  $X$  будет равна:

$$R_{BX} = R_X - R_C \cdot \frac{X_C - X_D}{l_{DC}}. \quad (7)$$

Реакция в точке  $B$  по оси  $Y$  будет равна:

$$R_{BY} = \frac{R_{BX} \cdot (Y_C - Y_B) + R_Y \cdot (X - X_C) - R_X(Y_C - Y)}{X_B - X_C}. \quad (8)$$

Для определения реакций в опорах  $O$  и  $K$  воспользуемся схемой действующих сил приведенный на рисунке 3.

Уравнения равновесия будут иметь вид:

$$\begin{cases} -R_D \cdot Od + R_K \cdot Ok = 0, \\ -R_{OX} \cdot (Y_D - Y_O) + R_{OY} \cdot (X_D - X_O) + R_K \cdot Dd' = 0, \\ -R_D \cdot Kk' + R_{OX} \cdot (Y_O - Y_K) + R_{OY} \cdot (X_K - X_D) = 0, \end{cases} \quad (9)$$

где  $Od$ ,  $Ok$ ,  $Dd'$  и  $Kk'$  – плечи действующих сил, м;  $R_D$  – реакция в точке  $D$ , Н;  $R_K$  – реакция в точке  $K$ , Н;  $R_{OX}$  – реакция в точке  $O$  по оси  $X$ , Н;  $R_{OY}$  – реакция в точке  $O$  по оси  $Y$ , Н.

Величину отрезка  $Od$  находим как высоту треугольника  $OCD$ :

$$Od = 2 \cdot S_{OCD} / l_{DC}, \quad (10)$$

где  $S_{OCD}$  – площадь треугольника  $OCD$ , м<sup>2</sup>.

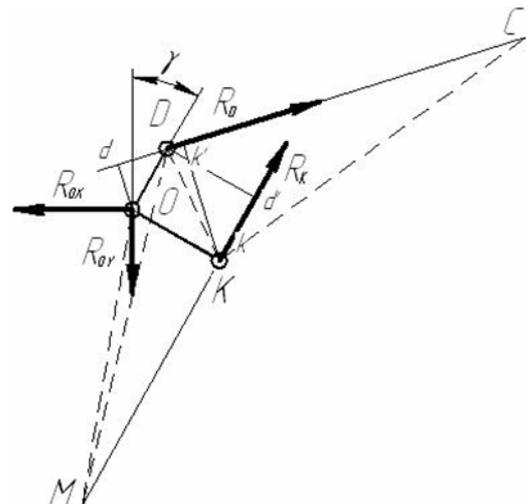


Рис. 3. Схема определения реакций в опорах  $O$  и  $K$

$$S_{OCC} = \sqrt{p_{OCD} \cdot (p_{OCD} - l_{OC}) \cdot (p_{OCD} - l_{OD}) \cdot (p_{OCD} - l_{DC})}, \quad (11)$$

где  $p_{OCD}$  – полупериметр треугольника  $OCD$ , м;  $l_{OC}$  – длина отрезка  $OC$ , м.

$$p_{OCD} = (l_{OC} + l_{OD} + l_{DC})/2, \quad (12)$$

$$l_{OC} = \sqrt{(X_C - X_O)^2 + (Y_C - Y_O)^2}. \quad (13)$$

Величину отрезка  $Ok$  находим как высоту треугольника  $OKM$ :

$$Ok = 2 \cdot S_{OKM} / l_{KM}, \quad (14)$$

где  $S_{OKM}$  – площадь треугольника  $OKM$ , м<sup>2</sup>;  $l_{KM}$  – длина отрезка  $KM$ , м.

$$S_{OKM} = \sqrt{p_{OKM} \cdot (p_{OKM} - l_{OK}) \cdot (p_{OKM} - l_{OM}) \cdot (p_{OKM} - l_{KM})}, \quad (15)$$

где  $p_{OKM}$  – полупериметр треугольника  $OKM$ , м;  $l_{OK}$  – длина отрезка  $OK$ , м;  $l_{OM}$  – длина отрезка  $OM$ , м.

$$p_{OKM} = (l_{OK} + l_{OM} + l_{KM})/2, \quad (16)$$

$$l_{OM} = \sqrt{(X_M - X_O)^2 + (Y_M - Y_O)^2}. \quad (17)$$

$$R_K = R_M = R_D \cdot Od / Ok, \text{ Н.} \quad (18)$$

$$R_{OX} = \frac{R_{OY} \cdot (X_D - X_O) + R_K \cdot Dd'}{Y_D - Y_O}, \quad (19)$$

$$R_{OY} = \frac{R_D \cdot Kk' \cdot (Y_D - Y_O) - R_K \cdot Dd' \cdot (Y_O - Y_K)}{(X_D - X_O) \cdot (Y_O - Y_K) + (X_K - X_D) \cdot (Y_D - Y_O)}. \quad (20)$$

Величину  $Kk'$  определяем как высоту треугольника  $DCK$ :

$$Kk' = 2 \cdot S_{DCK} / l_{DC}, \text{ м} \quad (21)$$

где  $S_{DCK}$  – площадь треугольника  $DCK$ , м<sup>2</sup>.

$$S_{DCK} = \sqrt{p_{DCK} \cdot (p_{DCK} - l_{DC}) \cdot (p_{DCK} - l_{CK}) \cdot (p_{DCK} - l_{DK})}, \quad (22)$$

где  $p_{DCK}$  – полупериметр треугольника  $DCK$ , м;  $l_{CK}$  – длина отрезка  $CK$ , м;  $l_{DK}$  – длина отрезка  $DK$ , м.

$$p_{DCK} = (l_{DC} + l_{CK} + l_{DK})/2, \quad (23)$$

$$l_{DK} = \sqrt{(X_K - X_D)^2 + (Y_K - Y_D)^2}, \quad (24)$$

$$l_{CK} = \sqrt{(X_K - X_C)^2 + (Y_K - Y_C)^2}. \quad (25)$$

Величину  $Dd'$  определяем как высоту треугольника  $DKM$ :

$$Dd' = 2 \cdot S_{DKM} / l_{KM}, \text{ м} \quad (26)$$

где  $S_{DKM}$  – площадь треугольника  $DKM$ , м<sup>2</sup>;  $l_{KM}$  – длина отрезка  $KM$ , м.

$$S_{DKM} = \sqrt{p_{DKM} \cdot (p_{DKM} - l_{DK}) \cdot (p_{DKM} - l_{KM}) \cdot (p_{DKM} - l_{DM})}, \quad (27)$$

где  $p_{DKM}$  – полупериметр треугольника  $DKM$ , м;  $l_{CK}$  – длина отрезка  $CK$ , мм;  $l_{DK}$  – длина отрезка  $DK$ , мм.

$$p_{DKM} = (l_{DK} + l_{KM} + l_{DM})/2, \quad (28)$$

$$l_{DK} = \sqrt{(X_K - X_D)^2 + (Y_K - Y_D)^2}, \quad (29)$$

$$l_{CK} = \sqrt{(X_K - X_C)^2 + (Y_K - Y_C)^2}. \quad (30)$$

Для определения реакций в опорах  $F$  и  $A$  воспользуемся схемой действующих сил приведенный на рисунке 4.

Уравнения равновесия будут иметь вид:

$$\begin{cases} R_F \cdot Aa - R_{BY} \cdot (X_B - X_A) - R_{BX} \cdot (Y_B - Y_A) = 0 \\ R_{AY} \cdot (X_B - X_A) - R_{AX} \cdot (Y_B - Y_A) - R_F \cdot Bb = 0, \\ R_{BX} - R_{AX} - R_F \cdot (X_F - X_E) / l_{EF} = 0 \end{cases} \quad (31)$$

где  $R_F$  – реакция в точке  $F$ , Н;  $R_{AX}$  – реакция в точке  $A$  по оси  $X$ , Н;  $R_{AY}$  – реакция в точке  $A$  по оси  $Y$ , Н;  $Aa$  и  $Bb$  – соответственно плечи действия силы  $R_F$  относительно точек  $A$  и  $B$  соответственно.

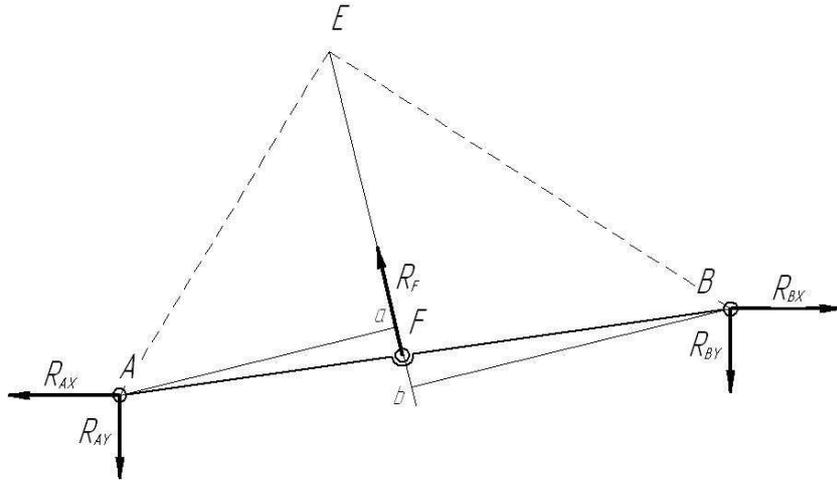


Рис. 4. Схема определения реакций в опорах  $F$  и  $A$

Величину  $Aa$  определяем как высоту треугольника  $AEF$ :

$$Aa = 2 \cdot S_{AEF} / l_{EF}, \text{ м} \quad (32)$$

где  $S_{AEF}$  – площадь треугольника  $AEF$ ,  $\text{м}^2$ .

$$S_{AEF} = \sqrt{p_{AEF} \cdot (p_{AEF} - l_{AE}) \cdot (p_{AEF} - l_{EF}) \cdot (p_{AEF} - l_{AF})}, \quad (33)$$

где  $p_{AEF}$  – полупериметр треугольника  $AEF$ , м;  $l_{AE}$  – длина отрезка  $AE$ , м.

$$p_{AEF} = (l_{AE} + l_{EF} + l_{AF}) / 2, \quad (34)$$

$$l_{AE} = \sqrt{(X_E - X_A)^2 + (Y_E - Y_A)^2}. \quad (35)$$

Величину  $Bb$  определяем как высоту треугольника  $BEF$ :

$$Bb = 2 \cdot S_{BEF} / l_{EF}, \text{ м} \quad (36)$$

где  $S_{BEF}$  – площадь треугольника  $BEF$ ,  $\text{мм}^2$ .

$$S_{BEF} = \sqrt{p_{BEF} \cdot (p_{BEF} - l_{BE}) \cdot (p_{BEF} - l_{EF}) \cdot (p_{BEF} - l_{BF})}, \quad (37)$$

где  $p_{BEF}$  – полупериметр треугольника  $BEF$ , м;  $l_{BE}$  – длина отрезка  $BE$ , м.

$$p_{BEF} = (l_{BE} + l_{EF} + l_{BF}) / 2, \quad (38)$$

$$l_{BE} = \sqrt{(X_E - X_B)^2 + (Y_E - Y_B)^2}. \quad (39)$$

Реакция в точке  $F$  определяется:

$$R_F = R_E = \frac{R_{BY} \cdot (X_B - X_A) + R_{BX} \cdot (Y_B - Y_A)}{Aa}. \quad (40)$$

Реакция в точке  $A$  по оси  $X$  находится из выражения:

$$R_{AX} = R_{BX} - \frac{R_F \cdot (X_F - X_E)}{l_{EF}}. \quad (41)$$

Тогда реакцию в точке  $A$  по оси  $Y$  можно определить из выражения:

$$R_{AY} = \frac{R_{AX} \cdot (Y_B - Y_A) + R_F \cdot Bb}{X_B - X_A}. \quad (42)$$

Для определения реакций в опорах  $O'''$  и  $L$  воспользуемся схемой действующих сил приведенной на рисунке 5.

Уравнения равновесия имеют вид:

$$\begin{cases} R_L \cdot O'''l - R_E \cdot O'''e = 0, \\ R_{O'''Y} \cdot (X_{O'''} - X_L) + R_{O'''X} \cdot (Y_L - Y_{O'''}) - R_E \cdot Le' = 0, \\ R_L \cdot El' + R_{O'''X} \cdot (Y_E - Y_{O'''}) - R_{O'''Y} \cdot (X_E - X_{O'''}) = 0, \end{cases} \quad (43)$$

где  $R_L$  – реакция в точке  $L$ , Н;  $R_E$  – реакция в точке  $E$ , Н;  $R_{O'''X}$  – реакция в точке  $O'''$  по оси  $X$ , Н;  $R_{O'''Y}$  – реакция в точке  $O'''$  по оси  $Y$ , Н;  $O'''l$ ,  $O'''e$ ,  $Le'$  и  $El'$  – плечи действующих сил, м.

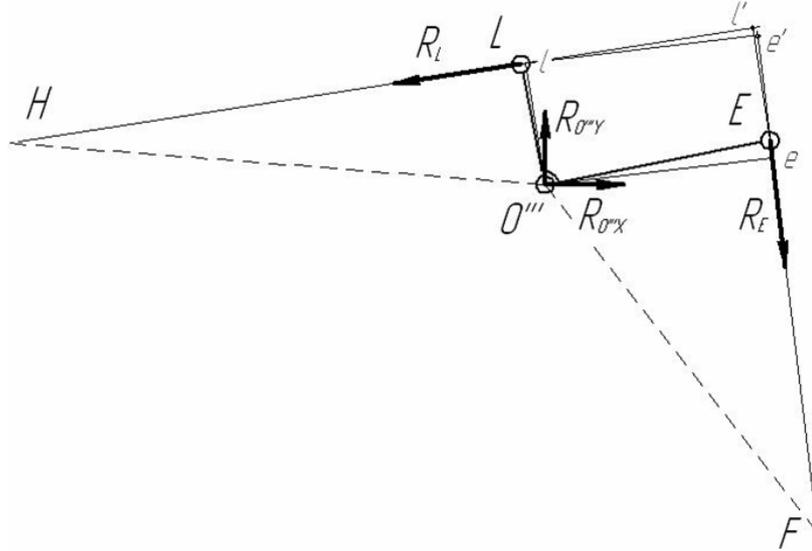


Рис. 5. Схема определения реакций в опорах  $O'''$  и  $L$

Величину  $O'''l$  определяем как высоту треугольника  $HLO'''$ :

$$O'''l = 2 \cdot S_{HLO'''} / l_{HL}, \text{ м} \quad (44)$$

где  $S_{HLO'''}$  – площадь треугольника  $HLO'''$ ,  $\text{м}^2$ .

$$S_{HLO'''} = \sqrt{p_{HLO'''} \cdot (p_{HLO'''} - l_{HL}) \cdot (p_{HLO'''} - l_{LO'''}) \cdot (p_{HLO'''} - l_{HL''})}, \quad (45)$$

где  $p_{HLO'''}$  – полупериметр треугольника  $HLO'''$ , м;  $l_{HL}$  – длина отрезка  $HL$ , м.

$$p_{HLO'''} = (l_{HL} + l_{HO'''} + l_{LO'''}) / 2, \quad (46)$$

$$l_{HL} = \sqrt{(X_L - X_H)^2 + (Y_L - Y_H)^2}. \quad (47)$$

Величину  $O'''e$  определяем как высоту треугольника  $O'''EF$ :

$$O'''e = 2 \cdot S_{O'''EF} / l_{EF}, \text{ м} \quad (48)$$

где  $S_{O'''EF}$  – площадь треугольника  $O'''EF$ ,  $\text{м}^2$ .

$$S_{O'''EF} = \sqrt{p_{O'''EF} \cdot (p_{O'''EF} - l_{O'''E}) \cdot (p_{O'''EF} - l_{EF}) \cdot (p_{O'''EF} - l_{O'''F})}, \quad (49)$$

где  $p_{O'''EF}$  – полупериметр треугольника  $O'''EF$ , м;  $l_{O'''F}$  – длина отрезка  $BE$ , м.

$$p_{O'''EF} = (l_{O'''E} + l_{EF} + l_{O'''F}) / 2, \quad (50)$$

$$l_{O'''F} = \sqrt{(X_F - X_{O'''})^2 + (Y_F - Y_{O'''})^2}. \quad (51)$$

Величину  $Le'$  определяем как высоту треугольника  $LEF$ :

$$Le' = 2 \cdot S_{LEF} / l_{EF}, \text{ м} \quad (52)$$

где  $S_{LEF}$  – площадь треугольника  $LEF$ ,  $\text{м}^2$ .

$$S_{LEF} = \sqrt{p_{LEF} \cdot (p_{LEF} - l_{LE}) \cdot (p_{LEF} - l_{EF}) \cdot (p_{LEF} - l_{LF})}, \quad (53)$$

где  $p_{LEF}$  – полупериметр треугольника  $LEF$ , м;  $l_{LE}$  – длина отрезка  $LE$ , м.

$$p_{LEF} = (l_{LE} + l_{EF} + l_{LF}) / 2, \quad (54)$$

$$l_{LF} = \sqrt{(X_L - X_F)^2 + (Y_L - Y_F)^2}. \quad (55)$$

Величину  $El'$  определяем как высоту треугольника  $HLE$ :

$$El' = 2 \cdot S_{HLE} / l_{HL}, \text{ м} \quad (56)$$

где  $S_{HLE}$  – площадь треугольника  $HLE$ ,  $\text{м}^2$ .

$$S_{HLE} = \sqrt{p_{HLE} \cdot (p_{HLE} - l_{HL}) \cdot (p_{HLE} - l_{LE}) \cdot (p_{HLE} - l_{HE})}, \quad (57)$$

где  $p_{HLE}$  – полупериметр треугольника  $HLE$ , м;  $l_{HE}$  – длина отрезка  $HE$ , м;  $l_{HL}$  – длина отрезка  $HL$ , м;

$$p_{HLE} = \frac{l_{HL} + l_{LE} + l_{HE}}{2}, \quad (58)$$

$$l_{HE} = \sqrt{(X_E - X_H)^2 + (Y_E - Y_H)^2}. \quad (59)$$

$$l_{HL} = \sqrt{(X_L - X_H)^2 + (Y_L - Y_H)^2}. \quad (60)$$

Реакция в точке  $L$  будет равна:

$$R_L = \frac{R_E \cdot O'''e}{O'''l}, \quad (61)$$

Реакция в точке  $O'''$  по оси  $Y$  будет равна:

$$R_{O'''Y} = \frac{R_E \cdot Le' - R_{O''X} \cdot (Y_L - Y_{O''})}{X_{O''} - X_L}, \quad (62)$$

Тогда реакция в точке  $O'''$  по оси  $X$  будет равна:

$$R_{O'''X} = \frac{R_E \cdot Le' \cdot (X_E - X_{O''}) - R_L \cdot El' \cdot (X_{O''} - X_L)}{(Y_E - Y_{O''})(X_{O''} - X_L) + (Y_L - Y_{O''})(X_E - X_{O''})}, \quad (63)$$

Для определения реакций в опорах  $O'''$  и  $L$  воспользуемся схемой действующих сил приведенной в рисунке 6.

Уравнения равновесия будут иметь вид:

$$\begin{cases} R_N \cdot O'n - R_M \cdot \cos \delta \cdot (X_M - X_{O'}) - R_M \cdot \sin \delta \cdot (Y_{O'} - Y_M) + R_{AY} \cdot (X_A - X_{O'}) - R_{AX} \cdot (Y_A - Y_{O'}) = 0, \\ R_{AX} + R_{O'X} - R_M \cdot \sin \delta - R_N \cdot \frac{X_{O''} - X_N}{l_{NO''}} = 0, \\ R_{AY} - R_N \cdot \frac{Y_{O''} - Y_N}{l_{NO''}} - R_M \cdot \cos \delta + R_{O'Y} = 0, \end{cases} \quad (64)$$

где  $R_N$  – реакция в опоре  $N$ , Н;  $R_{O'X}$  – реакция в опоре  $O'$  по оси  $X$ , Н;  $R_{O'Y}$  – реакция в опоре  $O'$  по оси  $Y$ , Н;  $R_{AX}$  – реакция в опоре  $A$  по оси  $X$ , Н;  $R_{AY}$  – реакция в опоре  $A$  по оси  $Y$ , Н;  $O'n$  – плечо действия реакции  $R_N$  относительно опоры  $O'$ , м.

$$\delta = \arccos\left(\frac{Y_K - Y_M}{l_{KM}}\right), \quad (65)$$

Величину  $O'n$  определяем как высоту треугольника  $O'O''N$ :

$$O'n = 2 \cdot S_{O'O''N} / l_{O''N}, \quad (66)$$

где  $S_{O'O''N}$  – площадь треугольника  $O'O''N$ , м<sup>2</sup>.

$$S_{O'O''N} = \sqrt{p_{O'O''N} \cdot (p_{O'O''N} - l_{O'O''}) \cdot (p_{O'O''N} - l_{O''N}) \cdot (p_{O'O''N} - l_{O''N'})}, \quad (67)$$

где  $p_{O'O''N}$  – полупериметр треугольника  $O'O''N$ , м;  $l_{O''N}$  – длина отрезка  $O''N$ , м.

$$p_{O'O''N} = (l_{O'O''} + l_{O''N} + l_{O''N'}) / 2, \quad (68)$$

$$l_{O''N} = \sqrt{(X_N - X_{O''})^2 + (Y_N - Y_{O''})^2}. \quad (69)$$

Реакция в опоре  $N$  определяется из выражения:

$$R_N = \frac{R_M \cdot \cos \delta \cdot (X_M - X_{O'}) + R_M \cdot \sin \delta \cdot (Y_{O'} - Y_M) - R_{AY} \cdot (X_A - X_{O'}) + R_{AX} \cdot (Y_A - Y_{O'})}{O'n}. \quad (70)$$

Реакция в опоре  $O'$  по оси  $X$  определяется как:

$$R_{O'X} = R_M \cdot \sin \delta + R_N \cdot \frac{X_{O''} - X_N}{l_{NO''}} - R_{AX}. \quad (71)$$

Реакция в опоре  $O'$  по оси  $Y$  определяется как:

$$R_{O'Y} = R_N \cdot \frac{Y_{O''} - Y_N}{l_{NO''}} + R_M \cdot \cos \delta - R_{AY}. \quad (72)$$

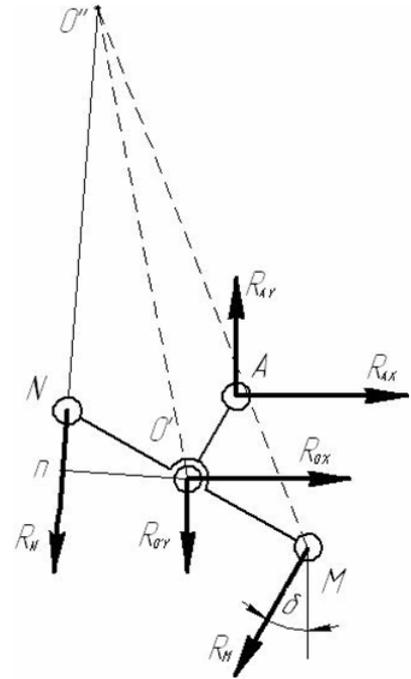


Рис. 6. Схема определения реакций в опорах  $O'$  и  $N$

## Заключение

Проведенный силовой анализ позволяет оценить силовые факторы, действующие на элементы проектируемого навесного устройства. Это является основанием для определения конструктивных параметров с учетом обеспечения требуемого ресурса.

## Список литературы

1. Yeon-Soo Kim, Sang-Dae Lee, Seung-Min Baek, Seung-Yun Baek, Hyeon-Ho Jeon, Jun-Ho Lee, Md. Abu Ayub Siddique, Yong-Joo Kim, Wan-Soo Kim, Taeyong Sim, Simin Yi, Young-Soo Choi. Development of DEM-MBD coupling model for draft force prediction of agricultural tractor with plowing depth // *Computers and Electronics in Agriculture*. 2022, vol. 202, p. 107405. doi.org/10.1016/j.compag.2022.107405.
2. Roca J., Comellas M., Pijuan J., Nogués M. Development of an easily adaptable three-point hitch dynamometer for agricultural tractors. Analysis of the disruptive effects on the measurements // *Soil and Tillage Research*. 2019, vol. 194, p. 104323. doi.org/10.1016/j.still.2019.104323.
3. Petr Porteš, František Bauer, Jiří Čupera. Laboratory-experimental verification of calculation of force effects in tractor's three-point hitch acting on driving wheels // *Soil and Tillage Research*. 2013, vol. 128, pp. 81-90. doi.org/10.1016/j.still.2012.10.007.
4. Collins T.S. Loads in tractor linkages when transporting rear-mounted implements: Development of modelling and measurement techniques // *Journal of Agricultural Engineering Research*. 1991, vol. 49, pp. 165-188. doi.org/10.1016/0021-8634(91)80037-F.
5. Thompstone R.G., Cowell P.A. The influence of front linkage geometry on tractor-implement interaction // *Journal of Agricultural Engineering Research*. 1990, vol. 45, pp. 175-186. doi.org/10.1016/S0021-8634(05)80148-9.
6. Цепляев А.Н., Косульников Р.А., Цепляев В.А., Матасов А.Н., Полторынкин С.С. Снижение тягового сопротивления сельскохозяйственных машин за счет минимализации его колебаний при обработке тяжелосуглинистых почв // *Агроинженерия*. – 2019. – №2(90). – С. 14-19.
7. Гапич Д.С., Фомин С.Д., Ширяева Е.В. Динамика движения упруго закрепленного рабочего органа культиваторного МТА // *Тракторы и сельхозмашины*. – 2017. – №10. – С. 28-32.
8. Фомин С.Д., Аврамов В.И. Устойчивость движения транспортного агрегата с пневмогидравлическим упругодемпфирующим приводом ведущих колес // *Механизация и электрификация с.-х.* – 2004. – №8. – С. 17-19.
9. Фомин С.Д., Аврамов В.И., Гапич Д.С., Воронцова Е.С. Энергоэффективность машинно-тракторного агрегата на переходных режимах // *Известия Московского государственного технического университета МАМИ*. – 2017. – № 1(31). – С. 2-7.
10. Khaliullin F., Matyashin A., Martyshv A., Davidov N. Method of non-disassembly diagnostics of automotive engines based on pulse functions of their systems // *Engineering for Rural Development* this link is disabled. 2021, vol. 20, pp. 1219-1226. DOI: 10.22616/ERDev.2021.20.TF269.
11. Gabsattarov R., Konoplev Y.G., Sachenkov O.A., Egorov S.V., Lustin A.D. Defining relations of vibrations of vehicle suspension with the mass and rigidity design deviations // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2015, vol. 10, no. 24, pp. 44629-44635.
12. Shekhovtsov V.V., Sokolov-Dobrev N.S., Potapov P.V. Decreasing of the Dynamic Loading of Tractor Transmission by means of Change of the Reactive Element Torsional Stiffness // *International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016 Procedia Engineering*. 2016, no. 150, pp. 1239-1244.
13. Shehovtsov V., Sokolov-Dobrev N., Lyashenko M., Potapov P. Influence of elements dynamic cohesiveness in power shafting on torsional vibrations spreading and dynamic equality of reducible model // *Mechanika*. 2014, vol. 20(2), pp. 190-196.
14. Нехорошев Д.Д., Коновалов П.В., Попов А.Ю., Нехорошев Д.А. Особенности улучшения работы машинно-тракторного агрегата за счет снижения колебания нагрузки // *Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: наука и высшее профессиональное образование*. – 2019. – Т. 1, №53. – С. 345-351.
15. Латышева М.А. Исследование влияния регулировочных параметров стандартных навесных устройств тракторов на заглубляющую способность дисковых рабочих органов лесных безопорных орудий // *Актуальные проблемы лесного комплекса*. – 2015. – № 41. – С. 173-181.
16. Рыжих Н.Е. Совершенствование навесных устройств тракторов // *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*. – 2005. – №11. – С. 20-33.
17. Посметьев В.И., Зеликов В.А., Латышева М.А. Обоснование выбора схемы устройства к навесному механизму трактора при его агрегатировании с дисковыми орудиями // *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*. – 2013. – №94. – С. 385-394.
18. Кузнецов Н.Г., Гапич Д.С., Шишкин А.В. Уточнение математической модели для определения жесткости упругого элемента в прицепном устройстве тяжелых тракторов // *Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: наука и высшее профессиональное образование*. – 2010. – №1. – С. 128-132.
19. Халиуллин Ф.Х., Зиганшин Б.Г. Классификация условий эксплуатации энергетических установок машинно-тракторных агрегатов // *Техника и оборудование для села*. – 2018. – № 3. – С. 27-29.

20. Егоров Н.М., Халиуллин Ф.Х. Снижение вибрации и шума механических транспортных средств //Сельский механизатор. – 2017. – № 6. – С. 46-47.
21. Хафизов К.А., Халиуллин Ф.Х. Пути повышения эффективности использования машинно-тракторных агрегатов // Техника и оборудование для села. – 2015. – №10. – С. 20-22.
22. Халиуллин Ф.Х., Галеев Г.Г., Шириязданов Р.Р. Обзор программных продуктов для моделирования функционирования энергетических установок мобильных машин // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2012. – Т. 7, № 2(24). –С. 66-72.
23. Халиуллин Ф.Х., Амиров А.М. Методика оценки экологических показателей двс мобильных машин при неустановившихся режимах работы // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2011. – Т. 6, № 4(22). – С. 102-104.
24. Яхин С.М., Халиуллин Ф.Х., Имамиев А.З., Матяшин А.В., Егоров С.В. Анализ кинематики навесного устройства трактора с регулируемыми характеристиками // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – №17-2. – С. 250-259. – doi.org/10.26160/2658-3305-2022-17-250-259.

## References

1. Yeon-Soo Kim, Sang-Dae Lee, Seung-Min Baek, Seung-Yun Baek, Hyeon-Ho Jeon, Jun-Ho Lee, Md. Abu Ayub Siddique, Yong-Joo Kim, Wan-Soo Kim, Taeyong Sim, Simin Yi, Young-Soo Choi. Development of DEM-MBD coupling model for draft force prediction of agricultural tractor with plowing depth // Computers and Electronics in Agriculture. 2022, vol. 202, p. 107405. doi.org/10.1016/j.compag.2022.107405.
2. Roca J., Comellas M., Pijuan J., Nogués M. Development of an easily adaptable three-point hitch dynamometer for agricultural tractors. Analysis of the disruptive effects on the measurements // Soil and Tillage Research. 2019, vol. 194, p. 104323. doi.org/10.1016/j.still.2019.104323.
3. Petr Porteš, František Bauer, Jiří Čupera. Laboratory-experimental verification of calculation of force effects in tractor's three-point hitch acting on driving wheels // Soil and Tillage Research. 2013, vol. 128, pp. 81-90. doi.org/10.1016/j.still.2012.10.007.
4. Collins T.S. Loads in tractor linkages when transporting rear-mounted implements: Development of modelling and measurement techniques // Journal of Agricultural Engineering Research. 1991, vol. 49, pp. 165-188. doi.org/10.1016/0021-8634(91)80037-F.
5. Thompstone R.G., Cowell P.A. The influence of front linkage geometry on tractor-implement interaction // Journal of Agricultural Engineering Research. 1990, vol. 45, pp. 175-186. doi.org/10.1016/S0021-8634(05)80148-9.
6. Tseplyaev A.N., Kosulnikov R.A., Tseplyaev V.A., Matasov A.N., Poltorynkin S. S. Reducing the traction resistance of agricultural machines by minimizing its fluctuations when processing heavy loamy soils// Agroengineering. 2019, no. 2(90), pp. 14-19.
7. Gapich D.S., Fomin S.D., Shiryaeva E.V. Dynamics of movement of the elastically fixed working body of the cultivator MTA // Tractors and agricultural machines. 2017, no. 10, pp. 28-32.
8. Fomin S.D., Avramov V.I. Movement stability of a transport unit with a pneumohydraulic elastic-damping drive of the driving wheels // Mechanization and electrification of agriculture. 2004, no. 8, pp. 17-19.
9. Fomin S.D., Avramov V.I., Gapich D.S., Vorontsova E.S. Energy efficiency of the machine-tractor unit in transient conditions // Proceedings of the Moscow State Technical University MAMI. 2017, no. 1(31), pp. 2-7.
10. Khaliullin F., Matyashin A., Martyshev A., Davidov N. Method of non-disassembly diagnostics of automotive engines based on pulse functions of their systems // Engineering for Rural Developmentthis link is disabled. 2021, vol. 20, pp. 1219-1226. DOI: 10.22616/ERDev.2021.20.TF269.
11. Gabsattarov R., Konoplev Y.G., Sachenkov O.A., Egorov S.V., Lustin A.D. Defining relations of vibrations of vehicle suspension with the mass and rigidity design deviations // International Journal of Applied Engineering Research. 2015, vol. 10, no. 24, pp. 44629-44635.
12. Shekhovtsov V.V., Sokolov-Dobrev N.S., Potapov P.V. Decreasing of the Dynamic Loading of Tractor Transmission by means of Change of the Reactive Element Torsional Stiffness // International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016 Procedia Engineering. 2016, no. 150, pp. 1239-1244.
13. Shehovtsov V., Sokolov-Dobrev N., Lyashenko M., Potapov P. Influence of elements dynamic cohesiveness in power shafting on torsional vibrations spreading and dynamic equality of reducible model // Mechanika. 2014, vol. 20(2), pp. 190-196.
14. Nekhoroshev D.D., Konovalov P.V., Popov A.Yu., Nekhoroshev D.A. Features of improving the operation of the machine-tractor unit by reducing load fluctuations // Proceedings of the Nizhnevolszhsy Agro-University Complex: science and higher professional education. 2019, vol. 1, no. 53, pp. 345-351.
15. Latysheva M.A. Investigation of the influence of adjusting parameters of standard tractor attachments on the deepening ability of disk working bodies of forest unsupported tools // Actual problems of the forest complex. 2015, no. 41, pp. 173-181.
16. Ryzhykh N.E. Improvement of attachments of tractors // Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University. 2005, no. 11, pp. 20-33.

17. Posmetiev V.I., Zelikov V.A., Latysheva M.A. Rationale for choosing a device scheme for a tractor attachment mechanism when it is aggregated with disk implements // Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University. 2013, no. 94, pp. 385-394.
18. Kuznetsov N.G., Gapich D.S., Shishkin A.V. Refinement of the mathematical model for determining the rigidity of the elastic element in the towing device of heavy tractors // Proceedings of the Nizhnevolzhsky agro-university complex: science and higher professional education. 2010, no. 1, pp. 128-132.
19. Khaliullin F.Kh., Ziganshin B.G. Classification of operating conditions for power plants of machine-tractor units // Technique and equipment for the village. 2018, no. 3, pp. 27-29.
20. Egorov N.M., Khaliullin F.Kh. Vibration and noise reduction of mechanical vehicles // Rural mechanic. 2017, no. 6, pp. 46-47.
21. Khafizov K.A., Khaliullin F.Kh. Ways to improve the efficiency of using machine-tractor units // Machinery and equipment for the village. 2015, no. 10, pp. 20-22.
22. Khaliullin F.Kh., Galeev G.G., Shiryazdanov R.R. Review of software products for modeling the functioning of power plants of mobile machines // Bulletin of the Kazan State Agrarian University. 2012, vol. 7, no. 2(24), pp. 66-72.
23. Khaliullin F.Kh., Amirov A.M. Methodology for assessing the environmental performance of internal combustion engines of mobile machines under unsteady operating conditions // Bulletin of the Kazan State Agrarian University. 2011, vol. 6, no. 4(22), pp. 102-104.
24. Yakhin S.M., Khaliullin F.Kh., Imamiyev A.Z., Matyashin A.V., Egorov S.V. Analysis of the kinematics of a tractor hitch with adjustable characteristics // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 17-2, pp. 250-259. doi.org/10.26160/2658-3305-2022-17-250-259.

*Сведения об авторах:*

*Information about authors:*

<b>Халиуллин Фарит Ханафиевич</b> – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры АДиС	<b>Khaliullin Farit Hanafievich</b> – candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the Department of AD&S
<b>Яхин Сергей Мирбатович</b> – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры ОИД	<b>Yakhin Sergey Mirbatovich</b> – doctor of technical sciences, professor, professor of the Department of OIA
<b>Имаев Айрат Зиннурович</b> – аспирант	<b>Imameev Airat Zinnurovich</b> – postgraduate student
<b>Макарова Ольга Ивановна</b> – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры Тракторы, автомобили и безопасность технологических процессов	<b>Makarova Olga Ivanovna</b> – candidate of technical sciences, associate professor of the Department of tractors, automobiles and safety of technological processes
<b>Егоров Сергей Викторович</b> – доцент кафедры МИГ	<b>Egorov Sergey Viktorovich</b> – associate professor of the Department of MIG
khaliullin_kai_adis@mail.ru	

Получена 25.03.2023