

К ВОПРОСУ О ДИНАМИКЕ СЕКЦИИ МЕХАНИЗИРОВАННОЙ КРЕПИ

Князев А.С., Адамович Н.О., Макаров А.В.

Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк

Ключевые слова: секция крепи, механизированная крепь, динамика механизма крепи, кинематический анализ механизма крепи, замкнутый изменяемый контур.

Аннотация. В работе представлена кинематическая схема секции механизированной крепи, в состав которой входит замкнутый изменяемый контур. Описан принцип ее действия. Предложено сформулировать динамику секции механизированной крепи в виде уравнения Лагранжа второго рода. С целью упрощения расчетов и применения средств автоматизации, в том числе пакета MATHCAD, представлен численный метод кинематического анализа данного механизма. Для определения кинематических характеристик звеньев секции крепи с учетом движения привода в виде гидроцилиндра применен метод векторных контуров. Составлены уравнения для определения положений, угловых скоростей и ускорений звеньев, а также положений центров тяжести звеньев, скоростей и ускорений центров тяжести. Составлены уравнения кинетической энергии механизма и обобщенной силы с учетом кинематических характеристик гидроцилиндра.

ABOUT THE DYNAMICS OF POWERED SUPPORTS

Knyazev A.S., Adamovich N.O., Makarov A.V.

Siberian State Industrial University, Novokuznetsk

Keywords: powered supports, support section, dynamics of the support mechanism, kinematic analysis of the support mechanism, closed variable contour.

Abstract. In this work, a kinematic chain of the mechanism of a powered roof support section was presented. This section includes a closed variable circuit. The principle of its action is described. It is proposed to formulate the dynamics of the powered roof support section in the form of the Lagrange equation of the second kind. In order to simplify the calculations and the use of automation tools, including the MATHCAD package, a numerical method for the kinematic analysis of this mechanism is presented. To determine the kinematic characteristics of the links of the support section, taking into account the movement of the drive in the form of a hydraulic cylinder, the method of vector contours was used. Equations have been compiled to determine the positions, angular velocities and accelerations of the links, as well as the positions of the centers of gravity of the links, the velocities and accelerations of the centers of gravity. The equations of the kinetic energy of the mechanism and the generalized force are compiled taking into account the kinematic characteristics of the hydraulic cylinder

Введение

Объем угледобычи в России составляет более четырехсот миллионов тонн в год. При постоянно развивающейся отрасли актуальными остаются вопросы безопасность добычи, экологичность, уменьшение затрат, повышение производительности.

Большая доля от объема добытого угля приходится на подземную добычу с применением комплексно-механизированного забоя, в состав которого входят механизированные клетки.

Предел вынимаемой мощности пластов определен не только производительностью техники для выемки пластов, но также требованиями безопасности к механизированным крепям. В связи с этим постоянно ведутся работы по усовершенствованию оборудования, в том числе и механизированных крепей.

Материал и методы исследования

Механизированная крепь – устройство, служащее для временного поддержания призабойной части очистного пространства и сохранения выработки в безопасном состоянии. Механизированная крепь состоит из системы секций, установленных вдоль забоя. Секция крепи включает основание, верхнее перекрытие, поддерживающее породы кровли; оградительной части, защищающей рабочее пространство от обрушенной породы и

гидравлические цилиндры, необходимые для передвижения устройства, а также для выдвигания и прижатия перекрытий. Функцией секции крепи является распор гидростоек, поддержание пород кровли, снятие распора, передвижение секции. Гидростойка является основным опорным элементом, воспринимающим давление горных пород [1/

Одним из вариантов совершенствования секций механизированных крепей является использование в кинематической цепи замкнутого изменяемого контура. На рисунке 1 показана схема секции с четырехугольным замкнутым контуром [2]. Применение такого контура способствует повышению жесткости конструкции и более эффективному распределению энергетических потоков [3].

В подпоршневую полость гидродомкрата 1 поступает рабочая жидкость, которая, перемещая шток 2, приводит в движение звено поддержки 3. Под воздействием звена 3 и силы сопротивления кровли меняет положение шатун 4. В силу закрепления коромысла 6 на шатуне 4 и на звене ограждения 5, опираясь на опору через второе коромысло 7, секция механизированной крепи приводится в рабочее состояние.

Величина приведенной массы секции достаточно велика, что приводит к появлению динамических нагрузок и возникновению колебательных возмущений в гидроцилиндре и гидромагистральных. Динамические напряжения в звеньях приводят к снижению надежности всей машины. Возможные гидравлические удары снижают долговечность гидроаппаратуры и могут привести к выходу оборудования из строя.

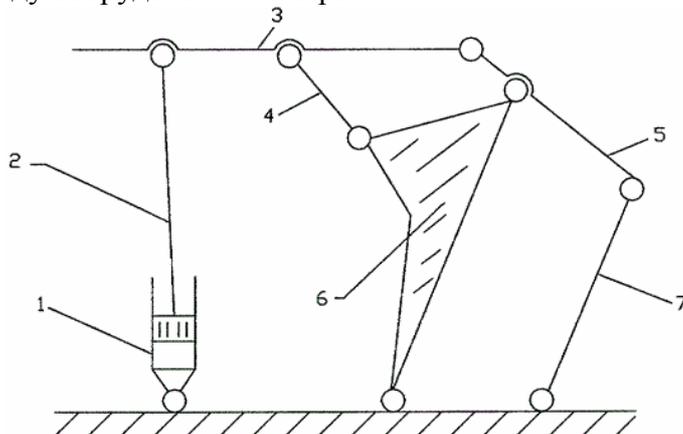


Рис. 1. Кинематическая схема крепи

Целью работы является исследование динамики секции механизированной крепи с подвижным изменяемым контуром.

Для рассмотрения динамики составляется уравнение движения механизма клетки с гидроприводом, имеющего одну степень подвижности. Жидкость в гидроцилиндре принимается несжимаемой, все звенья жесткими. Уравнение движения представляется в форме уравнения Лагранжа второго рода [4, стр. 145]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} = Q, \quad (1)$$

где q – обобщенная координата, определяющая положение входного звена, T – кинетическая энергия, Q – обобщенная сила.

Для определения кинетической энергии и обобщенной силы необходимо определить положение, скорости и ускорения звеньев механизма и характерных его точек, т.е. провести кинематический анализ.

Результаты

Ведущим звеном механизма является гидроцилиндр, перемещение штока которого определяет положение всех звеньев. Соответственно скорости всех точек и угловые скорости всех звеньев определяются относительной скоростью штока в гидроцилиндре.

Относительная скорость поршня в гидроцилиндре V_{21} определяется по формуле:

$$V_{21} = Q/A,$$

где Q – количество подаваемой жидкости в единицу времени, A – площадь поперечного сечения поршня.

Кроме относительного поступательного движения штока вместе с цилиндром совершает вращательное движение.

Примем в качестве обобщенной координаты перемещение штока S , соответственно обобщенной скоростью \dot{q} является скорость штока V_{21} . В системе с одной степенью свободы перемещения всех точек могут быть представлены как функции от обобщенной координаты

$$q: V_i = \frac{dr}{dq} \dot{q}.$$

Кинематический анализ секции крепи сходных конструкций графо-аналитическим способом был рассмотрен в работах [5, 6]. Обратимся к аналитическому методу исследования кинематики, позволяющему воспользоваться преимуществами современного математического аппарата с любой степенью точности. Определим кинематические параметры механизма секции крепи.

Вариантом решения задачи является применение метода векторных контуров [7, стр. 113].

Положение звеньев механизма (рис. 2) описывается следующей системой

$$\begin{cases} \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DF} + \overline{FH} = \overline{AH}, \\ \overline{HF} + \overline{FD} + \overline{DE} + \overline{EI} + \overline{IK} = \overline{HK}, \\ \overline{AC} + \overline{CE} + \overline{EI} + \overline{IK} = \overline{AK}. \end{cases}$$

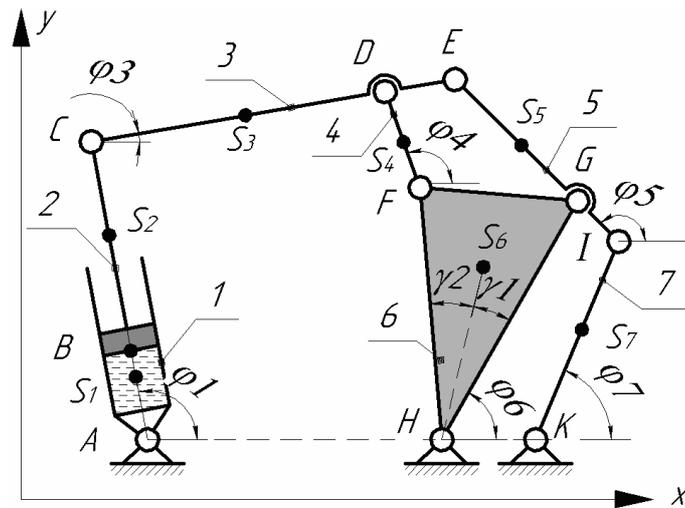


Рис. 2. Схема механизма для кинематического анализа

Проекция системы векторных контуров на координатные оси

$$\begin{cases} (l_{AB} + l_{BC}) \cdot \cos(\varphi_1) + l_{CD} \cdot \cos(\varphi_3) - l_{DF} \cdot \cos(\varphi_4) - l_{FH} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) = l_{AH}, \\ (l_{AB} + l_{BC}) \cdot \sin(\varphi_1) + l_{CD} \cdot \sin(\varphi_3) - l_{DF} \cdot \sin(\varphi_4) - l_{FH} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) = 0, \\ l_{HF} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) + l_{DF} \cdot \cos(\varphi_4) + l_{DE} \cdot \cos(\varphi_3) - l_{EI} \cdot \cos(\varphi_5) - l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) = l_{HK}, \\ l_{HF} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) + l_{DF} \cdot \sin(\varphi_4) + l_{DE} \cdot \sin(\varphi_3) - l_{EI} \cdot \sin(\varphi_5) - l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) = 0, \\ (l_{AB} + l_{BC}) \cdot \cos(\varphi_1) + l_{CE} \cdot \cos(\varphi_3) - l_{EI} \cdot \cos(\varphi_5) - l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) = l_{AK}, \\ (l_{AB} + l_{BC}) \cdot \sin(\varphi_1) + l_{CE} \cdot \sin(\varphi_3) - l_{EI} \cdot \sin(\varphi_5) - l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Координаты центров масс звеньев определяются из уравнений

$$\begin{aligned} x_{S1} &= l_{AS1} \cdot \cos(\varphi_1); & y_{S1} &= l_{AS1} \cdot \sin(\varphi_1); \\ x_{S2} &= (l_{AB} + l_{BS2}) \cdot \cos(\varphi_1); & y_{S2} &= (l_{AB} + l_{BS2}) \cdot \sin(\varphi_1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{S3} &= (l_{AB} + l_{BC}) \cdot \cos(\varphi_1) + l_{CS3} \cdot \cos(\varphi_3); & y_{S3} &= (l_{AB} + l_{BC}) \cdot \sin(\varphi_1) + l_{CS3} \cdot \sin(\varphi_3); \\
x_{S4} &= l_{AH} + l_{FH} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) + l_{FS4} \cdot \cos(\varphi_4); \\
y_{S4} &= l_{FH} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) + l_{FS4} \cdot \sin(\varphi_4); \\
x_{S5} &= l_{AK} + l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) + l_{IS5} \cdot \cos(\varphi_5); & y_{S5} &= l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) + l_{IS5} \cdot \sin(\varphi_5); \\
x_{S6} &= l_{AH} + l_{HS6} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1); & y_{S6} &= l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) + l_{IS5} \cdot \sin(\varphi_5); \\
y_{S6} &= l_{HS6} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1); & x_{S7} &= l_{AK} + l_{KS7} \cdot \cos(\varphi_7); & y_{S7} &= l_{KS7} \cdot \sin(\varphi_7).
\end{aligned}$$

Производная по времени системы уравнений (1) приводит к системе уравнений, определяющих угловые скорости звеньев с учетом скорости ведущего звена (штока в гидроцилиндре) V_{21}

$$\left\{ \begin{aligned}
& -l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + V_{21} \cdot \cos(\varphi_1) - l_{BC} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - l_{CD} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 + \\
& \quad + l_{DF} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4 + l_{FH} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6 = 0, \\
& l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + V_{21} \cdot \sin(\varphi_1) + l_{BC} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + l_{CD} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 - \\
& \quad - l_{DF} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4 - l_{FH} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6 = 0, \\
& -l_{HF} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6 - l_{DF} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4 - l_{DE} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 + \\
& \quad + l_{EI} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5 + l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7 = 0, \\
& l_{HF} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6 + l_{DF} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4 + l_{DE} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 - \\
& \quad - l_{EI} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5 - l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7 = 0, \\
& -l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + V_{21} \cdot \cos(\varphi_1) - l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - l_{CE} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 + \\
& \quad + l_{EI} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5 + l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7 = 0, \\
& l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + V_{21} \cdot \sin(\varphi_1) + l_{BC} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + l_{CE} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 - \\
& \quad - l_{EI} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5 - l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7 = 0.
\end{aligned} \right. \quad (2)$$

Производная уравнений координат центров масс звеньев по времени определит уравнения проекций скоростей центров масс звеньев:

$$\begin{aligned}
V_{xS1} &= -l_{AS1} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1; & V_{yS1} &= l_{AS1} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1; \\
V_{xS2} &= -l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + v_{21} \cdot \cos(\varphi_1) - l_{BS2} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1; \\
V_{yS2} &= l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + v_{21} \cdot \sin(\varphi_1) + l_{BC} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1; \\
V_{xS3} &= -l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + v_{21} \cdot \cos(\varphi_1) - l_{BC} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - l_{CS3} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3; \\
V_{yS3} &= l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + v_{21} \cdot \sin(\varphi_1) + l_{BC} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + l_{CS3} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3; \\
V_{xS4} &= -l_{FH} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6 - l_{FS4} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4; \\
V_{yS4} &= l_{FH} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6 + l_{FS4} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4; \\
V_{xS5} &= -l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7 + l_{IS5} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5; & V_{yS5} &= l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7 + l_{IS5} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5; \\
V_{xS6} &= -l_{HS6} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1) \cdot \dot{\varphi}_6; & V_{yS6} &= l_{HS6} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1) \cdot \dot{\varphi}_6; \\
V_{xS7} &= -l_{KS7} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7; & \varphi_{7yS7} &= l_{KS7} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7.
\end{aligned}$$

Вторая производная по времени системы уравнений (1) позволит определить систему уравнений, определяющих угловые ускорения звеньев с учетом скорости и ускорения ведущего звена (V_{21} и a_{21}):

$$\begin{aligned}
& -l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 - l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 + a_{21} \cdot \cos(\varphi_1) - V_{21} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - V_{21} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - \\
& \quad - l_{BC} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 - l_{BC} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 - l_{CD} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 - l_{CD} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3 + \\
& \quad + l_{DF} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 + l_{DF} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4 + l_{FH} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6^2 + \\
& \quad + l_{FH} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \ddot{\varphi}_6 = 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 + a_{21} \cdot \sin(\varphi_1) - v_{21} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + v_{21} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - \\
& -l_{BC} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{BC} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 - l_{CD} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 + l_{CD} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3 + \\
& + l_{DF} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 - l_{DF} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4 + l_{FH} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6^2 - \\
& - l_{FH} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \ddot{\varphi}_6 = 0, \\
& -l_{HF} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6^2 - l_{HF} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \ddot{\varphi}_6 - l_{DF} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 - \\
& - l_{DF} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4 - l_{DE} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 - l_{DE} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3 + l_{EI} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5^2 + \\
& + l_{EI} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \ddot{\varphi}_5 + l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7^2 + l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \ddot{\varphi}_7 = 0, \\
& -l_{HF} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6^2 + l_{HF} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \ddot{\varphi}_6 - l_{DF} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 + \\
& + l_{DF} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4 - l_{DE} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 + l_{DE} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3 + l_{EI} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5^2 - \\
& - l_{EI} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \ddot{\varphi}_5 + l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7^2 - l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \ddot{\varphi}_7 = 0, \\
& -l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 - l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 + a_{21} \cdot \cos(\varphi_1) - v_{21} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 - \\
& - l_{BC} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 - l_{CE} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 - l_{CE} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3 + l_{EI} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5^2 \\
& + l_{EI} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \ddot{\varphi}_5 + l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7^2 + l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \ddot{\varphi}_7 = 0, \\
& -l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 + a_{21} \cdot \sin(\varphi_1) + V_{21} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 + V_{21} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - \\
& - l_{BC} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{BC} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 - l_{CE} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 + l_{CE} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3 + \\
& + l_{EI} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5^2 - l_{EI} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \ddot{\varphi}_5 + l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7^2 - l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \ddot{\varphi}_7 = 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Уравнения ускорений центров масс как результат дифференцирование по времени уравнений проекций скоростей:

$$\begin{aligned}
a_{xS1} &= -l_{AS1} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 - l_{AS1} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1; \\
a_{yS1} &= -l_{AS1} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{AS1} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1; \\
a_{xS2} &= -l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 - l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 + a_{21} \cdot \cos(\varphi_1) - v_{21} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - l_{BS2} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1; \\
a_{yS2} &= -l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 + a_{21} \cdot \sin(\varphi_1) + v_{21} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - \\
& - l_{BS2} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{BS2} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1; \\
a_{xS3} &= -l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 - l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 + a_{21} \cdot \cos(\varphi_1) - v_{21} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - \\
& - l_{BC} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 - l_{CS3} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 - l_{CS3} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3; \\
a_{yS3} &= -l_{AB} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{AB} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 + a_{21} \cdot \sin(\varphi_1) + v_{21} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1 - \\
& - l_{BC} \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \dot{\varphi}_1^2 + l_{BC} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \ddot{\varphi}_1 - l_{CS3} \cdot \sin(\varphi_3) \cdot \dot{\varphi}_3^2 + l_{CS3} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \ddot{\varphi}_3; \\
a_{xS4} &= -l_{FH} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6^2 - l_{FH} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \ddot{\varphi}_6 - \\
& - l_{FS4} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 - l_{FS4} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4, \\
a_{yS4} &= -l_{FH} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \dot{\varphi}_6^2 + l_{FH} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1 + \gamma_2) \cdot \ddot{\varphi}_6 - \\
& - l_{FS4} \cdot \sin(\varphi_4) \cdot \dot{\varphi}_4^2 + l_{FS4} \cdot \cos(\varphi_4) \cdot \ddot{\varphi}_4, \\
a_{xS5} &= -l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7^2 - l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \ddot{\varphi}_7 + l_{IS5} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5^2 + l_{IS5} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \ddot{\varphi}_5; \\
a_{yS5} &= -l_{IK} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7^2 + l_{IK} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \ddot{\varphi}_7 - l_{IS5} \cdot \sin(\varphi_5) \cdot \dot{\varphi}_5^2 + l_{IS5} \cdot \cos(\varphi_5) \cdot \ddot{\varphi}_5; \\
a_{xS6} &= -l_{HS6} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1) \cdot \dot{\varphi}_6^2 - l_{HS6} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1) \cdot \ddot{\varphi}_6; \\
a_{yS6} &= -l_{HS6} \cdot \sin(\varphi_6 + \gamma_1) \cdot \dot{\varphi}_6^2 + l_{HS6} \cdot \cos(\varphi_6 + \gamma_1) \cdot \ddot{\varphi}_6;
\end{aligned}$$

$$a_{x_{S7}} = -l_{KS7} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7^2 - l_{KS7} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \ddot{\varphi}_7;$$

$$a_{y_{S7}} = -l_{KS7} \cdot \sin(\varphi_7) \cdot \dot{\varphi}_7^2 + l_{KS7} \cdot \cos(\varphi_7) \cdot \ddot{\varphi}_7.$$

Одним из методов решения систем уравнений (1)-(3) для определения значений углов, угловых скоростей и ускорений является численный метод, а именно метод последовательных приближений [8].

Данный метод используется при решении нелинейных систем уравнений в программе MATHCAD, когда для заданных значений длин звеньев, положений ведущего звена, положения опор задаются начальные приближенные значения искомых характеристик. Решение системы нелинейных уравнений осуществляется с помощью процедуры Given-Find. [9, 10].

Определим кинетическую энергию механизма крепи (рис. 2) как сумму кинетических энергий его звеньев, учитывая, что $\omega_2 = \omega_1$:

$$T = \sum T_i = \frac{m_1 V_{S1}^2}{2} + \frac{I_{S1} \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 V_{S2}^2}{2} + \frac{I_{S2} \omega_1^2}{2} + \frac{m_3 V_{S3}^2}{2} + \frac{I_{S3} \omega_3^2}{2} + \frac{m_4 V_{S4}^2}{2} + \frac{I_{S4} \omega_4^2}{2} + \frac{m_5 V_{S5}^2}{2} + \frac{I_{S5} \omega_5^2}{2} + \frac{m_6 V_{S6}^2}{2} + \frac{I_{S6} \omega_6^2}{2} + \frac{m_7 V_{S7}^2}{2} + \frac{I_{S7} \omega_7^2}{2}.$$

Поскольку

$$V_{S1}^2 = \left[\left(\frac{dx_{S1}}{dq} \right)^2 + \left(\frac{dy_{S1}}{dq} \right)^2 \right] \dot{q}^2 = \left(\frac{dr_{S1}}{dS} \right)^2 V_{21}^2; \quad \omega_i^2 = \dot{\varphi}_i^2 = \left(\frac{d\varphi_i}{dq} \right)^2 \dot{q}^2 = \left(\frac{d\varphi_i}{dS} \right)^2 V_{21}^2,$$

то для определения кинетической энергии механизма получим выражение:

$$\begin{aligned} T = \frac{1}{2} V_{21}^2 & \left[m_1 \left(\frac{dr_{S1}}{dS} \right)^2 + I_{S1} \left(\frac{d\varphi_1}{dS} \right)^2 + m_2 \left(\frac{dr_{S2}}{dS} \right)^2 + I_{S2} \left(\frac{d\varphi_1}{dS} \right)^2 + m_3 \left(\frac{dr_{S3}}{dS} \right)^2 + \right. \\ & + I_{S3} \left(\frac{d\varphi_3}{dS} \right)^2 + m_4 \left(\frac{dr_{S4}}{dS} \right)^2 + I_{S4} \left(\frac{d\varphi_4}{dS} \right)^2 + m_5 \left(\frac{dr_{S5}}{dS} \right)^2 + I_{S5} \left(\frac{d\varphi_5}{dS} \right)^2 + m_6 \left(\frac{dr_{S6}}{dS} \right)^2 + I_{S6} \left(\frac{d\varphi_6}{dS} \right)^2 + \\ & \left. + m_7 \left(\frac{dr_{S7}}{dS} \right)^2 + I_{S7} \left(\frac{d\varphi_7}{dS} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} V_{21}^2 \left[m_1 \left(\frac{dx_{S1}}{dS} \right)^2 + m_1 \left(\frac{dy_{S1}}{dS} \right)^2 + I_{S1} \left(\frac{d\varphi_1}{dS} \right)^2 + m_2 \left(\frac{dx_{S2}}{dS} \right)^2 + \right. \\ & + m_2 \left(\frac{dy_{S2}}{dS} \right)^2 + I_{S2} \left(\frac{d\varphi_1}{dS} \right)^2 + m_3 \left(\frac{dx_{S3}}{dS} \right)^2 + m_3 \left(\frac{dy_{S3}}{dS} \right)^2 + I_{S3} \left(\frac{d\varphi_3}{dS} \right)^2 + m_4 \left(\frac{dx_{S4}}{dS} \right)^2 + m_4 \left(\frac{dy_{S4}}{dS} \right)^2 + \\ & + I_{S4} \left(\frac{d\varphi_4}{dS} \right)^2 + m_5 \left(\frac{dx_{S5}}{dS} \right)^2 + m_5 \left(\frac{dy_{S5}}{dS} \right)^2 + I_{S5} \left(\frac{d\varphi_5}{dS} \right)^2 + m_6 \left(\frac{dx_{S6}}{dS} \right)^2 + m_6 \left(\frac{dy_{S6}}{dS} \right)^2 + I_{S6} \left(\frac{d\varphi_6}{dS} \right)^2 + \\ & \left. + m_7 \left(\frac{dx_{S7}}{dS} \right)^2 + m_7 \left(\frac{dy_{S7}}{dS} \right)^2 + I_{S7} \left(\frac{d\varphi_7}{dS} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} V_{21}^2 m_n(S). \end{aligned}$$

Или

$$\begin{aligned} T = \frac{1}{2} V_{21}^2 & \left[m_1 \left(\frac{V_{xS1}}{V_{21}} \right)^2 + m_1 \left(\frac{V_{yS1}}{V_{21}} \right)^2 + I_{S1} \left(\frac{\dot{\varphi}_1}{V_{21}} \right)^2 + m_2 \left(\frac{V_{xS2}}{V_{21}} \right)^2 + m_2 \left(\frac{V_{yS2}}{V_{21}} \right)^2 + \right. \\ & + I_{S2} \left(\frac{\dot{\varphi}_1}{V_{21}} \right)^2 + m_3 \left(\frac{V_{xS3}}{V_{21}} \right)^2 + m_3 \left(\frac{V_{yS3}}{V_{21}} \right)^2 + I_{S3} \left(\frac{\dot{\varphi}_3}{V_{21}} \right)^2 + m_4 \left(\frac{V_{xS4}}{V_{21}} \right)^2 + m_4 \left(\frac{V_{yS4}}{V_{21}} \right)^2 + \\ & + I_{S4} \left(\frac{\dot{\varphi}_4}{V_{21}} \right)^2 + m_5 \left(\frac{V_{xS5}}{V_{21}} \right)^2 + m_5 \left(\frac{V_{yS5}}{V_{21}} \right)^2 + I_{S5} \left(\frac{\dot{\varphi}_5}{V_{21}} \right)^2 + m_6 \left(\frac{V_{xS6}}{V_{21}} \right)^2 + m_6 \left(\frac{V_{yS6}}{V_{21}} \right)^2 + \\ & \left. + I_{S6} \left(\frac{\dot{\varphi}_6}{V_{21}} \right)^2 + m_7 \left(\frac{V_{xS7}}{V_{21}} \right)^2 + m_7 \left(\frac{V_{yS7}}{V_{21}} \right)^2 + I_{S7} \left(\frac{\dot{\varphi}_7}{V_{21}} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} V_{21}^2 \cdot m_n(S). \end{aligned}$$

Приведенная масса m_n зависит от положения механизма, т.е. является функцией перемещения штока цилиндра S , и не зависит от скоростей точек механизма, поскольку увеличение скоростей точек и угловых скоростей звеньев пропорционально увеличению скорости штока.

Частные производные кинетической энергии по обобщенной координате (4) и обобщенной скорости (5):

$$\frac{\partial T}{\partial q} = \frac{1}{2} V_{21}^2 \cdot \frac{dm_n(S)}{dS}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = m_n(S) \cdot V_{21}. \quad (5)$$

Дифференцирование по времени выражения (4) определяет первую составляющую часть уравнения Лагранжа (5)

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = m_n(S) \cdot a_{21}.$$

Так как приведенная масса является функцией перемещения $m_n(S)$, то и ее производная $\frac{dm_n(S)}{dS}$ так же является функцией перемещения $\frac{dm_n(S)}{dS}(S)$.

Рассмотрим определение функции $\frac{dm_n(S)}{dS}(S)$ по найденным аналитическим зависимостям. Пусть обобщенная скорость – скорость штока $V_{21} = 1$ м/с, тогда

$$\frac{dm_n}{dS} = \frac{dm_n}{dt} \frac{1}{V_{21}} = \frac{dm_n}{dt}.$$

Продифференцируем выражение m_n по времени

$$\begin{aligned} \frac{dm_n}{dS} &= 2m_1 \left(V_{xS1} \frac{dV_{xS1}}{dt} + V_{yS1} \frac{dV_{yS1}}{dt} \right) + 2I_{S1} \omega_1 \frac{d\omega_1}{dt} + 2m_2 \left(V_{xS2} \frac{dV_{xS2}}{dt} + V_{yS2} \frac{dV_{yS2}}{dt} \right) + \\ &+ 2I_{S2} \omega_1 \frac{d\omega_1}{dt} + 2m_3 \left(V_{xS3} \frac{dV_{xS3}}{dt} + V_{yS3} \frac{dV_{yS3}}{dt} \right) + 2I_{S3} \omega_3 \frac{d\omega_3}{dt} + 2m_4 \left(V_{xS4} \frac{dV_{xS4}}{dt} + \right. \\ &+ \left. V_{yS4} \frac{dV_{yS4}}{dt} \right) + 2I_{S4} \omega_4 \frac{d\omega_4}{dt} + 2m_5 \left(V_{xS5} \frac{dV_{xS5}}{dt} + V_{yS5} \frac{dV_{yS5}}{dt} \right) + 2I_{S5} \omega_5 \frac{d\omega_5}{dt} + \\ &+ 2m_6 \left(V_{xS6} \frac{dV_{xS6}}{dt} + V_{yS6} \frac{dV_{yS6}}{dt} \right) + 2I_{S6} \omega_6 \frac{d\omega_6}{dt} + 2m_7 \left(V_{xS7} \frac{dV_{xS7}}{dt} + V_{yS7} \frac{dV_{yS7}}{dt} \right) + 2I_{S7} \omega_7 \frac{d\omega_7}{dt} = \\ &= 2m_1 (V_{xS1} a_{xS1} + V_{yS1} a_{yS1}) + 2I_{S1} \omega_1 \varepsilon_1 + 2m_2 (V_{xS1} a_{xS1} + V_{yS1} a_{yS1}) + 2I_{S2} \omega_1 \varepsilon_1 + \\ &+ 2m_3 (V_{xS3} a_{xS3} + V_{yS3} a_{yS3}) + 2I_{S3} \omega_3 \varepsilon_3 + 2m_4 (V_{xS4} a_{xS4} + V_{yS4} a_{yS4}) + 2I_{S4} \omega_4 \varepsilon_4 + \\ &+ 2m_5 (V_{xS5} a_{xS5} + V_{yS5} a_{yS5}) + 2I_{S5} \omega_5 \varepsilon_5 + 2m_6 (V_{xS6} a_{xS6} + V_{yS6} a_{yS6}) + 2I_{S6} \omega_6 \varepsilon_6 + \\ &+ 2m_7 (V_{xS7} a_{xS7} + V_{yS7} a_{yS7}) + 2I_{S7} \omega_7 \varepsilon_7. \end{aligned}$$

Для составления уравнения движения в форме уравнения Лагранжа второго рода необходимо определить обобщенную силу Q , соответствующую всем активным силам. К активным силам, действующим в механизме, относятся: движущие силы, силы полезного сопротивления, силы тяжести звеньев. Силой полезного сопротивления для крепи является распределенная по площади звена 3 нагрузка от удерживаемой горной породы, которую мы заменим сосредоточенной силой F_C . Движущая сила – сила $F_{цил}$, создаваемая на штоке гидроцилиндра. Силами инерции пренебрегаем.

Работа всех активных сил (рис. 3) на возможном перемещении механической системы из заданного положения:

$$\delta A = \sum F_i \cdot \delta r_i = \sum \left(F_i \frac{dr_i}{dq} \right) \cdot \delta q.$$

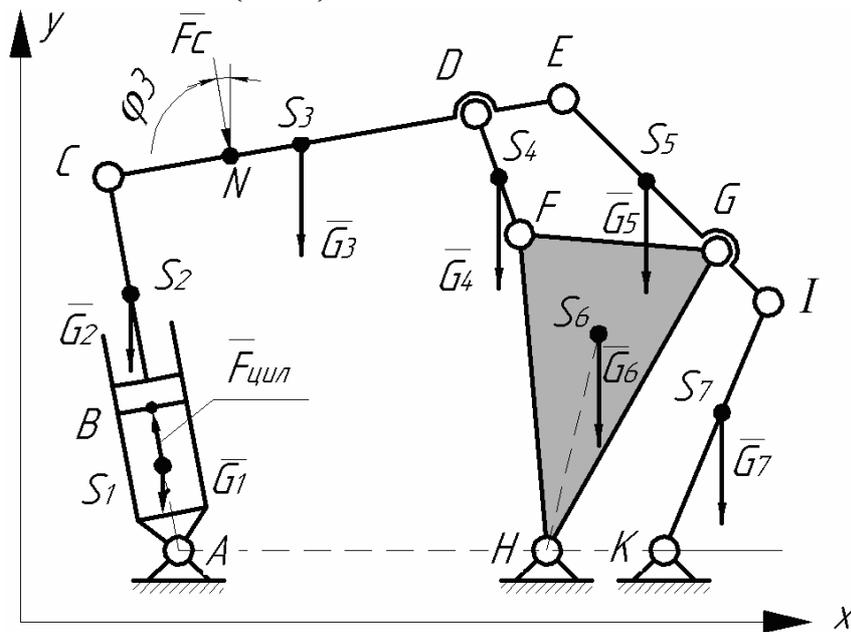


Рис. 3. Схема для определения обобщенной силы

Следовательно, обобщенная сила

$$Q = \frac{\delta A}{\delta q} = \sum F_i \frac{dr_i}{dq} = \sum \left(F_{ix} \frac{dx_i}{dq} + F_{iy} \frac{dy_i}{dq} \right).$$

Для рассматриваемого механизма крeпи обобщенная сила

$$Q = \frac{1}{\dot{q}} \sum (-G_i \dot{y}_{si} - F_{cx} \dot{x}_N - F_{cy} \dot{y}_N + F_{гидр} \cdot \dot{q}),$$

где \dot{y}_{si} – проекции на ось Y скоростей центров тяжести звеньев; \dot{x}_N и \dot{y}_N – проекции на соответствующие оси скорости точек N – точки приложения силы сопротивления.

Используя рассмотренный метод кинематического анализа, определим величину проекций скоростей точек приложения активных сил на оси X и Y . В результате обобщенная сила механизма крeпи будет определена следующим образом:

$$Q = -F_{гидр} + \frac{1}{V_{21}} (-G_1 V_{yS1} - G_2 V_{yS2} - G_3 V_{yS3} - G_4 V_{yS4} - G_5 V_{yS5} - G_6 V_{yS6} - G_7 V_{yS7} + F_{xc} V_{xN} + F_{yc} V_{yN}).$$

Учитываем статическую характеристику, пренебрегая инерционностью, определяемой сжимаемостью рабочей жидкости. В этом случае $F_{гидр} = f(U)$, где U – входной параметр цилиндра (положение золотника) и обобщенная сила является функцией q и \dot{q} : $Q = Q(q; \dot{q})$.

Подставив выражения для кинетической энергии и обобщенной силы в уравнение (1), получим уравнение движения механизма. Применение матричного преобразования позволит получить удобную для решения форму уравнения движения, в том числе с использованием автоматизированной системы MATHCAD.

Заключение

В работе представлен способ проведения кинематического анализа сложной конструкции секции механизированной крeпи с изменяемым замкнутым контуром. Оценка динамики основывается на применении уравнения Лагранжа второго рода. Для формирования уравнения Лагранжа составлены уравнения кинетической энергии всего механизма, приведенной массы и обобщенной силы с учетом кинематических характеристик приводного звена – гидроцилиндра. Таким образом, авторами работы решен вопрос формирования дифференциального уравнения движения механической системы.

Список литературы

1. Хорин В.Н. Расчет и конструирование механизированных крепей. – М.: Недра, 1988. – 255 с.
2. Патент №2303699 РФ. Секция механизированной крепи / Дворников Л.Т., Князев А.С., Стариков С.П. – Заявка №2005141748 от 30.12.2005; опубл. 27.07.2007, Бюл. №21.
3. Воробьев Н.С. Механизмы с замкнутым энергетическим потоком. – Львов: Вища школа, 1983. – 144 с.
4. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1979. – 576с.
5. Адамович Н.О., Куклин С.А., Купцов Н.В. К вопросу о кинематическом исследовании секции механизированной крепи // Наукосфера. – 2021. – №4(1). – С.132-137.
6. Князев А.С., Дворников Л.Т. Исследование кинематики секций шахтных механизированных крепей // МашиноСтроение. – 2008. – №18. – С. 139-148.
7. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учеб, для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
8. Волков Е.А. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
9. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: учеб. пособие / Под ред. Г.А. Тимофеева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. – 169 с.
10. Бертяев В. Теоретическая механика на базе Mathcad. Практикум. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.

References

1. Khorin V.N. Calculation and design of mechanized supports. – M.: Nedra, 1988. – 255 p.
2. Patent No. 2303699 RU. Section of powered support / L.T. Dvornikov, A.S. Knyazev, S.P. Starikov. – Appl. No. 2005141748 from 30.12.2005; publ. 27.07.2007, Bull. No. 21.
3. Vorobyov N.S. Mechanisms with a closed energy flow. – Lvov: Higher school, 1983. –144 p.
4. Levitsky N.I. Theory of mechanisms and machines. – M.: Science, 1979.- 576 p.
5. Adamovich N.O., Kuklin S.A., Kuptsov N.V. To the question of the kinematic study of the powered roof support section // Naukosphere. 2021, vol. 1, no. 4, pp. 132-137.
6. Knyazev A.S., Dvornikov L.T. Study of the kinematics of sections of mine powered roof supports // Mechanical Engineering. 2008, no. 18, pp. 139-148.
7. Artobolevsky I.I. Theory of mechanisms and machines: Textbook. – 4th ed., revised and additional. – M.: Science, 1988. – 640 p.
8. Volkov E.A. Numerical Methods: Textbook. – 2nd ed., revised and additional. – M.: Science, 1987. – 248 p.
9. Theory of mechanisms and machines. Course design: textbook / Edited by G.A. Timofeev. – 2nd ed., revised and additional. – M.: Publ. house of MSTU n.a. N.E. Bauman, 2012. – 169 p.
10. Bertyaev V. Theoretical mechanics based on Mathcad. Workshop. – SPb.: BHV-Petersburg, 2005. – 752 p.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Князев Антон Сергеевич – старший преподаватель	Knyazev Anton Sergeevich – senior lecturer
Адамович Наталья Олеговна – кандидат технических наук, доцент, доцент	Adamovich Natalya Olegovna – candidate of technical sciences, associate professor
Макаров Алексей Владимирович – кандидат технических наук, доцент	Makarov Aleksey Vladimirovich – candidate of technical sciences, associate professor
alex_vlad_makarov@mail.ru	

Получена 07.04.2023