

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ВОЛЧКА ТОМПСОНА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ПОТЕНЦИОМЕТРАХ

*Андреев А.И., Чанчиков В.А., Славин Б.М., Перекрестов А.П., Козлова И.А.
Астраханский государственный технический университет, Астрахань*

Ключевые слова: волчок Томпсона, прецессия волчка, движение центра масс, потенциальная энергия, динамика волчка.

Аннотация. В работе раскрываются основные энергетические зависимости прецессии волчка Томпсона, прежде всего, динамика кинетической и потенциальной энергий. Для этого разработан и проведён эксперимент, заключающийся во вращении и прецессии волчка Томпсона на поверхностях с разной шероховатостью. В ходе эксперимента отслеживалось изменение угловой скорости, что позволяет сказать о нелинейности изменения кинетической и потенциальной энергий. Был также рассмотрен вопрос влияния трения как на падение кинетической энергии, так и на создания момента прецессии. Анализ эксперимента показывает возможность использования волчка Томпсона в методах измерения ускорения свободного падения, как одного из главных составляющих потенциальной энергии. На базе этого предложена методика использования исследуемого тела вращения в конструкции потенциометра.

INVESTIGATION OF THE DYNAMICS OF THE POTENTIAL ENERGY OF THE THOMPSON TOP AND ITS APPLICATION IN POTENTIOMETERS

*Andreev A.I., Chanchikov V.A., Slavin B.M., Perekrestov A.P., Kozlova I.A.
Astrakhan State Technical University, Astrakhan*

Keywords: Thompson's top, top precession, movement of the center of mass, potential energy, top dynamics.

Abstract. The paper reveals the main energy dependences of the precession of the Thompson top, first of all, the dynamics of kinetic and potential energies. For this, an experiment was developed and carried out, which consists in the rotation and precession of the Thompson top on surfaces with different roughness. During the experiment, the change in the angular velocity was monitored, which allows us to say about the nonlinearity of the change in the kinetic and potential energy. The question of the influence of friction both on the fall of kinetic energy and on the creation of the precession moment was also considered. An analysis of the experiment shows the possibility of using the Thompson top in methods for measuring the acceleration of free fall, as one of the main components of potential energy. Based on this, a technique for using the investigated body of revolution in the design of a potentiometer is proposed.

Введение

Исследование китайского волчка является интереснейшей областью изучения динамики вращательного движения и гироскопических эффектов. Самый простой вариант китайской волчка – динамически симметричный неоднородный шар, центр масс которого лежит на оси динамической симметрии, но не совпадает с его геометрическим центром. Исследование процесса прецессии и вращения этого тела неизменно сводится к изучению изменения его кинетической и потенциальной энергий. В работе [1] полная энергия волчка Томпсона приводится как разность энергий, складываемая из кинетической и потенциальной энергии на примере симметричного шара:

$$H = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(J\omega, \omega) - mg(r, \gamma) \leq h, \quad (1)$$

$$\dot{H} = (F, u) + (M, \omega) \leq 0, \quad (2)$$

где m – масса волчка, v – скорость центра масс шара, g – ускорение свободного падения, J – момент инерции, ω – угловая скорость, r – радиус-вектор точки контакта шара и опорной плоскости, γ – единичный вектор восходящей вертикали, F – сила трения, M – момент трения, u – скорость скольжения, h – расстояние от центра масс до точки опоры.

В данной работе учитывается тот вариант, при котором тело совершает параллельное движение. Однако наибольший интерес представляет процесс, когда волчок вращается и совершает прецессию на месте, и потенциальная энергия изменяется только за счёт кинетической энергии вращательного движения. При этом прецессия совершается, только если угловая скорость вращения достаточна. Если не учитывать влияние трения, то эта скорость прецессии волчка Томпсона качественно приведена в работах [2, 3]:

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{(h-r)mg}{\frac{J_x r}{h} \cdot \left(\frac{J_z}{J_x} - \frac{r}{h}\right)}}, \quad (3)$$

где J_x – момент инерции относительно экваториальной оси, J_z – момент инерции относительно вертикальной оси симметрии, r – радиус кривизны сферической части волчка, $\omega_{кр}$ – критическая угловая скорость вращения волчка, h – расстояние от центра масс до точки опоры, m – масса волчка.

Очень важным является то, что изменение энергии и, следовательно, динамику вращения можно смоделировать, отталкиваясь только от изменения потенциальной энергии, которое можно отследить только по подъёму центра тяжести с начальной высоты прецессии до полного подъёма волчка на ножку:

$$U = mg(z_2 - z_1), \quad (4)$$

где z_1, z_2 – начальное и конечное положения центра тяжести.

Конечно, эта формула позволяет рассчитать только часть прецессии, относящуюся к подъёму на ножку и являющуюся наиболее сложной и определяющей весь процесс.

Это соотносится с тем, что в общем случае отклонение китайского волчка от симметрии и подъём его центра тяжести объясняется возникновением момента силы от силы трения, являющейся в данном случае силой, отклоняющей тело от состояния устойчивого равновесия. Так как центр масс находится выше точки опоры, то возникающий от трения момент силы стремится поднять центр тяжести [4, 5]:

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}_{мп}], \quad (5)$$

где $\vec{F}_{мп}$ – сила трения, \vec{r} – радиус вектор (расстояние) до центра тяжести волчка от точки касания.

Как видно из приведённых формул энергии, на процесс прецессии влияет сила трения и сила тяжести, потому на базе данного явления может быть также разработан потенциометр. Ранее проведённые исследования показали возможность такого подхода [6].

Актуальность данной работы заключается в исследовании изменения потенциальной энергии, при прецессии волчка Томпсона и экспериментальном исследовании её динамики, а также применение полученных результатов для прикладных разработок потенциометров.

Новизна работы заключается в получении теоретических и экспериментальных данных по динамике волчка Томпсона в зависимости от угловой скорости, и разработке модели потенциометра.

Материалы и методы

В исследовании проводились опыты на двух волчках Томпсона разной массы, изготовленных из пластмассы и стали. Масса составляла 20 и 30 г. Волчки пускались по поверхностям с разной шероховатостью. Прежде всего, использовались два покрытия: сталь и бетон. Скорость прецессии определялась в ходе замедленной съёмки, для этого на поверхность волчка наносили линию, хорошо заметную при обработке видео (рис. 1).

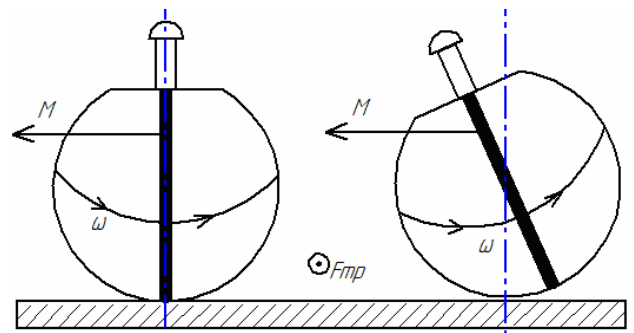


Рис. 1. Изменение положения при прецессии

Коэффициенты трения поверхностей приведены в таблице 1. При проведении опытов были получены данные для описанных волчков.

Табл. 1. Коэффициенты трения при прецессии волчка

	Сталь	Пластик
Сталь	0,14	0,2
Бетон	0,56	0,63

Экспериментальные данные

Данные для волчков из стали и пластика, запускаемых по стали и бетону, приведены на рисунке 2.

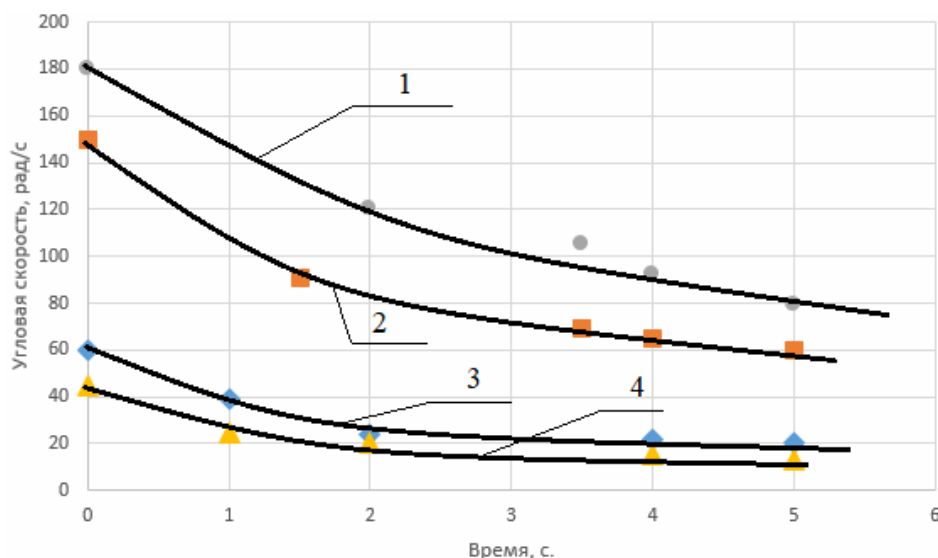


Рис. 2. Экспериментальные данные изменения угловой скорости от времени при прецессии волчка Томпсона: 1 – стальной волчок по стали (○), 2 – стальной волчок по бетону (□), 3 – пластиковый волчок по стали (◇), 4 – пластиковый волчок по бетону (△)

Из графиков видно, что падение угловой скорости происходит нелинейно, и наибольшее падение происходит в первые секунды вращения, что и обеспечивает начало прецессии и подъёма волчка Томпсона на ножку за счёт быстрого перехода энергии.

Результаты и обсуждение

Изменение положения центра тяжести волчка Томпсона при прецессии и, как следствие, его потенциальной энергии, полностью зависит от начальной кинетической энергии и динамики её изменения [7, 8]:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dT}{dt} - h_{mp}. \quad (6)$$

В свою очередь изменение кинетической энергии складывается из двух факторов, это изменение угловой скорости и изменение осевого момента инерции [9, 10].

С учётом трения изменение кинетической и потенциальной энергии происходит несколько иначе:

$$mg \frac{dh}{dt} = \frac{d(J\omega^2)}{dt} + \frac{dh_{mp}}{d\omega}. \quad (7)$$

Последнее слагаемое показывает, что эффект потерь энергии на трение зависит от скорости изменения угловой скорости вращения:

$$dL = J\omega = \omega \int mr^2 dt. \quad (8)$$

Из данной формулы становится видно, что изменение момента инерции волчка, за счёт момента силы от трения (как сказано выше) изменяет его момент импульса, до тех пор, пока волчок не переворачивается на ножку.

Интересным фактом является то, что кинетическая энергия зависит от угловой скорости квадратично, а потому уменьшение кинетической энергии происходит быстрее, чем диссипация энергии от трения, оставшаяся энергии идёт на изменение потенциальной энергии – на подъём центра тяжести волчка.

Применение в потенциометрах

Применение китайского волчка в технике несёт за собой ряд преимуществ и позволяет улучшить существующие и создать новые устройства и способы [10]. Например, использование в потенциометрах (рис. 6).

Это возможно осуществить следующим образом. Ось волчка закреплена и может двигаться только в одной плоскости. По отклонению ножки волчка при вращении можно рассчитать реакцию опоры и ускорение свободного падения, тем самым определить гравитационную постоянную. Формулы (3), (6) и (7) показывают, что скорость изменения угла прецессии нестационарного гироскопа также зависит от ускорения свободного падения. Значит, измерив скорость изменения угла отклонения волчка от первоначального положения при вращении, можно точно установить ускорение свободного падения, и как следствие массу тяготеющего источника или действующую на тело перегрузку, что позволяет говорить о перспективности применения волчков тип-топ в гравиметрах.

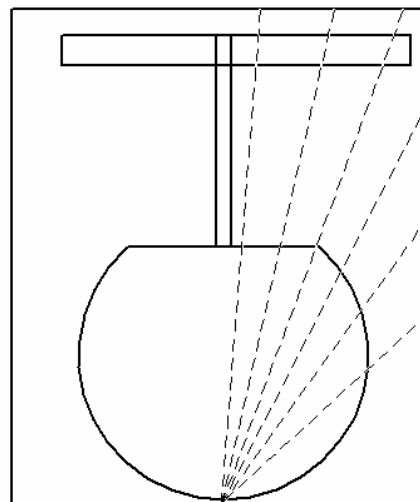


Рис. 6. Схема потенциометра

можно точно установить ускорение свободного падения, и как следствие массу тяготеющего источника или действующую на тело перегрузку, что позволяет говорить о перспективности применения волчков тип-топ в гравиметрах.

Заключение

В данной работе рассмотрена динамика изменения потенциальной энергии при прецессии волчка Томпсона. Проведённые экспериментальные исследования показали, что изменение угловой скорости нелинейно, что также показывает динамику кинетической энергии. Изменение условий по трению в ходе эксперимента дали понять, что чем выше шероховатость, тем более низкую угловую скорость необходимо задать для начала прецессии волчка Томпсона. На основании этого можно сказать, что на весь процесс поднятия центра тяжести влияют два основных фактора. Изменение кинетической энергии, квадратично зависящей от скорости, что также показано в ходе эксперимента, и потери энергии на трение при возникновении опрокидывающего момента, которые зависят от скорости предположительно линейно.

Всё это позволяет представить динамику прецессии и сделать вывод, что главным фактором изменения потенциальной энергии является поднятие центра тяжести, которое происходит за счёт падения кинетической энергии при возникновении момента от трения. Отсюда мы приходим к выводу, что ускорение свободного падения при одинаковых массах разных волчков будет определять и ход прецессии. Это позволяет предположить возможность использования волчка Томпсона в конструкции потенциометров.

Вопрос взаимного изменения энергий при учёте потерь на трение будет продолжен в следующих исследованиях.

Список литературы

1. Адуенко А.А., Амелкин Н.И. О предельных движениях волчка с внутренней диссипацией в однородном поле тяжести // Труды Московского физико-технического института. – 2013. – Т. 5, № 2(18). – С. 126-133.
2. Журавлев В. Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // Прикладная математика и механика. – 1998. – Т. 62, №5. – С. 762-767.
3. Воронцова О. Определение факторов, влияющих на устойчивый переворот волчка Томсона // Исследователь/Researcher. – 2022. – № 1-2(37-38). – С. 231-245.
4. Зобова А.А., Карапетян А.В. Анализ стационарных движений волчка тип-топ // Прикладная математика и механика. – 2009. – Т. 73, №6. – С. 867-877.
5. Болотин Ю.Л., Тур А.В., Яновский В.В. Нелинейное трение как механизм генерации направленных движений // Журнал технической физики. – 2002. – Т. 72, № 7. – С. 9-12.

6. Карапетян А.В. Глобальный качественный анализ динамики китайского волчка (тип-топ) // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2008. – №3. – С. 33-41.
7. Андреев А.И., Чанчиков В.А., Славин Б.М., Перекрестов А.П., Козлова И.А. Способ трибологических исследований на основе волчка Томпсона // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – № 17-1. – С. 11-16. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-17-11-16.
8. Киреенков А.А. Метод вычисления силы трения и момента сил трения в комбинированной модели сухого трения для круговых площадок контакта // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2003. – №3. – С. 51-57.
9. Киреенков А.А., Семендяев С.В. Связанные модели трения скольжения и верчения: от теории к эксперименту // Труды Московского физико-технического института. – 2010. – Т. 2, №3. – С. 174-181.
10. Емельянов Д.О., Иванов П.Ю., Дульский Е.Ю. Инновационная методика определения коэффициента трения в системе «Колодка-Колесо» // Известия Транссиба. – 2022. – №3(51). – С. 99-112.

References

1. Aduenko A.A., Amelkin N.I. On the limit motions of a top with internal dissipation in a uniform gravity field // Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology. 2013, vol. 5, no. 2(18), pp. 126-133.
2. Zhuravlev V.F. On the model of dry friction in the problem of rolling solids // Applied Mathematics and Mechanics. 1998, vol. 62, no. 5, pp. 762-767.
3. Vorontsova O. Determination of the factors influencing the stable turn of the Thomson top // Researcher. 2022, no. 1-2(37-38), pp. 231-245.
4. Zbova A.A., Karapetyan A.V. Analysis of stationary motions of a tip-top top // Applied Mathematics and Mechanics. 2009, vol. 73, no. 6, pp. 867-877.
5. Bolotin Yu.L., Tur A.V., Yanovsky V.V. Nonlinear friction as a mechanism for generating directed motions // Journal of Technical Physics. 2002, vol. 72, no. 7, pp. 9-12.
6. Karapetyan A.V. Global qualitative analysis of the dynamics of the Chinese spinning top (tip-top) // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of a solid. 2008, no. 3, pp. 33-41.
7. Andreev A.I., Chanchikov V.A., Slavin B.M., Perekrestov A.P., Kozlova I.A. Tribological research method based on the Thompson top // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 17-1, pp. 11-16. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-17-11-16.
8. Kireenkov A.A. Method for calculating the friction force and moment of friction forces in a combined model of dry friction for circular contact areas // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of solid. 2003, no. 3, pp. 51-57.
9. Kireenkov A.A., Semendyaev S.V. Coupled Models of Sliding and Spinning Friction: From Theory to Experiment // Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology. 2010, vol. 2, no. 3, pp. 174-181.
10. Emelyanov D.O., Ivanov P.Yu., Dulsky E.Yu. Innovative method for determining the coefficient of friction in the “Kolodka-Wheel” system // Letters Transsib. 2022, no. 3(51), pp. 99-112.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Андреев Александр Иванович – аспирант	Andreev Aleksander Ivanovich – postgraduate student
Чанчиков Василий Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Судостроение и энергетические комплексы морской техники»	Chanchikov Vasily Aleksandrovich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department «Shipbuilding and energy complexes of marine engineering»
Славин Борис Матвеевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Механика и инженерная графика»	Slavin Boris Matveyevich – candidate of technical sciences, head of the Department «Mechanics and engineering graphics»
Перекрестов Аршавир Петрович – кандидат технических наук	Perekrestov Arshavir Petrovich – candidate of technical sciences
Козлова Ирина Алексеевна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика и инженерная графика»	Kozlova Irina Alekseevna – candidate of technical sciences, professor of the Department «Mechanics and engineering graphics»
aresut79@mail.ru	

Получена 06.04.2023