

СХЕМА ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРЕХ ГРУЗОВ БЕЗ УПРУГИХ СВЯЗЕЙ

Попов И.П.¹, Самуйлов В.М.², Каргапольцева Т.А.², Харин В.В.¹

¹ЗАО «Курганстальмост», Курган;

²Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург;

Ключевые слова: несбалансированность, асимметрия, виброзащита, симметричная схема, трехкоординатная система, кинематика.

Аннотация. Отмечено, что осциллятор, в котором свободные синусоидальные колебания сопровождаются трансформацией кинетической энергии инертного элемента в кинетическую же энергию другого инертного элемента, по существу является монореактивным. Недостатком этого осциллятора является его несбалансированность в силу асимметрии конструкции, что может требовать дополнительных виброзащитных мер. Этому недостатку можно избежать, используя симметричную схему с тремя грузами. Доказанные в статье теоремы дают представление о пространственной схеме монореактивного осциллятора с тремя грузами. В монореактивном инертном осцилляторе потенциальная энергия отсутствует. Поэтому полная энергия является исключительно кинетической. Полученные результаты показывают, что в монореактивном осцилляторе с тремя грузами возможно возникновение свободных синусоидальных колебаний грузов, обусловленных взаимным обменом кинетической энергией между ними.

SCHEME FOR THE IMPLEMENTATION OF FREE OSCILLATIONS OF THREE LOADS WITHOUT ELASTIC LINKS

Popov I.P.¹, Samuilov V.M.², Kargapoltseva T.A.², Kharin V.V.¹

¹CJSC "Kurganstalmost", Kurgan;

²Ural State Transport University, Yekaterinburg

Keywords: unbalance, asymmetry, vibration protection, symmetrical scheme, three-coordinate system, kinematics.

Abstract. It is noted that the oscillator, in which free sinusoidal oscillations are accompanied by the transformation of the kinetic energy of an inert element into the kinetic energy of another inert element, is essentially monoreactive. The disadvantage of this oscillator is its imbalance due to the asymmetry of the structure, which may require additional vibration protection measures. This drawback can be avoided by using a symmetrical scheme with three weights. The theorems proved in the article give an idea of the spatial scheme of a monoreactive oscillator with three weights. There is no potential energy in a monoreactive inert oscillator. Therefore, the total energy is exclusively kinetic. The results obtained show that in a monoreactive oscillator with three weights, the occurrence of free sinusoidal oscillations of the weights due to the mutual exchange of kinetic energy between them is possible.

Введение

В классическом механическом осцилляторе свободные синусоидальные колебания обусловлены взаимным преобразованием кинетической энергии в потенциальную [1-3].

Известен осциллятор, в котором свободные синусоидальные колебания сопровождаются трансформацией кинетической энергии инертного элемента в кинетическую же энергию другого инертного элемента. Элементы с другим характером реактивности в таком осцилляторе отсутствуют. Такой осциллятор по существу является *монореактивным*, а именно: *m-m* [4-6].

Недостатком этого осциллятора является его несбалансированность в силу асимметрии конструкции, что может требовать дополнительных виброзащитных мер [7, 8].

Этому недостатку можно избежать, используя симметричную схему с тремя грузами.

Актуальность работы обусловлена тем, что механические колебания широко распространены в разнообразных технологических процессах [9, 10].

Методы

Для целей настоящей работы удобно использовать плоскую трехкоординатную систему аналогичную трехфазной системе координат, применяемой в электротехнике. Для произвольного вектора \mathbf{R} , лежащего в трехкоординатной плоскости Z , начало которого совпадает с началом координат, справедлива

Теорема 1. Координаты x_1, x_2, x_3 вектора \mathbf{R} образуют правильный треугольник, размер которого не меняется при произвольном повороте вектора \mathbf{R} .

Доказательство. Координаты вектора \mathbf{R} имеют вид:

$$x_1 = R \cos \varphi; \quad x_2 = R \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right); \quad x_3 = R \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right). \quad (1)$$

где φ – угол между вектором \mathbf{R} и осью Ox_1 .

С учетом теоремы косинусов

$$\begin{aligned} (x_1 x_2)^2 &= R^2 \left[\cos^2 \varphi + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) - 2 \cos \varphi \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \cos \frac{\pi}{3} \right] = \\ &= R^2 \left[\cos^2 \varphi + \left(\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right)^2 - 2 \cos \varphi \left(\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right) \frac{1}{2} \right] = \\ &= R^2 \left[\cos^2 \varphi + \frac{1}{4} \cos^2 \varphi + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi \sin \varphi - \frac{1}{2} \cos^2 \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi \sin \varphi \right] = \frac{3}{4} R^2. \\ (x_1 x_3)^2 &= R^2 \left[\cos^2 \varphi + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) - 2 \cos \varphi \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) \cos \frac{2\pi}{3} \right] = \\ &= R^2 \left[\cos^2 \varphi + \left(-\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right)^2 - 2 \cos \varphi \left(-\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right) \left(-\frac{1}{2} \right) \right] = \\ &= R^2 \left[\cos^2 \varphi + \frac{1}{4} \cos^2 \varphi + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi \sin \varphi - \frac{1}{2} \cos^2 \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi \sin \varphi \right] = \frac{3}{4} R^2. \\ (x_2 x_3)^2 &= R^2 \left[\cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) - 2 \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) \cos \frac{\pi}{3} \right] = \\ &= R^2 \left[\left(\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right)^2 - 2 \left(\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right) \left(-\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \right) \frac{1}{2} \right] = \\ &= R^2 \left[\frac{1}{4} \cos^2 \varphi + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi \sin \varphi + \frac{1}{4} \cos^2 \varphi + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{4} \sin^2 \varphi - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi \sin \varphi + \frac{1}{4} \cos^2 \varphi - \frac{3}{4} \sin^2 \varphi \right] = \frac{3}{4} R^2. \end{aligned}$$

Треугольник $x_1 x_2 x_3$ является правильным с фиксированной стороной равной $\frac{3}{4} R^2$.

Теорема доказана.

Теорема 2. Середина вектора \mathbf{R} совмещена с центром треугольника $x_1 x_2 x_3$.

Доказательство. Далее середина вектора \mathbf{R} обозначается r .

С учетом теоремы косинусов

$$(x_1 r)^2 = R^2 \left(\cos^2 \varphi + \frac{1}{4} - 2 \cos \varphi \frac{1}{2} \cos \varphi \right) = \frac{R^2}{4}.$$

$$(x_2 r)^2 = R^2 \left[\cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \frac{1}{4} - 2 \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \frac{1}{2} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \right] = \frac{R^2}{4}.$$

$$(x_3 r)^2 = R^2 \left[\cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) + \frac{1}{4} - 2 \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) \frac{1}{2} \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) \right] = \frac{R^2}{4}.$$

Расстояния от точек x_1 и x_2 до точки r являются одинаковыми. Поэтому точка r лежит на прямой, которая перпендикулярна стороне треугольника $x_1 x_2$ и проходит через ее середину.

То же самое можно сказать про сторону треугольника $x_1 x_3$.

Из этого следует, что точка r относится к высотам треугольника $x_1 x_2 x_3$, а это возможно, только если она совпадает с их пересечением. Пересечение же высот правильного треугольника, которым в соответствии с теоремой 1 является $x_1 x_2 x_3$, совпадает с центром треугольника.

Теорема доказана.

Результаты

Обе доказанные теоремы дают представление о пространственной схеме монореактивного осциллятора с тремя грузами, представленной на рисунке 1.

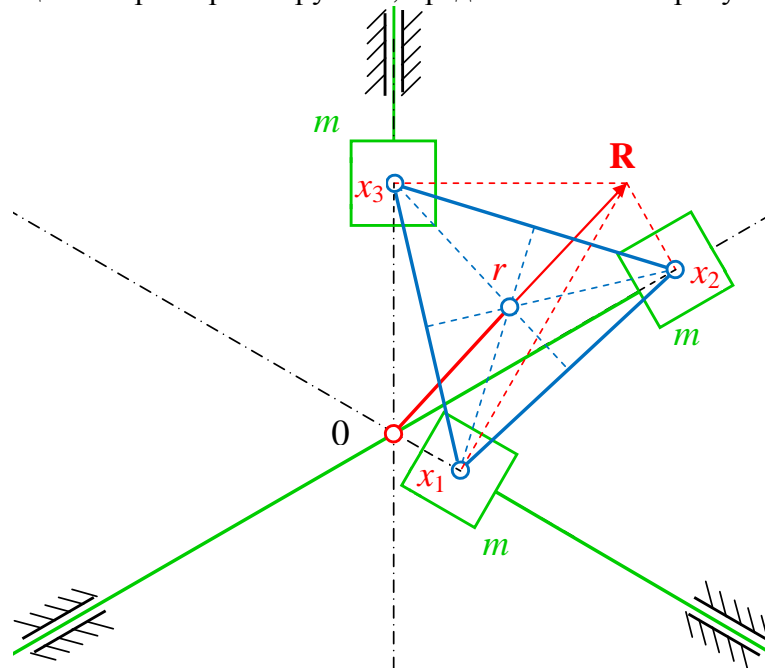


Рис. 1. Монореактивный осциллятор с тремя грузами

Далее принимается, что внешние по отношению к осциллятору силы отсутствуют. Массы вспомогательных элементов осциллятора считаются равными нулю. Потерь на трение нет.

В соответствии с выражениями (1) мгновенные скорости инертных элементов осциллятора равны

$$\frac{dx_1}{dt} = -R \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt}; \quad \frac{dx_2}{dt} = -R \sin \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \frac{d\varphi}{dt}; \quad \frac{dx_3}{dt} = -R \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) \frac{d\varphi}{dt}.$$

При свободных синусоидальных колебаниях полная энергия осциллятора со временем не меняется. В монореактивном инертном осцилляторе потенциальная энергия отсутствует. Поэтому полная энергия является исключительно кинетической. В этой связи справедливо выражение

$$T = 0,5mR^2 \left[\sin^2 \varphi + \sin^2 \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \sin^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) \right] \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = 0,75mR^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = const,$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = C_1; \quad \varphi = C_1 t + C_2.$$

Для нахождения постоянных интегрирования следует учесть начальные условия

$$\varphi(0) = \varphi_0; \quad \frac{d\varphi}{dt}(0) = \omega_0.$$

Отсюда

$$C_2 = \varphi_0; \quad C_1 = \omega_0.$$

С учетом полученного значения φ выражения (1) конкретизируются

$$x_1 = R \cos(\omega_0 t + \varphi_0); \quad x_2 = R \cos\left(\frac{\pi}{3} - \omega_0 t - \varphi_0\right); \quad x_3 = R \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \omega_0 t - \varphi_0\right). \quad (2)$$

Для значений

$$x_1(0) = x_{10}; \quad \frac{dx_1}{dt}(0) = v_{10}.$$

имеют место выражения

$$\cos \varphi_0 = \frac{x_{10}}{R}; \quad \varphi_0 = \arccos \frac{x_{10}}{R} = \arcsin \sqrt{1 - \frac{x_{10}^2}{R^2}};$$

$$-R\omega_0 \sin(\omega_0 \cdot 0 + \varphi_0) = v_{10}; \quad \omega_0 = -\frac{v_{10}}{\sqrt{R^2 - x_{10}^2}}.$$

Выводы

Полученные результаты показывают, что в монореактивном осцилляторе с тремя грузами возможно возникновение свободных синусоидальных колебаний грузов, обусловленных взаимным обменом кинетической энергией между ними.

В соответствии с формулами (2) при свободных синусоидальных колебаниях вектор \mathbf{R} вращается с неизменной угловой скоростью ω .

Заключение

Правильный треугольник $x_1 x_2 x_3$ совершает двойное равномерное вращение – вокруг своего центра r и вокруг начала координат 0 .

Половина вектора \mathbf{R} ($0r$) играет роль кривошипа, который в реальных устройствах нужен для развития угловой скорости ω и сообщения момента силы для компенсации диссипативных потерь.

В соответствии с выражениями (2) в монореактивном гармоническом осцилляторе с тремя грузами могут возникать свободные синусоидальные колебания любой заданной частоты, которая определяется исключительно начальными условиями.

Список литературы

1. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Николаев А.В. Концепция динамических инвариантов в оценке структурных особенностей механических колебательных систем // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – № 15. – С. 18-30. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-15-18-30.
2. Рабецкая О.И., Кудрявцев И.В., Колотов А.В., Митяев А.Е. Приближенные формулы для определения первой собственной частоты изгибных колебаний криволинейных балок // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – № 15. – С. 9-17. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-15-9-17.
3. Еремьянц В.Э. Оценка сил сопротивления движению ротационно-маятникового ударного механизма // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – № 14. – С. 7-14. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-14-7-14.
4. Попов И.П. Двухмассовый осциллятор // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2022. – № 12. – С. 558-560. – DOI: 10.36652/0202-3350-2022-23-12-558-560.
5. Попов И.П. Механический осциллятор без накопителя потенциальной энергии // Транспортное машиностроение. – 2022. – № 12(12). – С. 13-17. – DOI: 10.30987/2782-5957-2022-12-13-17.
6. Попов И.П. Свободные гармонические колебания без использования потенциальной энергии // Оборонный комплекс — научно-техническому прогрессу России. – 2022. – № 4(156). – С. 9-12. DOI: 10.52190/1729-6552_2022_4_9.

7. Томлеева С.В., Моисеев Г.Д., Приваленко А.П., Колесников П.Г. Виброзащитный механизм сидений операторов машин горных, строительных, дорожных и транспортных комплексов с петлеобразным стержневым элементом // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2021. – № 10. – С. 70-75. – DOI: 10.26160/2658-3305-2021-10-70-75.
8. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Николаев А.В. Концепция динамических инвариантов в оценке вибрационных полей рабочих органов вибрационных технологических машин // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – № 16. – С. 18-23. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-16-18-23.
9. Герасимов М.Д., Горлов А.С., Рязанцев В.Г., Любимый Н.С., Бражник Ю.В. Формирование идеального закона изменения вынуждающей силы вибрационного устройства с асимметричными колебаниями с использованием ряда Фурье // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2022. – № 16. – С. 89-96. – DOI: 10.26160/2658-3305-2022-16-89-96.
10. Корнеев С.В., Вишневыский Д.А., Мулов Д.В. Моделирование работы пневматических отбойных молотков для исследования вибраций // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2021. – № 13. – С. 7-12. – DOI: 10.26160/2658-3305-2021-13-7-12.

References

1. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Nikolaev A.V. The concept of dynamic invariants in the assessment of the structural features of mechanical oscillatory systems // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 15, pp. 18-30. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-15-18-30
2. Rabetskaya O.I., Kudryavtsev I.V., Kolotov A.V., Mityaev A.E. Approximate formulas for determining the first natural frequency of bending vibrations of curved beams // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 15, pp. 9-17. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-15-9-17.
3. Yeremyants V.E. Evaluation of the forces of resistance to the movement of a rotary-pendulum percussion mechanism // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 14, pp. 7-14. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-14-7-14.
4. Popov I.P. Two-mass oscillator // Assembly in mechanical engineering, instrument making. 2022, no. 12, pp. 558-560. DOI: 10.36652/0202-3350-2022-23-12-558-560.
5. Popov I.P. Mechanical oscillator without potential energy storage // Transport Engineering. 2022, no. 12(12), pp. 13-17. DOI: 10.30987/2782-5957-2022-12-13-17.
6. Popov I.P. Free harmonic oscillations without the use of potential energy // Defense complex - to the scientific and technical progress of Russia. 2022, no. 4(156), pp. 9-12. DOI: 10.52190/1729-6552_2022_4_9.
7. Tomleeva S.V., Moiseev G.D., Privalenko A.P., Kolesnikov P.G. Vibration protection mechanism for the seats of operators of machines of mining, construction, road and transport complexes with a loop-shaped rod element // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2021, no. 10, pp. 70-75. DOI: 10.26160/2658-3305-2021-10-70-75.
8. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Nikolaev A.V. The concept of dynamic invariants in the assessment of vibration fields of the working bodies of vibration technological machines // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 16, pp. 18-23. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-16-18-23.
9. Gerasimov M.D., Gorlov A.S., Ryazantsev V.G., Lyubimiy N.S., Brazhnik Yu.V. Formation of an ideal law of change in the driving force of a vibration device with asymmetric vibrations using the Fourier series // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2022, no. 16, pp. 89-96. DOI: 10.26160/2658-3305-2022-16-89-96.
10. Korneev S.V., Vishnevsky D.A., Mulov D.V. Simulation of the work of pneumatic jackhammers for the study of vibrations // Transport, mining and construction engineering: science and production. 2021, no. 13, pp. 7-12. DOI: 10.26160/2658-3305-2021-13-7-12.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Попов Игорь Павлович – главный инженер проекта	Popov Igor Pavlovich – chief project engineer
Самуйлов Валерий Михайлович – доктор технических наук, профессор кафедры «Мировая экономика и логистика»	Samuylov Valery Mikhailovich – doctor of technical sciences, professor of the Department of world economy and logistics
Каргапольцева Татьяна Александровна – аспирант	Kargapoltseva Tatyana Aleksandrovna – postgraduate student
Харин Валерий Васильевич – кандидат технических наук, доцент, заместитель генерального директора по научной и инновационной деятельности	Kharin Valeriy Vasilyevich – candidate of technical sciences, associate professor, deputy general director for research and innovation
uralakademia@kurganstalmost.ru	

Получена 24.03.2023