

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ ОПОРНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА САМОЛЕТНОГО ТИПА

Энкин А.А., Чернопятова С.А.

Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж

Ключевые слова: динамика полета, летательный аппарат, траектория, траекторное управление.

Аннотация. В статье представлен алгоритм формирования опорных траекторий полета летательного аппарата самолетного типа при выведении его в конечные заданные условия по фазовым координатам. Алгоритм основан на решении обратной задачи динамики полета и позволяет определять потребные для реализации заданной траектории управления в виде нормальной скоростной и тангенциальной перегрузок, а также потребного угла крена. Опорные траектории для координат формируются в горизонтальной плоскости дугой окружности, в вертикальной – ветвью параболы, что соответствует представлению траектории в виде близком к «естественному» и обеспечивает вывод летательного аппарата в заданные конечные условия по координатам. Структура опорной функции для скорости имеет вид полинома третьей степени и позволяет удовлетворить требуемым начальным и конечным условиям по скорости полета. В качестве примера представлена реализация формирования траектории полета планирующего транспортного контейнера и потребных управлений для ее реализации с заданными краевыми условиями по координатам и скорости полета.

ALGORITHM FOR THE FORMATION OF REFERENCE TRAJECTORIES FOR THE MOVEMENT OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE OF AN AIRCRAFT TYPE

Enkin A.A., Chernopyatova S.A.

Military Educational and Scientific Center of the Air Force «N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin Air Force Academy», Voronezh

Keywords: flight dynamics, aircraft, trajectory, trajectory control.

Abstract. The article presents an algorithm for the formation of reference trajectories for the flight of an aircraft-type aircraft when it is brought to the final specified conditions in terms of phase coordinates. The algorithm is based on solving the inverse problem of flight dynamics and makes it possible to determine the control required for the implementation of a given trajectory in the form of normal speed and tangential overloads, as well as the required bank angle. Reference trajectories for coordinates are formed in the horizontal plane by an arc of a circle, in the vertical plane by a branch of a parabola, which corresponds to the representation of the trajectory in a form close to “natural” and ensures that the aircraft is brought to the specified final conditions by coordinates. The structure of the support function for speed has the form of a polynomial of the third degree and allows satisfying the required initial and final conditions for the flight speed. As an example, the implementation of the formation of the flight path of a planning transport container and the necessary controls for its implementation with given boundary conditions in terms of coordinates and flight speed are presented.

Введение

Беспилотные летательные аппараты занимают все более важное место в различных сферах деятельности человека и список задач, которые возлагаются на них все более увеличивается [1-3]. Особый интерес вызывает применение беспилотных летательных аппаратов с целью оказания помощи при чрезвычайных ситуациях (а также терпящим бедствие). Так, например, беспилотные воздушные суда в системе МЧС России [4] должны обеспечивать, наряду с другими основными задачами, решение задачи доставки малогабаритных грузов в назначенные районы. Это могут быть медикаменты, продукты питания и т.д. Решение такой задачи возможно с применением планирующих транспортных контейнеров. В качестве примера подобных контейнеров можно привести беспилотный летательный аппарата Silent Arrow GD-2000 (рис. 1), который предлагалось использовать в

качестве замены системы доставки боеприпасов и медикаментов JPADS в некоторых западных армиях [5].



Рис. 1. Беспилотный летательный аппарат Silent Arrow GD-2000

При этом подобный беспилотный летательный аппарат может быть значительно меньше и эффективно выполнять задачи по доставке малогабаритных грузов в назначенные районы с целью оказания помощи при чрезвычайных ситуациях.

Для таких летательных аппаратов актуально создание достаточно простых, но эффективных алгоритмов наведения в указанный район с возможностью их реализации в системах управления. Разработка такого алгоритма связана с решением краевой задачи динамики полета [6-8] (задачей траекторного управления).

Теоретические основы решения поставленной задачи

При решении траекторных задач динамики полета существует необходимость решения известной системы дифференциальных уравнений, описывающей движение центра масс ЛА [9]

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dt} = g(n_{xa} - \sin \Theta); \\ \frac{d\Theta}{dt} = \frac{g}{V}(n_{ya} \cos \gamma - \cos \Theta); \\ \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{gn_{ya} \sin \gamma}{V \cos \Theta}; \\ \frac{dx_g}{dt} = V \cos \Theta \cos \Psi; \\ \frac{dy_g}{dt} = V \sin \Theta; \\ \frac{dz_g}{dt} = -V \cos \Theta \sin \Psi, \end{array} \right. \quad (1)$$

где V – скорость полета летательного аппарата; g – ускорение свободного падения; n_{xa}, n_{ya} – тангенциальная и нормальная скоростная перегрузка соответственно; Θ, Ψ, γ – углы наклона траектории, пути и крена соответственно; x_g, y_g, z_g – координаты центра масс ЛА в нормальной земной системе координат, t – время полета.

Решение обратной задачи динамики полета предусматривает задание траектории в виде известных функций координат от времени [10] и поиск потребных управлений для реализации заданной таким образом траектории. Так в [11] представлен достаточно простой в реализации алгоритм формирования траекторий полета. В качестве «опорной» в данном алгоритме рассмотрена траектория, близкая к «естественной» и представленная: в горизонтальной плоскости – дугой окружности, в вертикальной – ветвью параболы. Задание подобным образом траектории позволяет разрешить систему (1) относительно управлений n_{xa}, n_{ya}, γ для заданных граничных условий.

Основным недостатком данного алгоритма является однозначное задание скорости полета в каждый момент времени, согласно выражения

$$V = \sqrt{\left(\frac{dx_g}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_g}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_g}{dt}\right)^2}, \quad (2)$$

а также невозможность удовлетворения конечным условиям по скорости полета. Однако, очевидно, что ЛА по одной и той же траектории может осуществлять полет с различной скоростью и различной программой ее изменения. На исправление данного недостатка и направлены исследования, результаты которых представлены в данной статье.

С целью отделения скорости от траектории в работе использован подход, изложенный в [12] и предполагающий переход в уравнениях движения от аргумента времени t к новому, непрерывно возрастающему, аргументу τ вводя новую функцию $\lambda(\tau)$, связанную со временем таким соотношением

$$t' = \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\lambda}. \quad (3)$$

Физическая интерпретация аргумента τ в предлагаемом алгоритме – длина дуги окружности.

Система уравнений движения по новому аргументу выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dV}{d\tau} = \frac{g}{\lambda}(n_{xa} - \sin \Theta); \\ \frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{g}{V\lambda}(n_{ya} \cos \gamma - \cos \Theta); \\ \frac{d\Psi}{d\tau} = -\frac{gn_{ya} \sin \gamma}{V\lambda \cos \Theta}; \\ \frac{dx_g}{d\tau} = \frac{V}{\lambda} \cos \Theta \cos \Psi; \\ \frac{dy_g}{d\tau} = \frac{V}{\lambda} \sin \Theta; \\ \frac{dz_g}{d\tau} = -\frac{V}{\lambda} \cos \Theta \sin \Psi; \\ \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\lambda}, \end{cases} \quad (4)$$

Для замыкания и решения данной системы уравнений необходимо добавить четыре дополнительных связи $x(\tau), y(\tau), z(\tau), V(\tau)$.

В качестве граничных условий для решения краевой задачи динамики полета приняты:

а) начальные условия:

- координаты ЛА в нормальной земной системе координат $x_{g0} = 0, y_{g0} = H_0, z_{g0} = 0$;
- угол наклона траектории Θ_0 , угол пути (поворота траектории) $\Psi_0 = 0$;
- скорость полета V_0 ;

б) конечные условия:

- координаты ЛА в земной системе координат x_{gk}, y_{gk}, z_{gk} ;
- скорость полета V_k .

Опишем предлагаемый в работе вид и структуру дополнительных связей (опорных функций) и порядок определения потребных для их реализации управлений.

Проекция траектории в горизонтальной плоскости представляется дугой единственной окружности (рис. 2), проходящей через заданные начальные и конечные координаты, с радиусом

$$R = \frac{1}{2} \frac{x_{gk}^2 + z_{gk}^2}{z_{gk}}. \quad (5)$$

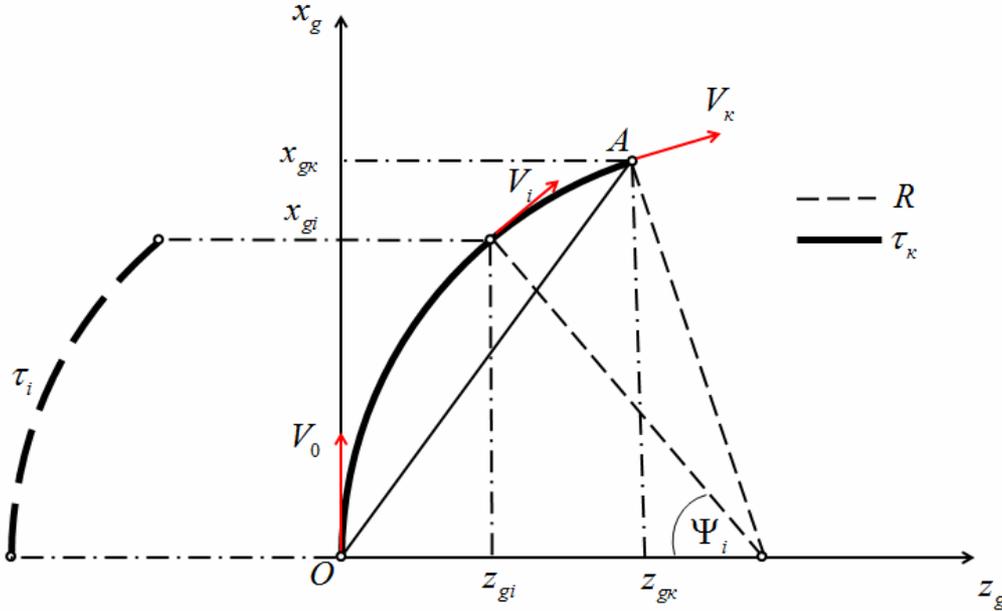


Рис. 2. Схема опорной траектории в горизонтальной плоскости

При этом текущий угол поворота траектории Ψ_i (в радианах) для дуги окружности τ_i определится как

$$\Psi_i = \frac{\tau_i}{R}. \quad (6)$$

Тогда текущие координаты в горизонтальной плоскости

$$x_g = -R \sin\left(\frac{\tau}{R}\right); z_g = R - R \cos\left(\frac{\tau}{R}\right). \quad (7)$$

Первая производная текущих координат по аргументу τ (длине дуги окружности) представится как

$$\frac{dx_g}{d\tau} = -\cos\left(\frac{\tau}{R}\right); \frac{dz_g}{d\tau} = \sin\left(\frac{\tau}{R}\right). \quad (8)$$

А вторые производные

$$\frac{d^2x_g}{d\tau^2} = \frac{1}{R} \sin\left(\frac{\tau}{R}\right); \frac{d^2z_g}{d\tau^2} = \frac{1}{R} \cos\left(\frac{\tau}{R}\right). \quad (9)$$

Структура опорной траектории в вертикальной плоскости (проекция) представлена ветвью параболы вида

$$y_g = au^2 + bu + c, \quad (10)$$

где $u = \sqrt{x_g^2 + z_g^2}$ – аргумент, геометрический смысл которого соответствует длине отрезка OA на расчетной схеме (рисунок 1), a, b, c – коэффициенты, определяемые граничными условиями.

Подставив в (10) выражения для текущих координат x_g, z_g (7) и преобразовав, получим

$$u = 2R \sin\left(\frac{\tau}{2R}\right). \quad (11)$$

Тогда выражение (10) запишется в виде

$$y_g = 4aR^2 \sin^2\left(\frac{\tau}{2R}\right) + 2bR \sin\left(\frac{\tau}{2R}\right) + c. \quad (12)$$

Первая и вторая производные текущей координаты y_g по аргументу τ имеют вид (13) и (14) соответственно

$$\frac{dy_g}{d\tau} = 2aR \sin\left(\frac{\tau}{R}\right) + b \cos\left(\frac{\tau}{2R}\right), \quad (13)$$

$$\frac{d^2 y_g}{d\tau^2} = 2a \cos\left(\frac{\tau}{R}\right) - \frac{b}{2R} \sin\left(\frac{\tau}{2R}\right). \quad (14)$$

В начальной точке траектории, когда $\tau = 0$ для удовлетворения начальным условиям по высоте из выражения (12) получим

$$c = y_{g0} = H_0. \quad (15)$$

Учитывая кинематическое уравнение движения $\frac{dy_g}{d\tau} = \frac{V}{\lambda} \sin \Theta$, и подставляя его в (15) получим

$$\frac{V}{\lambda} \sin \Theta = 2aR \sin\left(\frac{\tau}{R}\right) + b \cos\left(\frac{\tau}{2R}\right). \quad (16)$$

Как показано в [12], с целью определения выражения для λ , необходимо 4, 5 и 6 уравнение системы (4) возвести в квадрат и сложить. В результате выражение для λ выглядит следующим образом

$$\lambda = \frac{V}{\sqrt{\left(\frac{dx_g}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dy_g}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dz_g}{d\tau}\right)^2}}. \quad (17)$$

Подставив выражение (17) в (16), учитывая выражения для первых производных текущих координат x_g, y_g, z_g (8) и (13) при $\tau = 0$ (т.е. удовлетворяя начальным условиям), разрешая относительно коэффициента b , получим

$$b = tg \Theta_0. \quad (18)$$

Для получения оставшегося неизвестного коэффициента a ветви параболы учтем удовлетворение конечным условиям по координатам, которое исходя из (10), (15) и (18) запишется в виде

$$y_{gk} = a(x_{gk}^2 + z_{gk}^2) + tg \Theta_0 \sqrt{x_{gk}^2 + z_{gk}^2} + y_{g0}. \quad (19)$$

Отсюда

$$a = \frac{y_{gk} - y_{g0} - tg \Theta_0 \sqrt{x_{gk}^2 + z_{gk}^2}}{(x_{gk}^2 + z_{gk}^2)}. \quad (20)$$

Таким образом, структура опорных функций $x_g(\tau), y_g(\tau), z_g(\tau)$ задана вплоть до вторых производных.

Опишем структуру опорной функции для скорости $V(\tau)$. В работе она представлена многочленом вида

$$V = a_1 + a_2 \tau + a_3 \frac{\tau^2}{2} + a_4 \frac{\tau^3}{3}, \quad (21)$$

где a_1, a_2, a_3, a_4 – коэффициенты, позволяющие удовлетворить начальным и конечным условиям по V и $\frac{dV}{d\tau}$.

Первая производная $\frac{dV}{d\tau}$ будет иметь вид

$$\frac{dV}{dt} = a_2 + a_3\tau + a_4\tau^2. \quad (22)$$

Очевидно, что для удовлетворения начальных условий по скорости и её производной коэффициенты $a_1 = V_0$ и $a_2 = \left(\frac{dV}{d\tau}\right)_0$.

Значения коэффициентов a_3 и a_4 определяются из решения системы уравнений

$$\begin{cases} V_{\kappa} = a_1 + a_2\tau_{\kappa} + a_3\frac{\tau_{\kappa}^2}{2} + a_4\frac{\tau_{\kappa}^3}{3}; \\ \left(\frac{dV}{dt}\right)_{\kappa} = a_2 + a_3\tau_{\kappa} + a_4\tau_{\kappa}^2. \end{cases} \quad (23)$$

Учитывая, что $a_1 = V_0$ и $a_2 = \left(\frac{dV}{d\tau}\right)_0$ получаем выражения для a_3 и a_4

$$a_3 = \frac{6(V_{\kappa} - V_0)}{\tau_{\kappa}^2} - \frac{2\left(\frac{dV}{d\tau}\right)_{\kappa} + 4\left(\frac{dV}{d\tau}\right)_0}{\tau_{\kappa}}; \quad (24)$$

$$a_4 = \frac{6(V_0 - V_{\kappa})}{\tau_{\kappa}^3} + \frac{3\left(\left(\frac{dV}{d\tau}\right)_{\kappa} + \left(\frac{dV}{d\tau}\right)_0\right)}{\tau_{\kappa}^2}. \quad (25)$$

Следует отметить, что аргумент τ_{κ} определен конечными условиями выражением

$$\begin{cases} \tau_{\kappa} = R \arcsin\left(\frac{x_{g\kappa}}{R}\right), z_{g\kappa} \leq x_{g\kappa}; \\ \tau_{\kappa} = R \left(\pi - \arcsin\left(\frac{x_{g\kappa}}{R}\right)\right), z_{g\kappa} > x_{g\kappa}. \end{cases} \quad (26)$$

Таким образом, структура и вид опорной функции по скорости также заданы.

После задания опорных функций по координатам и скорости система (4) является замкнутой и ее решение не представляет трудностей и подробно описано в [12].

С целью определения времени движения по заданной опорной траектории необходимо проинтегрировать по аргументу τ уравнение 7 системы (4)

$$t = \int_0^{\tau_{\kappa}} \frac{1}{\lambda} d\tau. \quad (27)$$

Стоит отметить, что в качестве конечных условий не заданы условия по углу наклона траектории. В связи с этим посадку транспортного контейнера целесообразно выполнять парашютным способом.

Результаты расчетов

В качестве примера реализации разработанного алгоритма на рисунке 3 и 4 представлены результаты моделирования движения планирующего транспортного контейнера с высоты 1000 метров в точки с координатами:

- 1) $x_{g\kappa} = 5000$ м; $y_{g\kappa} = 100$ м; $z_{g\kappa} = 1000$ м (черная линия);
- 2) $x_{g\kappa} = 5000$ м; $y_{g\kappa} = 100$ м; $z_{g\kappa} = 5000$ м (синяя линия);
- 3) $x_{g\kappa} = 5000$ м; $y_{g\kappa} = 100$ м; $z_{g\kappa} = 9000$ м (красная линия).

Во всех случаях опорная траектория рассчитывалась при начальных и конечных условиях по скорости $V = 40$ м/с .

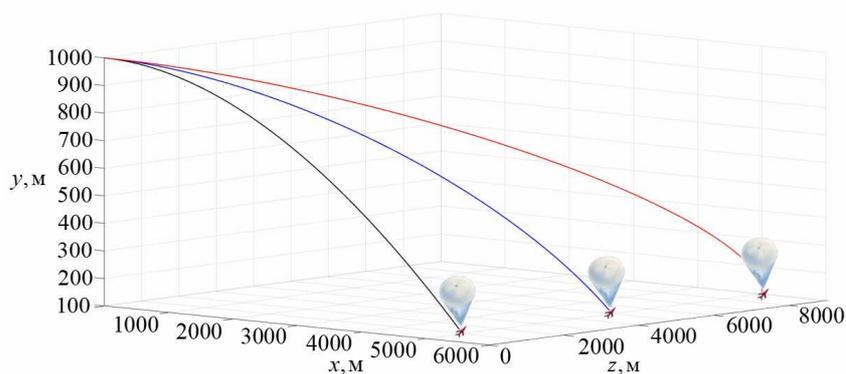


Рис. 3. Вид опорной траектории при моделировании полета в различные конечные условия по координатам

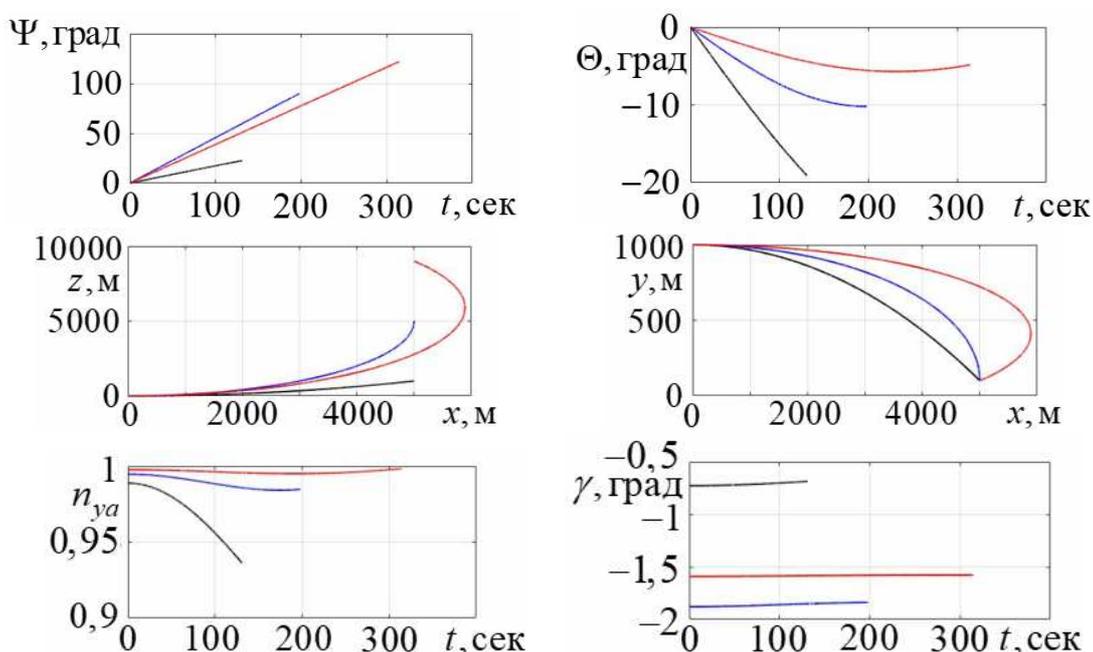


Рис. 4. Характер изменения фазовых координат и управлений при моделировании полета в различные конечные условия по координатам

В качестве примера формирования траектории и поиска потребных управлений для ее реализации с различными краевыми условиями по скорости полета на рисунках 5 и 6 представлены результаты моделирования движения планирующего транспортного контейнера с высоты 1000 метров в точки с координатами $x_{гк} = 5000$ м, $y_{гк} = 100$ м, $z_{гк} = 5000$ м. Граничные условия по скорости принимались следующие:

- 1) $V_0 = 20$ м/с; $V_k = 40$ м/с (черная линия);
- 2) $V_0 = 40$ м/с; $V_k = 40$ м/с (синяя линия);
- 3) $V_0 = 40$ м/с; $V_k = 20$ м/с (красная линия).

Во всех случаях опорная траектория рассчитывалась при начальных и конечных условиях по скорости $V = 40$ м/с .

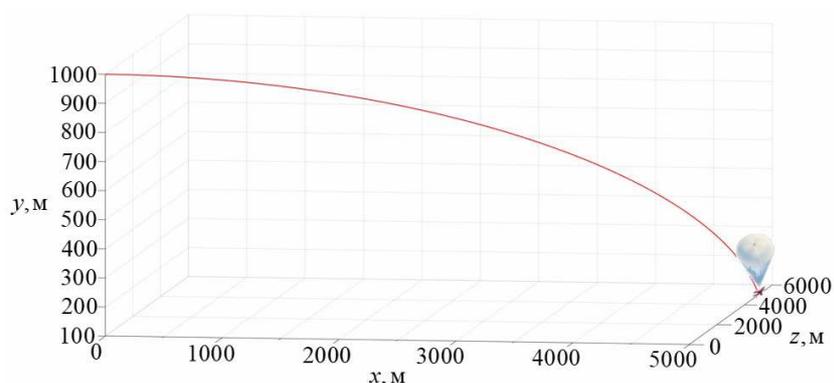


Рис. 5. Вид опорной траектории при моделировании полета в различные конечные условия по скорости

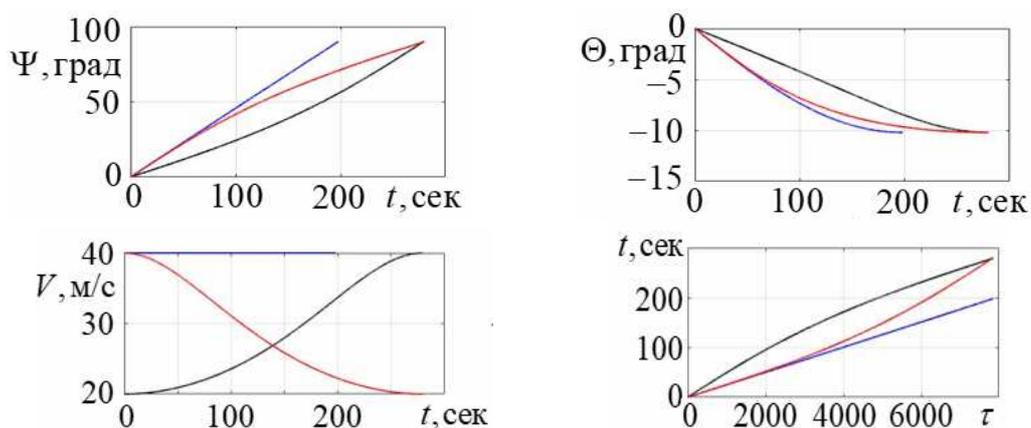


Рис. 6. Характер изменения фазовых координат при моделировании полета в различные конечные условия по скорости

Отдельно стоит отметить графики зависимостей $V = f(t)$ и $t = f(\tau)$ на рисунке 6, на которых наглядно отражен характер изменения скорости по одной и той же траектории и соотношение параметра τ с физическим временем.

Выводы

Разработанный алгоритм формирования траектории движения центра масс ЛА позволяет формировать траектории движения беспилотных летательных аппаратов близкими к «естественными» и представлять их в горизонтальной плоскости дугой окружности, а в вертикальной – ветвью параболы. При этом изменение скорости по траектории представлено в виде отдельной опорной функции, что позволяет удовлетворить граничным условиям по скорости и формировать закон изменения скорости независимо от формы и вида траектории.

Список литературы

1. Моисеев В.С. Беспилотные летательные аппараты: Отечественная история создания и современная классификация. Препринт. – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2022. – 40 с.
2. Российская беспилотная авиация: история и перспективы [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arsenal-otechestva.ru/article/1619-gossijskaya-bespilotnaya-aviatsiya>.
3. Моисеев В.С. Беспилотные вертолеты: современное состояние и перспективы развития. – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2019. – 596 с.
4. Картеничев А.Ю. Актуальные направления применения технологий использования беспилотных авиационных систем при решении задач МЧС России // Перспективы развития и применения комплексов с беспилотными летательными аппаратами. Сборник докладов и статей по материалам II-й научно-практической конференции. – Коломна: 924 ГЦ БпА МО РФ, 2017. – С. 218-224.
5. Воскресенский А.Д. Беспилотники в глобальной войне: «летающие контейнеры» для командос. Военное обозрение [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://topwar.ru/191100-bespilotniki-v-globalnoj-vojne-letajuschie-kontejnery-dlja-kommandos.html>.
6. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1969. – 499 с.

7. Nelson R.C. Flight Stability and Automatic Control. – Boston, MA: McGraw-Hill, 1998. – 441 p.
8. Cook M.V, Flight Dynamics Principles. – New York: John Wiley & Sons, 1997. – 379 p.
9. Нелюбов А.И., Новад А.А. Динамика полета боевых летательных аппаратов. – М.: ВВИА им. проф. Н.Е.Жуковского, 1992. – 440с.
10. Тарасенков А.М., Брага В.Г., Тараненко В.Т. Динамика полета и боевого маневрирования летательных аппаратов. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1984. – 505 с.
11. Кокотек Э.Г., Абрамов О.В. Опорные траектории и управляющие функции для вывода ударного летательного аппарата в точку начала атаки // Воздушно-космические силы. Теория и практика. – 2017. – №4. – С. 14-21.
12. Тараненко В.Т., Момджи В.Г. Прямой вариационный метод в краевых задачах динамики полета. – М.: Машиностроение, 1986. – 127 с.

References

1. Moiseev V.S. Unmanned aerial vehicles: Domestic history of creation and modern classification. Preprint. – Kazan: Editorial and Publishing Center "School", 2022. – 40 p.
2. Russian unmanned aircraft: history and prospects [Electronic resource]. – Access mode: <https://arsenal-otechestva.ru/article/1619-rossijskaya-bespilotnaya-aviatsiya>.
3. Moiseev V.S. Unmanned helicopters: current state and development prospects. – Kazan: Editorial and Publishing Center "School", 2019. – 596 p.
4. Kartenichev A.Yu. Actual directions of application of technologies for the use of unmanned aerial systems in solving problems of the Ministry of Emergency Situations of Russia // Prospects for the development and use of complexes with unmanned aerial vehicles. Collection of reports and articles based on the materials of the II scientific and practical conference. – Kolomna: 924 SC WopA MD RF, 2017. P.218-224
5. Voskresensky A. D. Drones in the global war: “flying containers” for commandos. Military review [Electronic resource]. – Access mode: <https://topwar.ru/191100-bespilotniki-v-globalnoj-vojne-letajuschie-kontejnery-dlja-kommandos.html>.
6. Ostoslavsky I.V., Strazheva I.V. Flight dynamics. Aircraft trajectories. – М.: Mechanical Engineering, 1969. – 499 p.
7. Nelson R.C. Flight Stability and Automatic Control. – Boston, MA: McGraw-Hill, 1998. – 441 p.
8. Cook M.V, Flight Dynamics Principles. – New York: John Wiley & Sons, 1997. – 379 p.
9. Nelyubov A.I., Novad A.A. Flight dynamics of combat aircraft. – М.: ВВИА н.а. Н.Е. Жуковский, 1992. – 440 p.
10. Tarasenkov A.M., Braga V.G., Taranenko V.T. Dynamics of flight and combat maneuvering of aircraft. – М.: ВВИА н.а. Н.Е. Zhukovsky, 1984. – 505 p.
11. Kokotek E.G., Abramov O.V. Reference trajectories and control functions for bringing an attack aircraft to the point of attack // Aerospace Forces. Theory and Practice. 2017, no. 4, pp. 14-21.
12. Taranenko V.T., Momji V.G. Direct variational method in boundary value problems of flight dynamics. – М.: Mechanical Engineering, 1986. – 127 p.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Энкин Андрей Алексеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры аэродинамики и безопасности полета	Enkin Andrey Alekseevich – candidate of technical sciences, associate professor, department of aerodynamics and flight safety
Чернопятова Светлана Александровна – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин svvetkas@gmail.com	Chernopyatova Svetlana Aleksandrovna – candidate of technical sciences, senior lecturer of the department of general professional disciplines

Получена 02.03.2023