Шарапов Р.Р., Бойчук И.П., Савичев А.О. К вопросу расчета стационарного и нестационарного течения битумного вяжущего в технологии производства теплых асфальтобетонных смесей // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2023. – №18. – С. 80-85.

УДК 625.074 https://doi.org/10.26160/2658-3305-2023-18-80-85

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОГО И НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ БИТУМНОГО ВЯЖУЩЕГО В ТЕХНОЛОГИИ ПРОИЗВОДСТВА ТЕПЛЫХ АСФАЛЬТОБЕТОННЫХ СМЕСЕЙ

Шарапов Р.Р.[1], Бойчук И.П.[2], Савичев А.О.[1]
[1]Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва;
[2]Государственный морской университет имени адмирала Ф.Ф. Ушакова, Новороссийск

Ключевые слова: битумное вяжущее, псевдопластическая среда, метод интегральных соотношений, нестационарное течение.
Аннотация. В статье рассматриваются методы расчета течения по цилиндрическим трубам битумного вяжущего, используемого для технологии производства теплых асфальтобетонных смесей. Битумное вяжущее представляет собой неньютоновскую среду. Реология среды задается при помощи закона Оствальда – де Вейля. Рассмотрено стационарное течение битумного вяжущего по трубе, для которого получено соотношения для определения скорости течения по трубе. Для течения вязкой ньютоновской жидкости формула совпадает с формулой определения скорости для течения Пуазейля. Расчет нестационарного течения проводился при помощи метода интегральных соотношений. Для нестационарного течения данный подход дает простой инструментарий для определения связи между перепадом давления и расходом в случае, если известен закон изменения от времени одного из них.

THE CALCULATING STEADY AND UNSTEADY THE FLOW OF BITUMEN BINDER FOR THE PRODUCTION TECHNOLOGY OF WARM ASPHALT CONCRETE MIXTURES

Sharapov R.R.[1], Boychuk I.P.[2], Savichev A.O.[1]
[1]National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow;
[2]Admiral Ushakov Maritime State University, Novorossiysk

Keywords: bituminous binder, pseudoplastic medium, integral ratio method, unsteady flow.
Abstract. The article discusses methods for calculating the flow through cylindrical pipes of a bituminous binder used for the technology of production of warm asphalt concrete mixes. The bituminous binder is a non-Newtonian medium. The rheology of the medium is specified using the Ostwald-de Weil law. The stationary flow of a bituminous binder through a pipe is considered, for which relationships are obtained to determine the flow rate through the pipe. For the flow of a viscous Newtonian fluid, the formula coincides with the formula for determining the velocity for the Poiseuille flow. The calculation of the unsteady flow was carried out using the method of integral relations. For an unsteady flow, this approach provides a simple toolkit for determining the relationship between the pressure drop and the flow rate if the law of time variation of one of them is known.

Введение

Исследованию течения неньютоновских сред по трубам посвящено много работ, анализ которых приведен в [1-3]. Для повышения эффективности переработки асфальтобетонных смесей применяется технология теплых смесей, позволяющая снизить их температуру на 30…50°С [4-7]. Жидкое битумное вяжущее временно становится с более низкой вязкостью благодаря вводу воды. Технология теплых асфальтобетонных смесей с механическим вспениванием может быть применена для работы на асфальтовых заводах всех типов от всех производителей.

Для решения задач транспортировки битума при нестационарной работе перекачивающих насосов требуется эффективный инструментарий для расчета интегральных характеристик при течении битумного вяжущего по трубам. В данной работе предлагается проводить расчет нестационарного течения битумного вяжущего методом интегральных соотношений.

Материалы и методы

Стационарное течение. Стационарное движение жидкостей по трубам кругового сечения мало отличается друг от друга. Для стационарных движений связь между расходом Q и перепадом давления σ задается уравнением

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \sigma^2 f(\sigma) d\sigma, \tag{1}$$

где R – радиус трубы; τ_w – напряжения сдвига на стенке трубы.

Битумное вяжущее относятся к классу неньютоновских псевдопластических сред, описываемое закон Оствальда – де Вейля

$$\sigma = k(\dot{\varepsilon})^n, \tag{2}$$

где $\dot{\varepsilon}$ – скорость сдвига. Уравнение (2) является эмпирическим, имеющим два параметра: константу k, зависящую от природы материала и геометрических размеров измерительной аппаратуры, и константу n ($n < 1$), являющуюся индексом течения [8-10].

Для расчета течения поступим согласно [11]. Рассмотрим баланс сил, действующий на цилиндрический элемент жидкости длиной L и радиусом r (рис. 1):

$$\pi r^2 \delta p = 2\pi r L \sigma, \tag{3}$$

где δp – перепад давления.

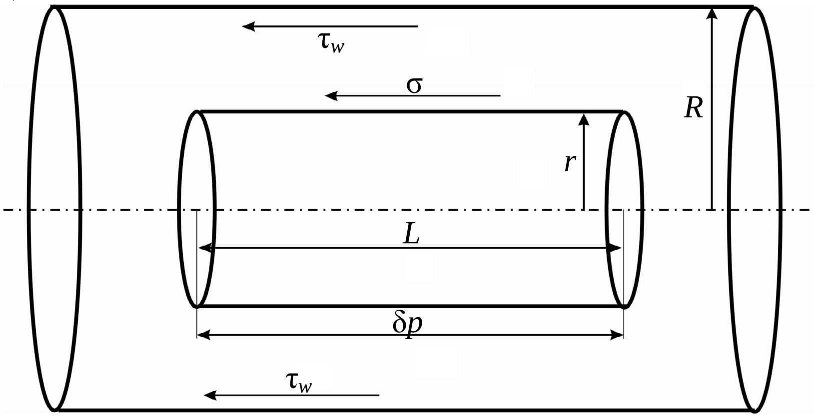

Рис. 1. Схема течения жидкости в трубе

Из формулы (3) получим:

$$\sigma = \frac{r\delta p}{2L}. \tag{4}$$

Для битумного вяжущего, используя (2),

$$-\frac{dv_z}{dr} = f(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{k}\right)^{1/n}, \tag{5}$$

где v_z – скорость течения вдоль оси трубы. Используя (4), получим

$$-\frac{dv_z}{dr} = \left(\frac{\delta p}{2kL}\right)^{1/n} r^{1/n}.$$

Следовательно,

$$-\int_{v_z}^{0} dv_z = \int_r^R \left(\frac{\delta p}{2kL}\right)^{1/n} r^{1/n} dr. \tag{6}$$

Из уравнения (6), при условии $v_z = 0$ при $r = R$, получаем

$$v_z = \frac{n}{n+1}\left(\frac{\delta p}{2kL}\right)^{1/n} R^{(n+1)/n}\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{(n+1)/n}\right). \tag{7}$$

Из уравнения (7) можно получить связь между расходом и перепадом давления [2].

Нестационарное течение. В нестационарном случае поступим согласно [12]. Будем рассматривать нестационарное движение вязкой несжимаемой жидкости по трубе, сечение которой меняется с расстоянием и временем. Это даст нам возможность применить рассуждения к рассмотрению активного транспорта битума в деформируемых трубах.

Введем характерные размеры трубы и скорости течения: r_0, u_0, L, v_0 – характерные масштабы длины и скорости поперек и вдоль потока соответственно. Предполагаем, что поперечна скорость меньше продольной в той же степени, как и поперечный размер трубы меньше продольного:

$$\frac{r_0}{L}=\frac{u_0}{v_0}. \tag{8}$$

Пусть t_0 – масштаб времени; $p_0=\rho v_0^2$ – масштаб давления; $r=R(t,\varphi,z)$ – безразмерное уравнение контура поперечного сечения трубы в цилиндрических координатах r, φ, z (ось z направлена вдоль трубы).

Движение жидкости описывается системой дифференциальных уравнений Навье – Стокса и неразрывности:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial V_r}{\partial t}+V_r\frac{V_r}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_r}{\partial\varphi}+V_z\frac{\partial V_r}{\partial z}-\frac{V_\varphi^2}{r}=\\&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+\nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_r}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2}-\frac{V_r}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}\right),\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial V_\varphi}{\partial t}+V_r\frac{\partial V_\varphi}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}+V_z\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}+\frac{V_rV_\varphi}{r}=\\&=-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial\varphi}+\nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_\varphi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial z^2}-\frac{V_\varphi}{r^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial\varphi}\right),\end{aligned} \tag{10}$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t}+V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_z}{\partial\varphi}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right), \tag{11}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rV_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0. \tag{12}$$

Записав систему уравнений в безразмерном виде, получим

$$\frac{\partial p}{\partial r}=O\left(\frac{r_0^2}{L^2}\right), \tag{13}$$

$$\frac{\partial p}{\partial\varphi}=O\left(\frac{r_0^2}{L^2}\right), \tag{14}$$

$$\frac{1}{Sh}\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\varphi}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\frac{r_0^2}{L^2}\right), \tag{15}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0. \tag{16}$$

Здесь $Sh=\dfrac{v_0t_0}{L}$, $\mathrm{Re}=\dfrac{v_0r_0^2}{\nu L}$ – числа Струхаля и Рейнольдса соответственно.

Принимая r_0^2/L^2 много меньше единицы, из (13)-(16) получим

$$p=p(t,z), \tag{17}$$

$$\frac{1}{Sh}\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\varphi}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial\varphi^2}\right), \tag{18}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0. \tag{19}$$

Предположим, что течение в трубе осесимметричное и не закручивается. Тогда $v_\varphi = 0$. Расход жидкости через поперечное сечение

$$Q(t,z)=\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R(t,\varphi,z)} rv_z(t,r,\varphi,z)dr\,. \tag{20}$$

Интегрируя уравнение (19) по сечению трубы, получим

$$\frac{\partial Q}{\partial z}+\frac{\partial S}{\partial t}=0\,, \tag{21}$$

где S – площадь поперечного сечения трубы:

$$S=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} R^2(t,\varphi,z)d\varphi\,, \tag{22}$$

В случае кругового поперечного сечения трубы $R = R(t,z)$ и $S = \pi R^2$. Интегрируя уравнение (18), записанное в дивергентной форме, по φ от 0 до 2π, а потом по z, получим

$$p(t,z)=p(t,0)-\frac{1}{\pi Sh}\int_0^z \frac{\partial Q}{\partial t}\frac{dz}{R^2(t,z)}+\frac{2}{\mathrm{Re}}\int_0^z \left(\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)_{r=R(t,z)}\frac{dz}{R(t,z)}-2\int_0^z \frac{dz}{R^2(t,z)}\frac{\partial}{\partial z}\int_0^{R(t,z)} rv_z^2 dr. \tag{23}$$

Формула (23) связывает давление $p(t,z)$ с расходом $Q(t,z)$ через поперечное сечение трубы. При этом изменение радиуса трубы $R(t,z)$ считается заданным. Для скорости $v_z(t,r,\varphi,z)$ считается известной зависимость от аргументов r и φ из основных характеристик течения.

Подставляя уравнение (7) в (20), после несложных преобразований, получим

$$Q=\frac{\pi n}{3n+1}\frac{R^{3n+1/n}}{(2k)^{1/n}}\left(\frac{\delta p}{L}\right)^{1/n}. \tag{24}$$

Тогда $$v_z=\frac{n}{n+1}\frac{Q}{\pi R^2}\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^{(n+1)/n}\right). \tag{25}$$

В случае, когда трубы постоянного диаметра, нет изменения Q и R от переменной z, из уравнения (23) получим (с учетом (25))

$$p(t,z)-p(t,0)=-\frac{1}{\pi Sh}\frac{1}{R^2}\frac{\partial Q(t)}{\partial t}z+\frac{2}{\mathrm{Re}}\frac{Q(t)}{\pi R^4}\frac{3n+1}{n}z\,. \tag{26}$$

Если $Q = const$, то из уравнения (26) находим связь между перепадом давления δp_L при $z = L$ и расходом Q

$$\delta p_L=\frac{(3n+1)}{n}\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{L}{\pi R^4}Q\,. \tag{27}$$

Результаты. На рисунке 2 показан профиль скорости, построенной по выражению (7), при различных числах n. Можно заметить, что при некоторых значениях показателя n получаются аномалии при течении по круглой трубе: далеко не для всех значений n существует решение (7) в области действительных чисел. При n = 0 получаем невязкое течение, при n = 1 – течение Пуазейля.

График зависимости перепада давления от расхода (уравнение (27)) при различных значениях показателя n представлен на рисунке 3. Следует заметить, что при n = 1 уравнение (27) совпадает с формулой, описывающей течение Пуазейля по трубе кругового сечения [13].

Анализ показывает, что при одних и тех же условиях течения для получения одинакового расхода в случае псевдопластической жидкости нужно приложить больший градиент давления по сравнению с Ньютоновской жидкостью.

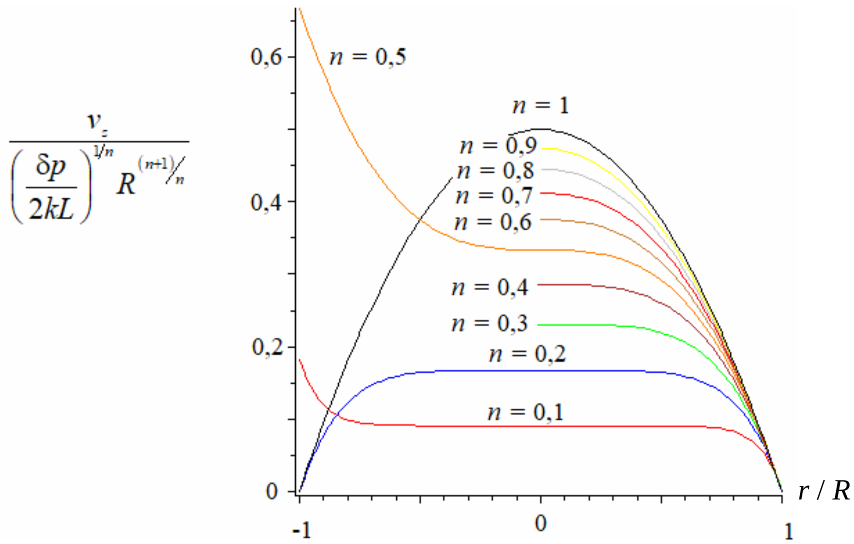

Рис. 2. Профиль безразмерной скорости в зависимости от безразмерного радиуса при течении в трубе

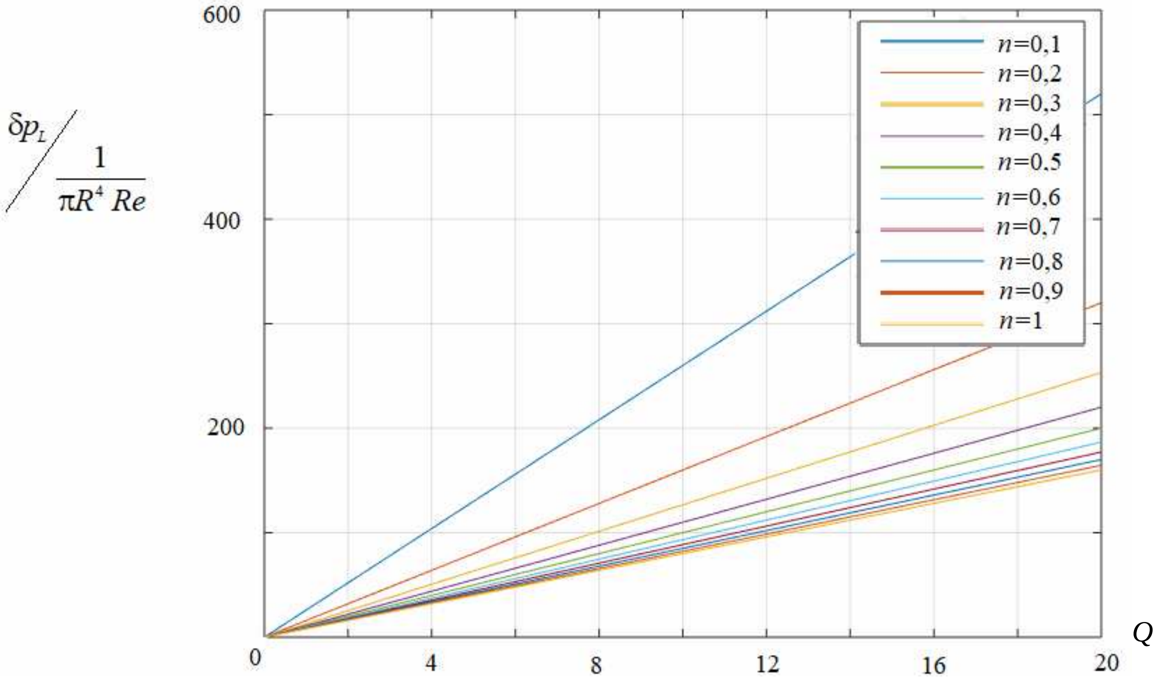

Рис. 3. Зависимость перепада давления от расхода при различных значениях показателя n

Для нестационарного течения формула (26) дает простой инструмент определения связи между перепадом давления и расходом в случае, если известен закон изменения от времени одного из них.

Заключение. В работе предложен подход, основанный на методе интегральных соотношений, для получения характеристик течения битумного вяжущего по трубам. Данный подход дает довольно простой и эффективный инструментарий для расчета интегральных характеристик при течении битумного вяжущего по трубам.

При этом, в зависимости от поставленной цели, можно определить условия, накладываемые на насос, при потребном расходе. Или же по известному расходу определить требования к насосу.

Список литературы

1. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. – М.: Мир, 1964. – 216 с.
2. Матвиенко О.В., Промзелева Д.А., Базуев В.П., Черкасов И.С., Литвинова А.Е. Математическое моделирование установившегося течения дилатантной жидкости Оствальда – де Вейля в цилиндрической трубе // Все грани математики и механики: сборник статей Всероссийской молодежной научной конференции. – Томск: Изд-во ТГУ, 2020. – С. 46-55.
3. Астарита Дж., Маруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 312 с.

4. Gridchin A.M., Yadykina V.V., Trautvain A.I., Sharapov R.R., Zhukova A.A. Stone mastic asphalt and stabilizing additives for its production // Research Journal of Applied Sciences. 2014, vol. 9, no 12, pp. 1053-1058.
5. Sharapov R.R., Kharlamov E.V., Yadykina V.V. On Environmental Friendliness Increase For Metallurgical Production // International Journal of Applied Engineering Research (IJAER). 2015, vol. 10, no. 24, pp. 45108-45114.
6. Харламов Е.В., Шарапов Р.Р., Харламова В.В.. К вопросу переработки отходов техногенных производств // Механизация строительства. – 2016. – №8. – С. 5-8.
7. Бернхардт Э. Переработка термопластичных полимерных материалов / Пер. с англ.; под ред. Г.В. Виноградова. – М.: Госхимиздат, 1962. – 588 с.
8. Реометрия пищевого сырья и продуктов: справочник / Ю.А. Мачихин и др.; под ред. Ю.А. Мачихина. – М.: Агропромиздат, 1990. – 271 с.
9. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов: Учеб. пособие для строительных вузов. – М.: Высш. школа, 1978. – 447 с.
10. Рейнер М. Реология. – М.: Наука, 1965. – 224 с.
11. Perelygin D.N., Boichuk I.P., Grinek A.V., Kozlov V.K. Theoretical study of the flow of cement raw material sludge through pipes // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019, vol. 552(1), p. 012037. DOI: 10.1088/1757-899X/552/1/012037.
12. Бойчук И.П. Перистальтический транспорт вязкой жидкости в цилиндрических трубах // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета. – 2005. –№29. – С. 142-143.
13. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Черкасов И.С., Литвинова А.Е. Исследование течения битумного вяжущего, описываемого моделью Оствальда – де Вейля, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2020. – №22(1). – С. 171-192. – doi.org/10.31675/1607-1859-2020-22-1-171-192.

References

1. Wilkinson W.L. Non-newtonian fluids. – M.: World, 1964. – 216 p.
2. Matvienko O.V., Promzeleva D.A., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Litvinova A.E. Mathematical modeling of the steady flow of the Ostwald-de Weil dilatant fluid in a cylindrical pipe // All Facets of Mathematics and Mechanics: collection of articles of the All-Russian Youth Scientific Conference. – Tomsk: Publ. house of the TSU, 2020. – P. 46-55.
3. Astarita J., Marucci J. Fundamentals of hydromechanics of non-Newtonian fluids. – M.: World, 1978. – 312 p.
4. Gridchin A.M., Yadykina V.V., Trautvain A.I., Sharapov R.R., Zhukova A.A. Stone mastic asphalt and stabilizing additives for its production // Research Journal of Applied Sciences. 2014, vol. 9, no 12, pp. 1053-1058.
5. Sharapov R.R., Kharlamov E.V., Yadykina V.V. On Environmental Friendliness Increase For Metallurgical Production // International Journal of Applied Engineering Research (IJAER). 2015, vol. 10, no. 24, pp. 45108-45114.
6. Kharlamov E.V., Sharapov R.R., Kharlamova V.V. On the issue of processing industrial waste // Construction mechanization. 2016, no. 8, pp. 5-8.
7. Bernhardt E. Processing of thermoplastic polymeric materials / Per. from Eng.; Ed. G.V. Vinogradov. – M.: Goshimizdat, 1962. – 588 p.
8. Rheometry of food raw materials and products: a reference book / Yu.A. Machikhin and others; ed. Yu.A. Machikhin. – M.: Agropromizdat, 1990. – 271 p.
9. Vyalov S.S. Rheological foundations of soil mechanics: Proc. allowance for construction universities. – M.: Higher school, 1978. – 447 p.
10. Reiner M. Rheology. – M.: Science, 1965. – 224 p.
11. Perelygin D.N., Boichuk I.P., Grinek A.V., Kozlov V.K. Theoretical study of the flow of cement raw material sludge through pipes // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019, vol. 552(1), p. 012037. DOI: 10.1088/1757-899X/552/1/012037.
12. Boychuk I.P. Peristaltic transport of a viscous liquid in cylindrical pipes // Bulletin of the Kharkov National Automobile and Road University. 2005, no. 29, pp. 142-143.
13. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Cherkasov I.S., Litvinova A.E. Study of the flow of bituminous binder, described by the Ostwald-de Weil model, in a cylindrical pipe // Bulletin of the Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering. 2020, no. 22(1), pp. 171-192. doi.org/10.31675/1607-1859-2020-22-1-171-192.

Сведения об авторах:	*Information about authors:*
Шарапов Рашид Ризаевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры механизации и автоматизации строительства	**Sharapov Rashid Rizaevich** – doctor of technical sciences, professor, professor of Department of mechanization and automation of construction
Бойчук Игорь Петрович – кандидат технических наук, доцент, начальник кафедры высшей математики и физики	**Boychuk Igor Petrovich** – candidate of technical sciences, associate professor, head of Department of higher mathematics and physics
Савичев Александр Олегович – аспирант	**Savichev Aleksandr Olegovich** – postgraduate student
sharapovrr@mgsu.ru	

Получена 25.01.2023