

УДК 629.4.02

<https://doi.org/10.26160/2658-3305-2023-18-42-48>

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕМАТИКИ КОЛЕСНОЙ ПАРЫ ПРИ КАЧЕНИИ НА УЧАСТКАХ ПУТИ С НЕРОВНОСТЯМИ РЕЛЬСОВЫХ НИТЕЙ В ПЛАНЕ

Власов С.А.

Российский государственный профессионально-педагогический университет, Екатеринбург

Ключевые слова: радиус, качение, колесная пара, расчетное сечение, уклоны, рельсы, тригонометрические функции.

Аннотация. Актуальность рассматриваемой проблемы, от успешного решения которой зависит эффективность качества, надежности и безопасности функционирования железных дорог, является решение проблемы «колесо-рельс». Оптимизация при этом, как правило, проводится во взаимодействии расчетов на математических моделях, лабораторных исследований, эксплуатационных испытаний и измерений. Над решением этой проблемы уже много десятилетий работают практически все железные дороги мира, и ее следует квалифицировать как сложную техническую систему «колесо-рельс», обусловленную необходимостью повышения межремонтного периода работы подвижного состава, сокращением эксплуатационных расходов и увеличением технического ресурса колесных пар и рельс. Для реализации поставленной задачи необходимо разработать математическую модель системы колесо-рельс, определить оптимальные параметры системы и предложить способ восстановления профилей катания железнодорожных колесных пар и обод железнодорожного колеса с целью уменьшения износа гребней колес и головок рельсов.

MATHEMATICAL MODEL OF THE KINEMATICS OF A WHEELSET WHEN ROLLING ON SECTIONS OF TRACK WITH IRREGULARITIES OF RAIL THREADS IN THE PLAN

Vlasov S.A.

Russian State Vocational Pedagogical University, Yekaterinburg

Keywords: radius, rolling, wheelset, calculated cross-section, slopes, rails, trigonometric functions.

Abstract. The relevance of the problem under consideration, on the successful solution of which the effectiveness of the quality, reliability and safety of the functioning of railways depends, is the solution of the "wheel-rail" problem. Optimization in this case, as a rule, is carried out in the interaction of calculations on mathematical models, laboratory studies, operational tests and measurements. Practically all railways of the world have been working on solving this problem for many decades and it should be qualified as a complex technical system "wheel-rail", due to the need to increase the inter-repair period of rolling stock, reduce operating costs and increase the technical resource of wheel sets and rails. To implement this task, it is necessary to develop a mathematical model of the wheel-rail system, determine the optimal parameters of the system and propose a way to restore the rolling profiles of railway wheel pairs and the rim of the railway wheel in order to reduce.

Введение

Среди комплекса проблем на железнодорожном транспорте одной из наиболее важных является интенсивный износ гребней колес подвижного состава и головок рельсов. Особенно сильно это явление износа проявляется при прохождении кривых участков пути. Средняя интенсивность изнашивания гребней колес на 100 тыс. км составляла 7,3 мм, а в опытном составе полувагонов, курсирующем по участку с горным профилем, была выше (около 10 мм). В опытном составе цистерн – еще выше (порядка 25 мм).

Тяжелое положение сложилось с обеспечением безопасности движения поездов и пропускной способностью железных дорог. Требуется колоссальные затраты при деповском, капитальном и текущем ремонтах подвижного состава. Увеличилась потребность в ремонте колесных пар со сменой элементов. Срок службы колес уменьшился в 3-4 раза. Увеличился простой вагонов при всех видах ремонта.

Материалы и методы исследования

Объектами исследований является система «колесо-рельс». Проблема состоит в следующем: вследствие существующих неточностей сборки узлов ходовых частей и колебаний вагонов колесные пары получают изначальные перекосы, которые увеличиваются в процессе эксплуатации, что приводит к длительным взаимодействиям гребней колес с рельсами. В результате гребни колес и рельсы изнашиваются. Причем наиболее сильно это явление износа проявляется на кривых участках пути (рис. 1). Так как колесо, катящееся по наружному рельсу, проходит больший путь по отношению к колесу, катящемуся по внутреннему рельсу, происходит изменение направления движения экипажа. При отклонениях рельсовых нитей в плане происходят боковые смещения точек контакта M_1 и M_2 по уклонам поверхностей катания колес. Совместно со смещениями колес общие относительные смещения в зонах контакта колесо-рельс составят (рис. 1,а).

$$\Delta_{z1} = z_{k1} - z_{p1}; \quad \Delta_{z2} = z_{k2} - z_{p2}, \quad (1)$$

где Δ_{z1}, Δ_{z2} – относительные смещения точек контакта колес с рельсами;

z_{k1}, z_{k2} – перемещения точек контакта первого и второго колес.

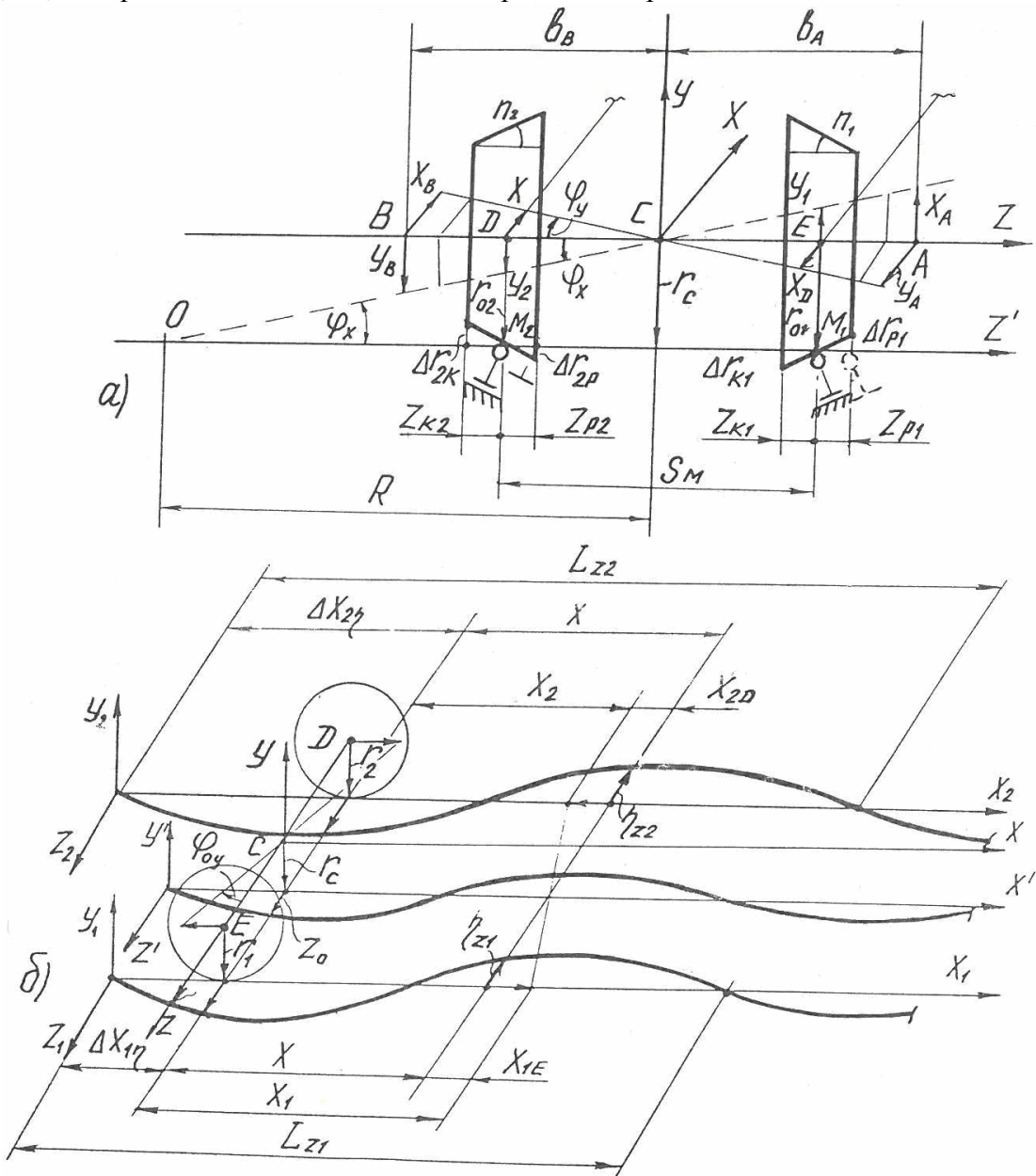


Рис. 1. Расчетные схемы движения колесной пары по пути с неровностями рельсовых нитей в плане:
 а – схема перемещений колесной пары с однородными уклонами на поверхностях катания колес;
 б – схема неровностей пути в плане с исходным положением колесной пары

Угловая частота вращения колесной пары равна [1],

$$\omega = v / r_c, \quad (2)$$

где r_c – средне-номинальный радиус качения колесной пары; v – линейная скорость.

С возникновением относительных перемещений колеса будут находиться на радиусах качения (рис. 1,а,б),

$$r_1 = r_{01} + n_1 \Delta_{z1} = r_{01} + n_1(z_{k1} - z_{p1}). \quad (3)$$

$$r_2 = r_{02} + n_2 \Delta_{z2} = r_{02} + n_2(z_{k2} - z_{p2}).$$

где n_1, n_2 – уклоны на поверхностях катания первого и второго колес;

r_{01}, r_{02} – номинальные радиусы колес по кругу катания.

Пути, проходимые колесами на радиусах качения (3) за единицу времени, с учетом боковых отклонений рельсов и колес равны

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{01} + \omega t r_1 = x_{01} + \omega t [r_{01} + n_1(z_{k1} - z_{p1})], \\ x_2 &= x_{02} + \omega t r_2 = x_{02} + \omega t [r_{02} + n_2(z_{k2} - z_{p2})]. \end{aligned} \quad (4)$$

а вертикальные перемещения колес изменяются по закону [2]

$$\begin{aligned} y_1 &= n_1 \Delta_{z1} = n_1(z_{k1} - z_{p1}), \\ y_2 &= n_2 \Delta_{z2} = n_2(z_{k2} - z_{p2}), \end{aligned} \quad (5)$$

где x_{01}, x_{02} – начальные положения колес от расчетного сечения.

Из-за разницы проходимых путей x_1 и x_2 и вертикальных перемещений y_1 и y_2 колесная пара повернется на углы φ_y, φ_x относительно вертикальной оси y и продольной оси x [3],

$$\begin{aligned} \varphi_y &= \frac{1}{S_M} (x_2 - x_1) = \frac{1}{S_M} (x_{02} - x_{01}) + \omega t [r_{02} + n_2(z_{k2} - z_{p2}) - r_{01} + n_1(z_{k1} - z_{p1})], \\ \varphi_x &= - \frac{1}{S_M} (r_1 - r_2) = - \frac{1}{S_M} [r_{01} + n_1(z_{k1} - z_{p1})] - [r_{02} + n_2(z_{k2} - z_{p2})], \end{aligned} \quad (6)$$

где S_M – расстояние между меридиональными точками контакта колес M_1 и M_2 .

При абсолютно жесткой колесной паре поперечные перемещения колес равны между собой [4], т.е.

$$z_{k1} = z_{k2} = z.$$

Перемещение z описывает свободное движение колесной пары в горизонтальной плоскости. Из полученных выражений видим, что все другие перемещения колесной пары являются функциями свободного перемещения z и перемещений рельсов η_{z1}, η_{z2} .

Благодаря тому, что колесная пара при входе в кривую может сдвигаться, происходит автоматический выбор требуемых для вписывания в кривую диаметров поверхностей катания. Чем меньше радиус кривой пути, тем больше должны быть перемещение колесной пары относительно рельсов в поперечном направлении и разница диаметров поверхностей катания колес. Часто ширина колеи в кривой не позволяет колесной паре перемещаться в необходимых пределах в поперечном направлении, поэтому гребень наружного колеса набегаёт на наружный рельс, изнашивая поверхность гребня и головки рельса. Ускоренно изнашиваются также боковые поверхности рельсов в кривых пути, несмотря на то, что их твердость в 1,5 раза выше твердости поверхностей катания гребня колеса. Процесс интенсивного износа идет до тех пор, пока за счет работы сил трения не будут созданы необходимые условия для перемещения и поворота колесной пары, т.е. не будут изношены гребни колес и боковые поверхности рельсов на требуемую величину. Это снижает срок службы колес и рельсов. Перемещение рельсов независимы от перемещений колесной пары и могут рассматриваться отдельно в качестве возмущающих параметров. Перемещения рельсов, если они сложные, могут быть аппроксимированы в виде рядов тригонометрических функций вида [5],

$$\begin{aligned} \eta_{z1} &= \sum_{i=1}^{m_1} \left[a_{z1}^i \cos \left(\frac{x 2\pi}{L_{z1}^i} + a_{z1}^i \right) \right] = \sum [a_{z1}^i \cos(\omega_{z1}^i t + a_{z1}^i)], \\ \eta_{z2} &= \sum_{j=1}^{m_2} \left[a_{z2}^j \cos \left(\frac{x 2\pi}{L_{z2}^j} + a_{z2}^j \right) \right] = \sum [a_{z2}^j \cos(\omega_{z2}^j t + a_{z2}^j)]. \end{aligned} \quad (7)$$

или для простых неровностей, с одной определяющей функцией в каждом из рядов,

$$\begin{aligned}\eta_{z1} &= a_{z1} \cos(2\pi x / L_{z1}) = a_{z1} \cos(w_{z1} + \alpha_{z1}), \\ \eta_{z2} &= a_{z2} \cos(2\pi x / L_{z2}) = a_{z2} \cos(w_{z2} + \alpha_{z2}),\end{aligned}\quad (8)$$

где a_{z2}^i, a_{z2}^j – амплитуды кинематических составляющих неровностей по горизонтальной оси z первого и второго рельсов; i, j – номера неровностей первого и второго рельсов; L_{z1}^i, L_{z2}^j – длины волн составляющих неровностей рельсов; $\alpha_{z1}^i, \alpha_{z2}^j$ – сдвиги фаз составляющих неровностей рельсов по отношению к начальному моменту отсчета; $\omega_{z1}^i, \omega_{z2}^j$ – частоты кинематических возмущений по рельсам, обусловленные линейными перемещениями по оси z .

Окончательное выражение для частного решения однородного уравнения примет вид [6]

$$\begin{aligned}z_C &= (z_0 + A_1 + \frac{a_{z1}^*}{\rho^2 - \rho_{z1}^2} \cdot \cos \alpha_{z1} - \frac{a_{z2}^*}{\rho^2 - \rho_{z2}^2} \cdot \cos \alpha_{z2}) \cos \rho x + \\ &+ \frac{1}{\rho} (\varphi_{oy} + \frac{a_{z1}^* \rho_{z1}}{\rho^2 - \rho_{z1}^2} \cdot \sin \alpha_{z1} - \frac{a_{z2}^* \rho_{z2}}{\rho^2 - \rho_{z2}^2} \cdot \sin \alpha_{z2}) \sin \rho x.\end{aligned}\quad (9)$$

Преобразуем выражение ρx :

$$\rho x = \rho v t = v \sqrt{\frac{n_1 - n_2}{r_c \cdot S_M}} \cdot t = \lambda t, \quad (10)$$

где λ – частота извилистого движения колесной пары при свободном качении [7],

$$\lambda = v \sqrt{\frac{n_1 - n_2}{r_c \cdot S_M}}. \quad (11)$$

Период извилистого движения и длина волны равны:

$$T = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v} \sqrt{\frac{r_c \cdot S_M}{n_1 - n_2}}, \quad (12)$$

$$L = v \cdot t = v \cdot T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r_c \cdot S_M}{n_1 - n_2}}.$$

Общим решением дифференциального уравнения (9) является функция

$$\begin{aligned}z &= z_z = z_C + z_1^* + z_2^* + z_3^* = C_1 \cos \lambda t + \frac{1}{\rho} C_2 \sin \lambda t - \\ &- A_1 + A_2 \cos(\omega_{z1} t + \alpha_{z1}) + A_3 \cos(\omega_{z2} t + \alpha_{z2}).\end{aligned}\quad (13)$$

Первые три члена выражают свободное движение колеса при начальных условиях его стартового положения. В случае сложных боковых неровностей рельсов, представленных в виде рядов тригонометрических функций, решение задачи ведется вышеизложенным способом. Решениями является функции

$$\begin{aligned}z_C &= \left(z_0 + \frac{K_{01}}{\rho^2} - \frac{n_1}{r_c S_M} \sum \frac{-a_{z1}^i}{\rho^2 - \rho_{z1}^{i2}} \cdot \cos \alpha_{z1}^i - \frac{n_2}{r_c S_M} \sum \frac{a_{z2}^j}{\rho^2 - \rho_{z2}^{j2}} \cdot \cos \alpha_{z2}^j \right) \cdot \cos \lambda t + \\ &+ \frac{1}{\rho} \left(\varphi_{oy} - \frac{n_1}{r_c S_M} \sum \frac{-\rho_{z1}^i a_{z1}^i}{\rho^2 - \rho_{z1}^2} \cdot \sin \alpha_{z1}^i + \frac{n_2}{r_c S_M} \sum \frac{\rho_{z2}^j a_{z2}^j}{\rho^2 - \rho_{z2}^2} \cdot \cos \alpha_{z2}^j \right) \cdot \sin \lambda t\end{aligned}\quad (14)$$

$$\begin{aligned}z_B &= z_1^* + z_2^* + z_3^* = -\frac{K_{01}}{\rho^2} - \frac{n_1}{r_c S_M} \sum \left[\frac{-a_{z1}^i}{\rho^2 - \rho_{z1}^{i2}} \cdot \cos(\omega_{z1}^i t + \alpha_{z1}^i) \right] + \\ &+ \frac{n_2}{r_c S_M} \sum \left[\frac{-a_{z2}^j}{\rho^2 - \rho_{z2}^{j2}} \cdot \cos(\omega_{z2}^j t + \alpha_{z2}^j) \right].\end{aligned}\quad (15)$$

Общее решение дифференциального уравнения:

$$z = z_z = z_c + z_B = z_c + z_1^* + z_2^* + z_3^*. \quad (16)$$

На основании полученных решений могут быть определены все другие перемещения колесной пары и взаимодействие гребней с головками рельсов. При относительных перемещениях Δ_{z1}, Δ_{z2} в системе колесо-рельс возможны следующие случаи силовых взаимодействий гребней с рельсами.

Первый случай бесконтактный. Кинематика колесной пары такова, что относительные перемещения в системе колесо-рельс равны или меньше боковых зазоров гребней с рельсами [8]

$$\begin{aligned} \Delta_{z1} &= z - z_{p1} \leq \Delta_1, \\ \Delta_{z2} &= z - z_{p2} \leq \Delta_2. \end{aligned} \quad (17)$$

В этом случае контакты гребней с рельсами не возникают.

Второй случай движения – с временным контактом. Он имеет место, когда относительные боковые перемещения в паре колесо-рельс больше боковых зазоров гребней с рельсами. Боковые зазоры выбираются полностью, и колесо гребнем набегаёт на головку рельса. Возникает боковой контакт гребня с головкой рельса. Продолжительность контакта зависит от кинематики колеса, геометрии поверхностей катания и неровности пути. Постепенно колесо может выйти из контакта, если неровность рельса уходит от набегающего колеса и другое – если радиус качения набегающего колеса больше радиуса свободно движущегося колеса, т.е.

$$r_{1n} = [r_{01} + n_1(z - z_{1p})]_n > [r_{02} + n_2(z - z_{2p})]_{ce}, \quad (18)$$

или

$$r_{2n} = [r_{02} + n_2(z - z_{2p})]_n > [r_{01} + n_1(z - z_{1p})]_{ce}.$$

Функции z, z_{1p}, z_{2p} определяются параметрами динамической системы.

Условие начала выхода из контакта наступает тогда, когда угол поворота оси колесной пары φ_y становится равным нулю.

Третий случай – с продолжительным контактом или без выхода гребня колеса из контакта. Случай имеет место, когда радиус свободного колеса в момент набега гребня на головку рельса больше радиуса набегающего колеса, а неровность нитки рельса очень медленно уходит от контактирующего колеса, то есть [9],

$$r_{1c} = (r_{01} + n_1\Delta_{z1})_c > (r_{02} + n_2\Delta_{z2})_n, \quad (19)$$

или

$$r_{2c} = (r_{02} + n_2\Delta_{z2})_c > (r_{01} + n_1\Delta_{z1})_n.$$

Последние два случая нежелательны, поскольку они приводят к износам гребней и рельсов, а также к износам поверхностей катания колес и головок рельсов в зонах меридионального контакта.

Заключение

Типовые значения [10], $r_c = 0,475$ м, $n_2 = -n_1 = n = 1/20$, $S_M = 1,58$ м, $v = 30$ м/с частота извилистого движения, период и длина волны равны $\lambda = 11 \text{ сек}^{-1}$, $T = 0,57$ с, $L = 17,1$ м. При зазорах в буксовых узлах $\Delta_{x1} = \Delta_{x2} = 15$ мм перекося колесной пары может составлять $\varphi_{0y}^{(1)} 1,5/100$, если колеса имеют боковые номинальные зазоры с головкой рельса $\Delta_i = \Delta_0 = 5$ мм, то при скорости движения $v = 30$ м/с имеем частоту извилистого движения $\lambda_n = 11 \text{ сек}^{-1}$, а $t_1 = 0,14$ с и $\varphi_{0y}^{(2)} = 1,49 \cdot 10^{-2} \text{ сек}^{-1}$. время длительности фрикционного контакта $t_2 = 0,745$ с, а по длине пути контакта $X^{\text{II}} = vt_2 = 22,3$ м или $X^{\text{II}} = 1,3L_{II}$.

Это нежелательное явление, приводящее к износу гребней. Нами взяты достаточно большие зазоры гребней с рельсами (5 мм). На практике зазоры гребней с рельсами могут быть уменьшены до нуля (табл. 1), и тогда время работы гребня по колесу станет бесконечно большим, а износы катастрофическими.

Как показали исследования продолжительность бокового контакта велика и может значительно превосходить длину волны извилистого движения колесной пары.

Табл. 1. Характеристики колесных пар грузовых вагонов с типовыми и смещенными профилями катания колес

Колесная колея K_0	Ширина гребня q	Ширина обода b	Тыльный уклон μ	Угол β°	Смещение профиля C_0	Боковые зазоры, мм			
						Δ_0	Δ_{\min}	Δ'_{\min}	Δ_{\max}
1508	33	130	1	60	0	8	4,5	4,5	12,5
1508	33	130	1	60	0	6	2,5	-0,5	10,5
1502	30	130	1	65	3*	9	5,5	2,5	13,5
со смещением профилей катания и гребней колес									
1503	33^{-1}	130	0	60	4	8,5	5,5	2,5	11,5
1505	33^{-1}	130	1	60	3	7,5	4,5	1,5	10,5
1501	32^{-1}	130	0	60	5	9,5	6,5	3,5	12,5
1502	33^{-1}	133^{+3}	0	60	5	9	6	3	12
1504	33^{-1}	133^{+3}	1	60	4	8	5	2	11
1500	32^{-1}	133^{+3}	0	60	6	10	7	4	13
1502	33^{-1}	133^{+1}	0	60	5	9	6,5	3	12
1504	33^{-1}	133^{+1}	1	60	4	8	5	2	11
1500	32^{-1}	133^{+1}	0	60	6	10	7	4	13
1496	30	130	0	65	7	12	9	6	15
1496	30	130	1	65	7	12	9	6	15
1503	33^{-1}	130^{+3}	0	62	4	8,5	5,5	2,5	11,5

Данная модель системы колесо-рельс позволяет определить такие параметры, при которых исключается преждевременный износ в паре трения, появляется возможность плавающего контакта колеса с рельсом и отмены дорогостоящей лубрикации.

Список литературы

1. Системы автоматизированного проектирования: В 9-ти кн. Кн. 4. Математические модели технических объектов: Учеб. пособие для втузов / В.А. Трудоношин, Н.В. Пивоварова; Под ред. И.П. Норенкова. – М.: Высшая школа, 1986. – 160 с.
2. Кошелев В.А., Челнокова Л.И. Устойчивость движения вагона и износ рабочих поверхностей колес и рельсов // Конструктивно-технологическое обеспечение надежности подвижного состава. Сборник научных трудов. – СПб.: ПГУПС, 1994. – С. 39-41.
3. Поперечные горизонтальные силы, действующие на железнодорожный путь в прямых участках / Под. ред. А.Я. Когана. – М.: Транспорт, 1979. – 88 с. – (Тр. ВНИИ ж.-д. трансп. Вып. 619).
4. Кудрявцев Н.Н. Исследование динамики необрессоренных масс вагонов. – М.: Транспорт, 1965. – 168 с. – (Труды Всесоюзного научно-исследовательского института железнодорожного транспорта; Вып. 287).
5. Satoda K., Simitsu T. Tests to increase the service life of the wheels of the Tokyo metro // Railways of the world. 2018, no. 7, pp. 12-15.
6. Феофанов А.Н., Гришина Т.Г. Риск как критерий оценки технической системы // Экономика и управление в машиностроении. – 2013. – №5. – С. 16-18.
7. ГОСТ Р 54293-2010. Анализ состояния производства при подтверждении соответствия: национальный стандарт Российской Федерации: издание официальное: дата введения 2011-07-01 / Всероссийский научно-исследовательский институт сертификации // Техэксперт: электронный фонд правовой и нормативно-технической документации. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200084456>.
8. Новиков В.Ю., Схиртладзе А.Г. Технология станкостроения. – М.: Машиностроение, 1990. – 255 с.
9. Пуш В.Э., Беляев В.Г., Гаврюшин А.А. и др. Металлорежущие станки. – М.: Машиностроение, 1985. – 571 с.
10. Схиртладзе А.Г. Работа оператора на станках с программным управлением. – М.: Высшая школа: Изд. центр «Академия», 1998. – 174 с.

References

1. Computer-aided design systems: In 9 books. Book 4. Mathematical models of technical objects: Textbook for higher education institutions / V.A. Trudonoshin, N.V. Pivovarova; Edited by I.P. Norenkov. – M.: Higher School, 1986. – 160 p.
2. Koshelev V.A., Chelnokova L.I. Stability of carriage movement and wear of working surfaces of wheels and rails // Structural and technological support of reliability of rolling stock. Collection of scientific papers. – SPb.: PGUPS, 1994. – P. 39-41.
3. Transverse horizontal forces acting on the railway track in straight sections / Edited by A.Ya. Kogan. – M.: Transport, 1979. – 88 p. – (Tr. VNII zh.-d. transp. Issue 619).
4. Kudryavtsev N.N. Investigation of the dynamics of unsprung masses of wagons. – M.: Transport, 1965. – 168 p. – (Proceedings of the All-Union Research Institute of Railway Transport; Issue 287).
5. Satoda K., Simitsu T. Tests to increase the service life of the wheels of the Tokyo metro // Railways of the world. 2018, No. 7, pp. 12-15.
6. Feofanov A.N., Grishina T.G. Risk as a criterion for evaluating a technical system // Economics and management in mechanical engineering. 2013, no. 5, pp. 16-18.
7. GOST R 54293-2010. Analysis of the state of production when confirming compliance : national standard of the Russian Federation: official publication: date of introduction 2011-07-01 / All-Russian Scientific Research Institute of Certification // Techexpert: electronic fund of legal and regulatory and technical documentation. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200084456>.
8. Novikov V.Yu., Skhirtladze A.G. Machine tool technology. – M.: Mechanical Engineering, 1990. – 255 p.
9. Push V.E., Belyaev V.G., Gavryushin A.A., etc. Metal-cutting machines. – M.: Mechanical Engineering, 1985. – 571 p.
10. Skhirtladze A.G. Operator's work on machine tools with program control. – M.: Higher school: Publ. center "Academy", 1998. – 174 p.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Власов Сергей Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры инжиниринга и профессионального обучения в машиностроении и металлургии	Vlasov Sergey Aleksandrovich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department of engineering and vocational training in mechanical engineering and metallurgy
sgodunov1958@mail.ru	

Получена 21.01.2023