

СПОСОБ ТРИБОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ НА ОСНОВЕ ВОЛЧКА ТОМПСОНА

*Андреев А.И., Чанчиков В.А., Славин Б.М., Перекрестов А.П., Козлова И.А.
Астраханский государственный технический университет, Астрахань*

Ключевые слова: волчок Томпсона, прецессия волчка, движение центра масс, коэффициент трения, отклонения волчка, исследование шероховатости, трибометрические исследования.

Аннотация. В работе раскрывается применение нового метода исследования коэффициента трения и шероховатости. Для этого используется прецессия волчка Томпсона. Исследуя данный волчок как тело для трибометрических исследований, показана перспективность его использования в трибометрах для измерения шероховатости поверхностей и коэффициента трения. Рассмотрены энергетические и механические зависимости, характеризующие прецессию и положения при прецессии. Показано движение центра масс волчка и изменение его угловой скорости. На основе этого разработан метод определения коэффициента трения. Также разработаны способ и конструкция трибометра для осуществления такого метода. Такой подход позволяет повысить точность измерений и создать новые методы и приборы для увеличения точности изготовления деталей и приборов точного машиностроения, в особенности, в области приборостроения и метрологии.

TRIBOLOGICAL RESEARCH METHOD BASED ON THE THOMPSON TOP

*Andreev A.I., Chanchikov V.A., Slavin B.M., Perekrestov A.P., Kozlova I.A.
Astrakhan State Technical University, Astrakhan*

Keywords: Thompson spinning top; top precession; movement of the center of mass; coefficient of friction; wolf deviations; roughness study; tribometric studies;

Abstract. The paper reveals the application of a new method for studying the coefficient of friction and roughness. For this, the precession of the Thompson top is used. Exploring this top as a body for tribometric studies, the prospects of its use in tribometers for measuring surface roughness and friction coefficient are shown. The energy and mechanical dependences characterizing precession and positions during precession are considered. The motion of the center of mass of the top and the change in the angular velocity are shown. Based on this, develop a method for determining the coefficient of friction. A method and design of a tribometer for implementing such a method has also been developed. This approach makes it possible to increase the accuracy of measurements and create new methods and devices for increasing the accuracy of manufacturing parts and instruments for precision engineering. Especially in the field of instrumentation and metrology.

Введение

Точность изготовления деталей для тех или иных устройств, механизмов и машин неуклонно повышается, диктуя свои условия для конструирования приборов и разработки методов измерения. Существующие в современном мире технологии, отвечающие за измерение коэффициента трения и шероховатости, также эволюционируют, позволяя получать данные со всё большим разрешением. Известные методы исследования коэффициента трения в большинстве основаны на косвенных измерениях, что неизменно вносит погрешность.

Прямые методы измерения основаны на возникающих напряжениях, что повышает уровень их точности.

Однако, существуют процессы и явления, в которых трение может входить как составляющая и определяющий фактор при вращении волчков, например, волчка Томпсона (китайского волчка или волчка тип-топ). Простейшей моделью китайского волчка может служить динамический симметричный неоднородный шар, центр масс которого лежит на оси динамической симметрии, но не совпадает с его геометрическим центром [1]. Данный вопрос рассмотрен В.Ф. Журавлёвым и Д.М. Климовым [2] с точки зрения введения сухого трения в точке контакта. Эта модель полностью объясняет прецессию китайского волчка. Однако,

следует понимать, что при вращении китайского волчка отношение его моментов инерции относительно различных осей не остаётся постоянным, что позволяет вносить коррективы в существующие модели.

В общем случае отклонение китайского волчка от симметрии и подъём его центра тяжести объясняется возникновением момента силы от силы трения, являющейся в данном случае силой, отклоняющей тело от состояния устойчивого равновесия. Так как центр масс находится выше точки опоры, то возникающий от трения момент силы стремится поднять центр тяжести (рис. 1) [3, 4].

На данном рисунке точка O – точка касания поверхности и точки приложения силы трения, M – момент силы трения, точка G – центр масс волчка, вектор r – радиус вектор от точки центра масс до точки касания, ω – угловая скорость, ω – угловая скорость. При вращении тела вокруг собственной оси фигуры, момент импульса сонаправлен с ней, в то время как сила трения направлена в сторону противоположную движению, тогда уравнение гироскопа имеет свой классический вид векторного произведения. Принимая волчок тип-топ за симметричный гироскоп в начале своего движения примем следующее:

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}_{mp}],$$

где \vec{F}_{mp} – сила трения, \vec{r} – радиус вектор (расстояние) до центра тяжести волчка от точки касания.

Движение центра масс волчка Томпсона при вращении и отклонении оси симметрии

Опишем движение центра тяжести волчка Томпсона при его прецессии. Обозначим за точку A центр тяжести, за точку B – вершину ножки волчка, точку C – точку касания волчка поверхности при вращении. Через все точки проведём оси. Данная прецессия изображена на рисунке 2.

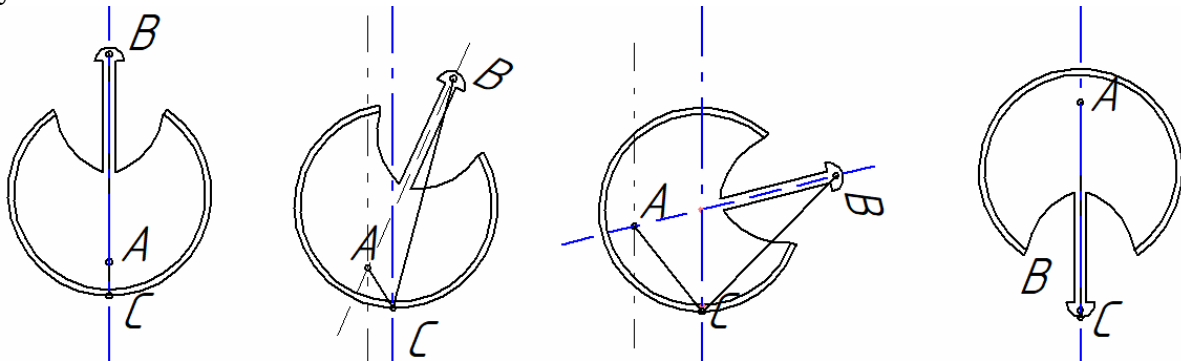


Рис. 2. Отклонение центра тяжести волчка и изменение расстояния между точкой контакта, центром масс и ножкой волчка, А – Центр тяжести, В – ножка, С – точка касания

Как видно из рисунка 1, сумма расстояний между точкой контакта, центром масс и центром контакта, и ножкой остаётся постоянной, что свидетельствует о движении первой фазы прецессии в боковом сечении по эллипсу близкому к окружности (рис. 3).

При переходе на ножку точка выходит за траекторию эллипса (окружности), но после падения скорости вращения возвращается на траекторию эллипса.

Далее рассмотрим движение центра масс волчка в плоскости сверху. Очевидно, что центр тяжести двигается по спирали, поднимаясь относительно плоскости (рис. 4).

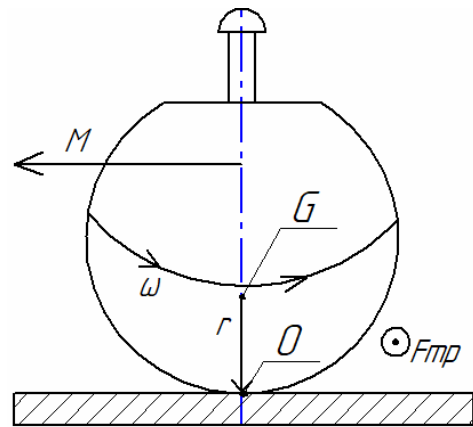


Рис. 1. Распределение основных сил при вращении волчка тип топ

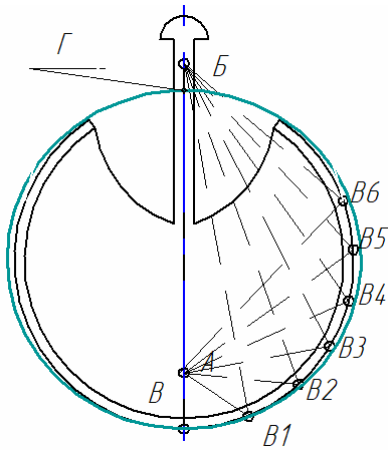


Рис. 3. Движение точки касания волчка с поверхностью относительно центра тяжести: А – центр тяжести, Б – ножка волчка, В1-В6 – совокупность точек касания, Г – зона невозможности контакта с поверхностью

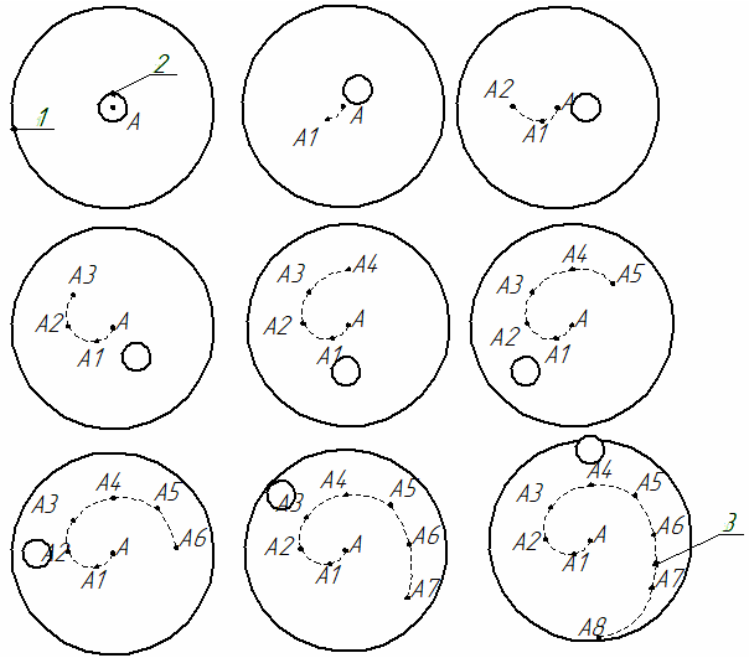


Рис. 4. Движение центра тяжести относительно начального положения центра тяжести: 1 – тело волчка, 2 – ножка, 3 – траектория движения центра тяжести, А-А8 – начальное положение центра тяжести и его движение с течением времени

Это показывает, что, зная изменение угла отклонения, угловой скорости, ускорения и скорости отклонения, можно точно измерить коэффициент трения. Однако, всё это можно свести к более простому способу, а именно, измерению коэффициента трения, исходя из гироскопического момента при движении волчка.

Энергетические зависимости

Изменение положения ножки и центра касания при прецессии волчка Томпсона приводит к тому, что его осевой момент инерции изменяется в ходе прецессии (рассматривается момент инерции относительно главной оси вращения):

$$J = \int_0^{\tau} mR^2 d\tau,$$

где τ – точный момент переворота волчка на ножку, R – габаритный радиус волчка, m – масса волчка.

Также необходимо учесть, что изменяется и R , т.к. классический китайский волчок не является идеальным шаром, а является шаром усечённым. Тогда:

$$R = \frac{dr_m}{dt},$$

где r_m – расстояние до точки касания в данный момент времени.

После переворота волчка на ножку его момент инерции не изменяется, до того момента, пока не происходит остановка волчка и его падение. Тогда момент импульса такого волчка можно записать в виде:

$$d\vec{L} = \omega \cdot J = \omega \int_0^{\tau} mR^2 d\tau.$$

Из данной формулы видно, что изменение момента инерции волчка за счёт момента силы трения (как сказано выше) изменяет его момент импульса до тех пор, пока волчок не переворачивается на ножку. Однако, устойчивое положение прецессии также зависит от скорости вращения.

Критическая угловая скорость ω зависит от моментов инерции J_x, J_z , расстояний ρ, h и веса тела P [5]:

$$\omega^2 = \frac{(h-\rho) \cdot P}{J_x \left(\frac{\rho}{h}\right) \cdot \left(\frac{J_z - \rho}{J_x - h}\right)},$$

где J_x, J_z – моменты инерции относительно основных осей симметрии, P – вес тела, ρ и h – радиус кривизны и расстояние от центра масс до точки опоры, необходимой для прецессии волчка и его отклонения от вертикального положения

Китайский волчок, раскрученный до $\omega > \omega_{кр}$ и поставленный на плоскость вертикально, будет находиться в области неустойчивости и волчок перевернется на ножку. Входящая в вышеперечисленные формулы угловая скорость ω находится выше критической, для изменения положения центра масс волчка тип-топ.

Внося этот факт в изменение потенциальной и кинетической энергии при прецессии волчка, а также приходя к полной энергии движения с помощью теоремы Кёнинга, приходим к следующим выражениям:

$$K_0 = \dot{\omega} \frac{dJ}{dt} + K_0^{rel},$$

$$T = \frac{d(\omega^T) J d\omega}{2dt} + \frac{d(\omega^T)}{dt} \cdot K_0^{rel} + T^{rel} + m g i_e^T \frac{da}{dt},$$

$$E = T + U = \frac{d(\omega^T) J d\omega}{2dt} + \frac{d(\omega^T)}{dt} \cdot K_0^{rel} + T^{rel} + m g i_e^T \frac{da}{dt}.$$

где J – тензор инерции волчка в заданном базисе относительно центра координат, K_0^{rel} – кинетический момент центра тяжести, t – изменение времени, T^{rel} – кинетическая энергия центра масс волчка, i – единичный вектор вертикали, e – единичный вектор, направленный по вектору центра масс волчка $a = \alpha \cdot e$, α – коэффициент пропорциональности.

Для осесимметричного волчка из теоремы об изменении кинетического момента необходимо учитывать первый интеграл для описания кинетического момента на вертикальную ось:

$$i^T K_0 = i^T \left(\frac{d\omega}{dt} \frac{dJ}{dt} + K_0^{rel} \right) = \frac{dK}{dt}.$$

Данные энергетические показатели дают понять, что изменение угла наклона волчка при прецессии напрямую связано с изменением его осевого и кинетического момента энергии, и возникающий при этом гироскопический момент зависит от силы, возникающей в ходе сухого трения, что позволяет говорить о перспективности создания прибора для измерения коэффициента трения и силы трения [6].

Применение в трибометрах

Можно сказать, что явления, возникающие при прецессии волчка, могут быть положены в основу конструкции трибометра. Измеряя момент, который заставляет волчок перевернуться на ножку, можно точно определить силу трения и определить коэффициент трения по зависимостям [7, 8]. Такой метод измерения позволяет провести прямое измерение коэффициента трения с большей точностью, чем существующие методы напряжений [9, 10].

Помимо непосредственного исследования трения, также возможно создание прибора, в основе которого лежат зависимости энергетического плана, в задачу которых входит измерения внешних факторов, например, перегрузки.

Технология определения коэффициента трения

На базе Астраханского государственного технического университета был разработан метод определения коэффициента трение с помощью волчка Томпсона.

Технология заключается в измерении усилий от ножки волчка при начале его прецессии (рис. 5).

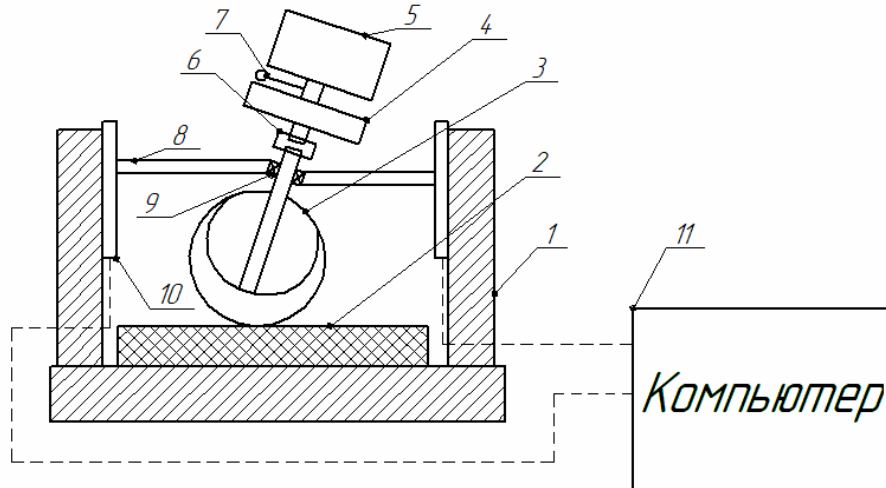


Рис. 5. Трибометр: 1 – корпус, 2 – образец, 3 – пластины, 4 – муфта, 5 – электродвигатель, 6 – расщепление, 7 – тахометр, 8 – направляющие, 9 – подшипник, 10 – тензодатчики, 11 – компьютер

Технология заключается в следующем. На неподвижный образец в ненагруженном состоянии помещают рабочее тело – волчок Томсона, рабочее тело приводят во вращение с угловой скоростью

$$\omega^2 > \frac{(h - \rho) * P}{J_x \left(\frac{\rho}{h} \right) * \left(\frac{J_z - \rho}{J_x} - \frac{\rho}{h} \right)}.$$

Затем измеряют усилие, с которым ножка волчка давит на измеритель при его отклонении от вертикального положения, обрабатывают полученные сигналы, по формуле для гироскопического момента волчка определяют силу трения и коэффициент трения:

$$\begin{cases} \vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}_{mp}], \\ \vec{F}_{mp} = f_{mp} \cdot N. \end{cases}$$

где \vec{M} – гироскопический момент, \vec{F}_{mp} – сила трения, \vec{r} – радиус вектор (расстояние) до центра тяжести волчка N – нормальная реакция опоры, f_{mp} – коэффициент трения.

Заключение

Исследование представленного волчка, в частности, его энергетических параметров и механических закономерностей его прецессии, позволяет определить движение его центра масс, а также закономерности отклонения тела при прецессии. Это позволяет использовать данные методы в измерительной технике, в частности, в трибометрах, и косвенным образом в прочих измерительных аппаратах, например, в потенциометрах, использующих трибологический подход.

Дальнейшие исследования данного вопроса позволят прояснить эксплуатационную сторону и применимость трибометров на основе волчка Томпсона в точном машиностроении.

На базе АГТУ получена технология на основе волчка Томпсона. Следующим шагом исследования является изготовление простого и надёжного прототипа трибометра и совершенствование методики измерений на его основе.

Список литературы

1. Адунко А.А., Амеликин Н.И. О предельных движениях волчка с внутренней диссипацией в однородном поле тяжести // Труды Московского физико-технического института. – 2013. – Т. 5, №2(18). – С. 126-133.
2. Журавлев В.Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // Прикладная математика и механика. – 1998. – Т. 62, №5. – С. 762-767.

3. Болотин Ю.Л., Тур А.В., Яновский В.В. Нелинейное трение как механизм генерации направленных движений // Журнал технической физики. – 2002. – Т. 72, №7. – С. 9-12.
4. Карапетян А. В. Глобальный качественный анализ динамики китайского волчка (тип-топ) // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2008. – №3. – С. 33-41.
5. Зобова А.А. Нестационарные движения двусферического китайского волчка // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – №4-2. – С. 143-144.
6. Бизяев И.А., Борисов А.В., Казаков А.О. Динамика задачи Сулова в поле тяжести: реверс и странные аттракторы // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. – 2016. – Т. 12, №2. – С. 263-287.
7. Киреенков А.А. Метод вычисления силы трения и момента сил трения в комбинированной модели сухого трения для круговых площадок контакта // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2003. – №3. – С. 51-57.
8. Киреенков А.А., Семдяев С.В. Связанные модели трения скольжения и вращения: от теории к эксперименту // Труды Московского физико-технического института. – 2010. – Т. 2, №3. – С. 174-181.
9. Гурьянов Г.Н. Методы определения коэффициента трения при волочении круглого сплошного профиля // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2016. – Т. 82, №8. – С. 60-68.
10. Емельянов Д.О., Иванов П.Ю., Дульский Е.Ю. Инновационная методика определения коэффициента трения в системе «Колодка-Колесо» // Известия Транссиба. – 2022. – №3(51). – С. 99-112.

References

1. Aduenko A.A., Amelkin N.I. On the limit motions of a top with internal dissipation in a uniform gravity field // Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology. 2013, vol. 5, no. 2(18), pp. 126-133.
2. Zhuravlev V.F. On the model of dry friction in the problem of rolling solids // Applied Mathematics and Mechanics. 1998. vol. 62, no. 5, pp. 762-767.
3. Bolotin Yu.L., Tur A.V., Yanovsky V.V., Nonlinear friction as a mechanism for generating directed motions // Journal of Technical Physics. 2002, vol. 72, no. 7, pp. 9-12.
4. Karapetyan A.V. Global qualitative analysis of the dynamics of the Chinese spinning top (tip-top) // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of a solid. 2008, no. 3, pp. 33-41.
5. Zobova A.A. Non-stationary movements of a two-spherical Chinese top // Bulletin of the Nizhny Novgorod University. N.I. Lobachevsky. 2011, no. 4-2, pp. 143-144.
6. Bizyaev I.A., Borisov A.V., Kazakov A.O. Dynamics of the Suslov Problem in a Gravity Field: Reverse and Strange Attractors // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2016, vol. 12, no. 2, pp. 263-287.
7. Kireenkov A.A. A method for calculating the friction force and moment of friction forces in a combined model of dry friction for circular contact areas // Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of solid. 2003, no. 3, pp. 51-57.
8. Kireenkov A.A., Semendyaev S.V. Coupled Models of Sliding and Spinning Friction: From Theory to Experiment // Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology. 2010, vol. 2, no. 3, pp. 174-181.
9. Guryanov G.N. Methods for determining the coefficient of friction when drawing a round solid profile // Factory laboratory material diagnostics. 2016, vol. 82, no. 8, pp. 60-68.
10. Emelyanov D.O., Ivanov P. Yu., Dulsky E.Yu. Innovative method for determining the coefficient of friction in the “Kolodka-Wheel” system // Letters Transsib. 2022, no. 3(51), pp. 99-112.

Сведения об авторах:

Information about authors:

Андреев Александр Иванович – аспирант	Andreev Aleksander Ivanovich – post-graduate
Чанчиков Василий Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Судостроение и энергетические комплексы морской техники»	Chanchikov Vasily Aleksandrovich – candidate of technical sciences, associate professor of the Department «Shipbuilding and energy complexes of marine engineering»
Славин Борис Матвеевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Механика и инженерная графика»	Slavin Boris Matveyevich – candidate of technical sciences, head of the Department «Mechanics and engineering graphics»
Перекрестов Аршавир Петрович – кандидат технических наук	Perekrestov Arshavir Petrovich – candidate of technical sciences
Козлова Ирина Алексеевна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика и инженерная графика»	Kozlova Irina Alekseevna – candidate of technical sciences, professor of the Department «Mechanics and engineering graphics»
aresut79@mail.ru	

Получена 26.11.2022