

## ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ УТОЧНЕНИЯ ПОНЯТИЯ ПЕРЕКРЫТИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Дворников Л.Т.<sup>1</sup>, Жуков И.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк;

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург

**Ключевые слова:** перекрытие зацепления, коэффициент перекрытия, зубчатая передача, эвольвентное зацепление.

**Аннотация.** Статья посвящена анализу одного из качественных параметров зубчатой эвольвентной передачи – перекрытию зацепления. Авторы критически анализируют изложение понятия «перекрытие зацепления», приводимое в современных изданиях и публикациях, обосновывая невозможность практической реализации перекрытия зубьев в эвольвентных зубчатых передачах. Материалы статьи могут послужить толчком к изменению подхода к изложению основ проектирования зубчатых механизмов.

## FUNDAMENTAL CLARIFICATIONS OF THE CONCEPT OF OVERLAPPING ENGAGEMENT OF INVOLUTE GEARS

Dvornikov L.T.<sup>1</sup>, Zhukov I.A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Siberian State Industrial University, Novokuznetsk;

<sup>2</sup>Saint-Petersburg Mining University, Saint-Petersburg

**Keywords:** gearing overlap, overlap coefficient, gear transmission, involute gearing.

**Abstract.** The article is devoted to the analysis of one of the qualitative parameters of the gear involute transmission – the overlap of engagement. The authors critically analyze the presentation of the concept of "gearing overlap" given in modern publications and publications, justifying the impossibility of practical implementation of tooth overlap in involute gears. The materials of the article can serve as an impetus to change the approach to the presentation of the basics of the design of gear mechanisms.

В учебнике академика Артоболевского И.И. «Теория механизмов и машин» [1], изданном еще при жизни автора, в разделе «Синтез трехзвенных плоских зубчатых механизмов с круглыми цилиндрическими колесами» (глава XX), при рассмотрении вопроса о проектировании эвольвентных профилей зубьев особое внимание уделено понятию дуги зацепления и коэффициенту перекрытия (§92). В частности, автор утверждает, что «если дуга зацепления будет меньше шага зацепления, то в зацеплении произойдет перерыв, и передача будет работать с ударом. Если наоборот, дуга зацепления будет больше шага зацепления, то некоторое время в зацеплении будет находиться одна пара профилей, а остальное время – две пары, может быть и более». Утверждая это, автор производит оценку события (одна или две пары зубьев в зацеплении) через коэффициент перекрытия зацепления  $\varepsilon$ , который представляется формулой

$$\varepsilon = \frac{\text{дуга зацепления}}{t} > 1, \quad (1)$$

где  $t$  – шаг зацепления,  $t = \pi \cdot m$ ,  $m$  – модуль зацепления.

Так как дуга зацепления ( $dd'$ ) (рис. 1) определяется через линию зацепления  $ab$  как  $\frac{ab}{\cos \alpha}$ , то

$$\varepsilon = \frac{ab}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha},$$

где  $\alpha$  – угол зацепления.

На рисунке 1 приведены положения зуба на входе ( $a$ ) и на выходе его из зацепления ( $b$ ). Следующий зуб колеса, геометрически отстоящий от первого на шаг  $t$ , предположительно может входить в контакт со следующим зубом второго колеса внутри дуги  $dd'$ .

Как показано выше, автор [1] утверждает, что, если шаг зацепления  $t$  менее дуги зацепления  $dd'$ , то собственно в зацеплении появляются две пары зубьев, обе из которых обеспечивают передачу мощности от первого колеса на второе.

Записывая формулу (1), автор не указывает на ее первоисточник и не поясняет, что она (формула) составлена исключительно из геометрических соображений и носит лишь сравнительный характер никак не связанных между собой параметров. Действительно, в зацеплении учитываются два геометрических параметра – дуга зацепления  $dd'$ , показанная на рисунке 1, и шаг зацепления  $t = \pi \cdot m$ , который аналитически с дугой зацепления не связан и в частных случаях может быть больше, меньше или равным дуге зацепления.

Такой геометрический подход никак не дает основания утверждать, что, если дуга зацепления больше шага, то не только первый, но и второй зуб второго колеса войдет в контакт с зубом первого колеса, т.е. появится еще один контакт между колесами, что и называется перекрытием зацепления.

Чтобы пояснить, о каких именно уточнениях процесса перекрытия зацепления будет идти речь далее в настоящей работе, в приведенном выше пояснении Артоболевского И.И. нами особо подчеркнуты утверждения автора, вызывающие сомнения. Ни до этих утверждений, ни после них автор не приводит никаких доказательств того, что вообще реально возможна ситуация одновременного входа в зацепление двух пар зубьев «и более».

Отметим, что автор учебника, на который идет ссылка, специально глубоко изучением теории зацеплений не занимался и приведенное его мнение основано на выводах прямых специалистов по этой теории, на которых мы сошлемся ниже, но важной эта ссылка является потому, что именно учебники академика Артоболевского И.И. до настоящего времени являются основополагающими в теории механизмов и именно по ним, как правило, обучаются будущие инженеры.

Рассмотрим сформулированные сомнения подробнее.

На рисунке 2,а схематически показано зубчатое зацепление двух зубчатых колес в виде рычагов 1 и 2 эвольвентного профиля. Если рычагу 1 задать движение по стрелке А, то второй рычаг получит вполне определенное движение по стрелке В, при этом между рычагами будет происходить проскальзывание по единой касательной к эвольвентам  $tt$ . Если же звено 1 будет создано в виде, показанном на рисунке 2,б, т.е. когда между звеньями 1 и 2 возникают два контакта, то обеспечить передачу движения станет невозможно.

Это обстоятельство может быть доказано, например, на основании известной формулы подвижности плоских механических систем, выведенной Чебышевым П.Л. [1, стр. 38] и имеющей вид

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где  $W$  – подвижность системы,  $n$  – число подвижных звеньев,  $p_5$  – число пар пятого класса – шарниров,  $p_4$  – число пар четвертого класса – пар зацепления.

В первом случае (рис. 2,а), когда  $n = 2$ ,  $p_5 = 2$ ,  $p_4 = 1$ , тогда  $W = 1$ , т.е. система вполне подвижна, во втором случае (рис. 2,б), когда  $n = 2$ ,  $p_5 = 2$ ,  $p_4 = 2$ , тогда  $W = 0$ , т.е. система подвижности не имеет.

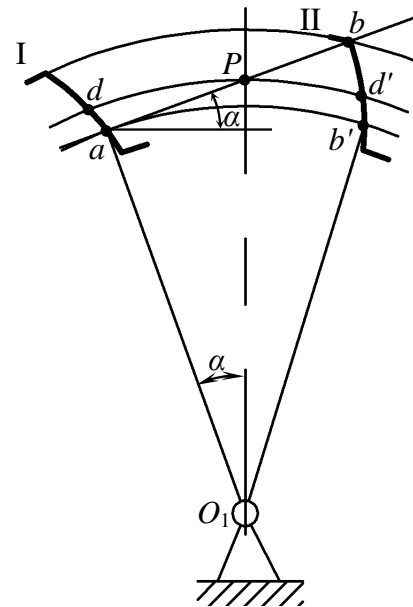


Рис. 1. Дуга и линия эвольвентного зацепления

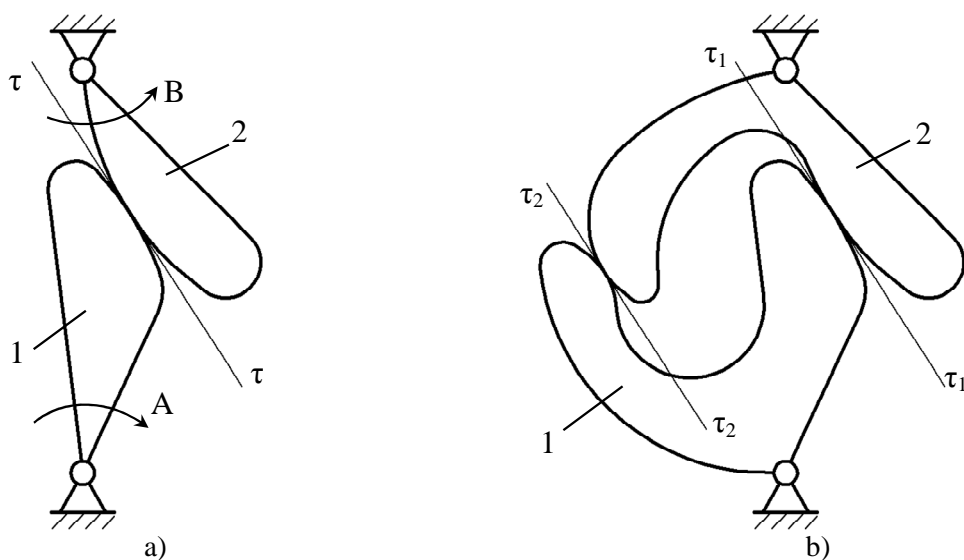


Рис. 2. Возможные схемы зубчатого зацепления

Казалось бы, этого доказательства вполне достаточно, чтобы утверждать, что перекрытия зацепления в эвольвентных зубчатых передачах достичь невозможно. Если изготовить такую передачу с гарантированным контактом двух пар зубьев, то система эта не сможет проворачиваться.

На стр. 459-460 в [1] приводится подробный расчет размеров зубчатой передачи из условия отсутствия подрезания зуба малого колеса. Весь расчет содержит девять пунктов. Что касается первых восьми, то их необходимость и достоверность не вызывают сомнений, а вот определение коэффициента перекрытия зацепления передачи – девятый пункт, во-первых, никак не исходит из первых восьми, а, во-вторых, никаким образом не поясняется. В нем без каких-либо подтверждений сообщается, что при коэффициенте перекрытия передачи  $\epsilon = 1,43$  в зацеплении находятся 43% времени две пары зубьев, а 57% времени одна пара. Но согласно приведенному выше пояснению такого события произойти не может. Как только вторая пара зубьев войдет в контакт, система остановится, расклинится. Как же обеспечивается непрерывность движения?

Технологически, при нарезании эвольвентных зубьев колес зубонарезной рейкой, естественно зуб рейки выполняется из более прочного материала. На этом основании можно утверждать, что нарезаемый зуб приобретает геометрические размеры, соответствующие размеру зуба рейки. После нарезания зубья обязательно «исправляются», т.е. подвергаются доводке – дополнительной обработке, а именно, шлифовке, притирке и т.п., при этом неизбежно теряют свой первоначальный размер. В монографии академика Бруевича Н.Г. [2] при рассмотрении вопросов точности размеров зубьев эвольвентных колес указывается, что любой размер колес неизбежно изменяется на величину не менее  $(-x)$ , т.е. в отрицательную сторону. Учитывая это, можно утверждать, что когда зуб одного колеса входит в зацепление с зубом другого колеса и ему задается поворот вокруг оси вращения, то между рассматриваемыми зубьями с тыльной их стороны от точки касания неизбежно присутствует зазор. Если во время поворота зуба, в зону зацепления входит второй зуб, то необходимо гарантированно исключить возможность его контакта с зубом другого колеса. При этом первый зуб ведущего колеса будет опираться на первый зуб второго колеса, заставляя его двигаться, а у второго зуба первого колеса, входящего в зону возможного контакта со вторым зубом второго колеса, не будет возможности непосредственного контакта с зубом ведущего колеса. Таким образом, утверждение в [1] о том, что «в остальное время в зацеплении находятся две пары или более», является неосуществимым.

Казалось бы, эта неосуществимость перекрытия зацепления, т.е. невозможность одновременного входа в соприкосновение более одной пары зубьев при передаче мощности в редукторах вполне очевидна и нет надобности ее дополнительно обсуждать, однако изучение

взглядов на этот вопрос многих широко известных специалистов – зубчатников, заставляет не просто об этом упомянуть, а дополнительно привести неопровержимые доказательства особенностей самого так называемого процесса перекрытия.

Обратимся ко мнениям по этому вопросу классиков по проблемам зубчатых зацеплений, таких как Литвин Ф.Л. [3], Гавриленко В.А. [4], Кудрявцев В.Н. [5]. Но прежде обратим внимание на мнение по этому вопросу академика Бруевича Н.Г., уже упомянутого выше. Им достаточно глубоко была изучена теория неизбежных ошибок при нарезании колес эвольвентного зубчатого зацепления. При этом, он не мог не обратить особого внимания на процесс перекрытия зацепления. В частности, он отметил, что из-за неточностей изготовления зубьев колес «при степени перекрытия, большей единицы, в зацеплении постоянно может оказываться только одна пара зубьев», т.е., вроде бы, по его мнению, вторая пара зубьев в зацепление войти не может. Однако далее, совершенно не имея на то оснований, он поясняет, что «при отрицательной ошибке шага ведущего колеса следующая пара войдет в зацепление в том случае, когда зуб у ведомого колеса сможет разместиться в уменьшенной впадине ведущего», т.е. автор никак не отвергает самого факта входа в зацепление второй пары зубьев. Казалось бы, предположение, что «зуб у ведомого колеса сможет разместиться в уменьшенной впадине ведущего» может означать как раз то, что между зубьями неизбежен зазор, но автор почему-то делает иной вывод. Он утверждает, что, «Если степень перекрытия больше единицы, то, теоретически, в зацеплении может находиться и больше одной пары». И далее он пишет, что выведенные им формулы определения ошибок неточности пары зубьев оказываются пригодными при любой степени перекрытия, хотя из приведенного исследования ошибок изготовления зубьев автор должен был сделать категорически иной вывод, а именно о том, что коэффициент перекрытия зацепления не может достичь значения даже единицы, а тем более "любой степени перекрытия". Единственно, что мог иметь в виду автор, так это то, что второй зуб входит в зону возможного контакта, но не входит непосредственно в контакт со вторым зубом. В этом случае важно уточнить, что собственно перекрытие зацепления означает реальное вхождение в соприкосновение двух пар зубьев. Видимо, учитывая особый авторитет академика Бруевича Н.Г., никто из исследователей позже не нашел нужным эту проблему изучить более глубоко.

Обратим далее внимание на мнение по рассматриваемому вопросу профессора Литвина Ф.Л., суждения которого специалистами по зубчатым зацеплениям признаются как классические. В [3, стр. 237] он поясняет: «коэффициент перекрытия (коэффициент одновременного зацепления) представляет отношение пути, пройденного точкой касания пары профилей по линии зацепления, к шагу между этими профилями». Т.е. он вполне определенно считает, что одновременно в контакте могут находиться две пары зубьев. Буквально он записывает, что «корректирование профилей зубьев производится для получения двухпарного зацепления в полюсе», и тем самым без каких-либо логических доказательств подтверждает возможность перекрытия, т.е. одновременного вхождения в контакт двух пар зубьев.

В 1969г. издательством «Машиностроение» была издана книга [4] профессора В.А. Гавриленко, заведующего кафедрой теории механизмов и машин МВТУ им. Н.Э. Баумана, «Основы теории эвольвентной зубчатой передачи», являющегося одним из ведущих специалистов теории зацеплений в СССР. В этой работе автор достаточно большое внимание уделил проблеме перекрытия зацепления. В частности он пишет: «Если дугу зацепления по любой окружности ... какого-либо колеса разделить на величину шага ..., то это отношение будет называться коэффициентом перекрытия зубчатой передачи (или продолжительностью зацепления)». Далее автор утверждает: «Если положить  $\epsilon=1,5$ , то ... можно прийти к выводу, что за время зацепления одной пары зубьев нагрузка передается ею только в течение 50% времени зацепления, а в остальные 50% времени – двумя парами зубьев. Если  $\epsilon=2$ , то это значит, что в зубчатой передаче находятся одновременно в зацеплении всегда две пары зубьев. И так далее». Здесь очень важно завершение утверждения, а именно – «и так далее». Это, видимо, означало, что может одновременно входить в зацепление не только две пары

зубьев, но и более. Из этого следует, что само это явление – перекрытие зацепления автором не было исследовано сколько-нибудь глубоко, в результате чего автор делает более широкое заявление, приведенное им в [4] на стр. 50 в виде: «в случае, если необходимо передавать большие усилия (большие мощности), ... то эти передачи осуществляют с высоким коэффициентом перекрытия ( $\epsilon=5\div 10$  и более)...». Последнее утверждение практически нельзя даже осмыслить, но это, видимо, давало последователям автора быть уверенным в особой значимости проблемы перекрытия зацепления.

Обратимся ко мнению по этому вопросу профессора Кудрявцева В.Н., являющегося также непререкаемым авторитетом в области исследований в частности эвольвентного зубчатого зацепления. В его учебнике [5] для студентов машиностроительных вузов «Детали машин», издательства «Машиностроение», Ленинградское отделение, 1980г., дается определение коэффициента перекрытия  $\epsilon_\alpha$  с уточнением, что это перекрытие торцевое, и что коэффициент перекрытия определяется сложно, по зависимости

$$\epsilon_\alpha = \epsilon_{\alpha 1} + \epsilon_{\alpha 2}$$

без пояснения физической сущности слагаемых этого выражения.

Далее на стр. 266 им указывается на то, что контактная прочность передачи зависит от  $\epsilon_\alpha$ , «увеличиваясь с его ростом». Таким образом, автор фактически утверждает, что коэффициент перекрытия вполне может быть отличным от единицы, т.е. быть больше единицы, что соответствует утверждению о том, что одновременно в зацеплении может быть не только одна пара зубьев. Более того, автор прямо показывает, что прочность эвольвентного зацепления, выраженная через «контактные напряжения  $\sigma_H$ », зависит от  $\epsilon_\alpha$  прямопропорционально.

Приведенные выше ссылки на мнения широко известных специалистов, естественно, могут показаться современным, начинающим исследователям устаревшими и к настоящему времени потерявшими актуальность. Однако авторы настоящей работы вполне отдавали себе отчет в том, что поднятая проблема своей значимости не только не потеряла, а напротив, стала принципиально требующей полного осмысления. Чтобы это подтвердить, покажем, как рассматриваемая задача излагается в современных, изданных крупными тиражами учебниках, рекомендуемых в настоящее время обучающимся по проблеме зубчатых зацеплений. Назовем наиболее популярные ныне учебники и монографии.

Уже в нынешнем, двадцать первом веке, в 2004 году в издательстве «Автоматизированное проектирование машин – АПМ» профессором Шелофастом В.В. была издана книга «Основы проектирования машин» в 30 печатных листов, получившая широкую известность. Проблема перекрытия эвольвентного зацепления в ней излагается абсолютно так же, как она излагалась в трудах вышеназванных ученых. В частности в ней (стр. 295) рекомендуется, – «Для прямозубой передачи общий коэффициент торцевого перекрытия должен быть не менее 1,2» и поясняется, – «практически это означает, что 20% времени работы передачи в контакте будут находиться два зуба, а остальное время – один».

Позже, в 2019г. в изданном профессором Тимофеевым Г.А., 3-ем издании, переработанном и дополненном книги «Теория механизмов и машин, учебник и практикум для прикладного бакалавриата», издатель Юрайт, 368с., записывается буквально следующее, – «Коэффициент перекрытия учитывает непрерывность и плавность зацепления в передаче. Такие качества передачи обеспечиваются перекрытием работы одной пары зубьев работой другой пары. Для этого каждая последующая пара зубьев должна войти в зацепление еще до того, как предшествующая пара выйдет из зацепления». Из этого описания следует, что автор вполне убежден в том, что событие входа второй пары зубьев в контакт между собой не только вполне возможно, но и является необходимым.

Покажем также, что в статье «Методы получения зубчатых передач», изданной в сборнике статей VI Международной научно-практической конференции «Инновационное развитие науки и образования», Пенза, Издательство: «Наука и Просвещение», 2019г. А.И. Чикуновым, И.В. Чудиновым, И.П. Орловым, Б.М. Изнаировым о перекрытии зацепления

записано буквально следующее: «Теоретически минимальное значение коэффициента перекрытия для прямозубых колес  $\varepsilon=1,98$ ». Это записывается как само собой разумеющееся и даже никак не поясняется. Фактически авторы утверждают этим, что постоянно передается движение через соприкосновение двух пар зубьев. Одна пара находится в зацеплении всего 0,02 времени зацепления. Из этого следует, что авторы ситуацию, показанную нами на рисунке 2,b, не разделяют.

Сошлемся еще на одну работу, изданную в текущем 2020 году, а именно учебник «Техническая механика» под редакцией профессора Э.Я. Живаго, издательство «Лань», Санкт-Петербург, Москва, Краснодар. В этом учебнике на странице 260 в параграфе «Расчет цилиндрических передач» рекомендуется принимать коэффициент торцевого перекрытия равным  $\varepsilon_a=1,6$ . Т.е. у авторов учебника нет сомнений в том, что коэффициент перекрытия может достигать таких значений.

Всё вышеприведенное свидетельствует о том, что к настоящему времени суждение о перекрытии зацепления в эвольвентных зубчатых передачах, сложившееся еще во второй половине двадцатого века, не имеет под собой сколько-нибудь серьезного научного обоснования и, безусловно, требует принципиального пересмотра.

При разных  $O_1P$  и  $O_2P$  редукция в зацеплении

определяется выражением  $\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{O_1A}{O_2B}$ .

Зафиксируем на линии зацепления точки  $A_1$  и  $B_1$  первого колеса, скорости которых известны, и определим скорости точек  $A_2$  и  $B_2$  второго колеса

$$\vec{V}_{A_2} = \vec{V}_{A_1} + \vec{V}_{A_2A_1},$$

где  $V_{A_1} = \omega_1 l_{O_1A_1}$ ,  $\vec{V}_{A_1} \perp O_1A_1$ ,  $\vec{V}_{A_2A_1} \parallel O_1A_1$ ,

$$\vec{V}_{B_2} = \vec{V}_{B_1} + \vec{V}_{B_2B_1},$$

где  $V_{B_1} = \omega_2 l_{O_2B_1}$ ,  $\vec{V}_{B_1} \perp O_2B_1$ ,  $\vec{V}_{B_2B_1} \parallel O_2B_1$ ,

из которых определяется направление и величина скоростей относительного проскальзывания зубьев  $\vec{V}_{A_2A_1}$  и  $\vec{V}_{B_2B_1}$ .

Из построенного видно, что скорости относительного проскальзывания колес в точках  $A_1$  и  $B_1$  направлены в противоположные стороны по отношению к линии зацепления. Они становятся равными, а именно нулевыми лишь в точке полюса  $P$ .

Покажем, как вполне корректно должна рассматриваться поднятая проблема. На рисунке 3 показано эвольвентное зацепление двух колес, установленных в опорах  $O_1$  и  $O_2$ . Зная размеры колес, можно найти точку полюса зацепления  $P$ . Проведенная из полюса под углом  $\alpha$  линия – есть линия зацепления колес. Перпендикуляры, опущенные из центров колес на линию зацепления, фиксируют точки  $A$  и  $B$ , именно на этом участке  $AB$  линии зацепления происходит взаимодействие колес.

Если теперь обратиться к проблеме перекрытия зацепления, то потребуется рассмотреть одновременно и точку  $A_1$  и точку  $B_1$ . Именно в них взаимодействуют по две пары зубьев и в них, вроде как, должно произойти перекрытие зацепления. Но это перекрытие невозможно по двум причинам. Во-первых, скорости относительного проскальзывания  $\vec{V}_{A_2A_1}$  и  $\vec{V}_{B_2B_1}$  разные

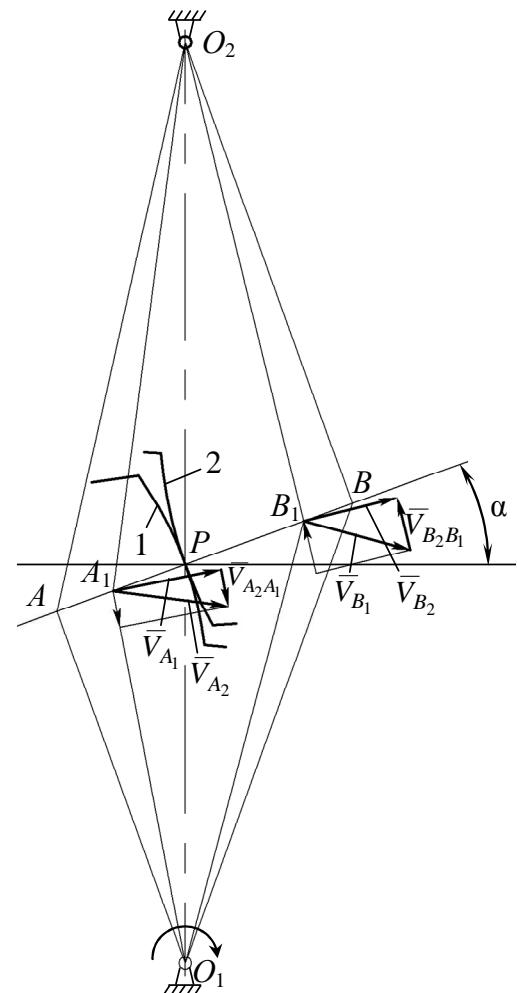


Рис. 3. Картины относительных скоростей эвольвентного зацепления

по величине и направлены в противоположные стороны, а, во-вторых, второй контакт в зацеплении двух колес, как это показано на рисунке 2, привел бы к расклиниванию колес. Проворот рассмотренного зацепления со скоростями  $\bar{V}_{A_2A_1}$  и  $\bar{V}_{B_2B_1}$  мог бы произойти лишь относительно точки полюса  $P$ , но колеса закреплены в опорах  $O_1$  и  $O_2$ . Чтобы движение системы продолжилось, необходимо оставить возможность точкам  $A_1$  и  $A_2$  колес пройти между собой без соприкосновения друг с другом. Между ними необходимо обеспечить зазор. То есть, при взаимодействии зубьев в точке  $B_1$ , контакт их в точке  $A_1$  не допустим. Именно в этой точке зубья огибают друг друга, не имея непосредственного контакта, что обеспечивается изготовлением всех элементов зацепления с относительными размерами в  $(-x)$ .

Чтобы зубчатое зацепление работало удовлетворительно, между зубьями ведущих и ведомых колес должны быть такие зазоры, при которых все зубья без исключения являлись бы свободными, то есть после сборки двух сцепляющихся колес, между ними наличествовал бы люфт одного колеса относительно другого. Такой люфт может быть обеспечен уменьшением толщины зуба при их нарезании. Этому способствует и процесс доводки поверхностей зубьев. В результате, при нагружении передачи усилия взаимодействия зубьев концентрируются точно, а зазоры с их тыльной стороны увеличиваются за счет упругих деформаций зубьев. Таким образом, никакого второго контакта зубьев происходить не может, а это значит, что не может быть и перекрытия зацепления.

Обратим внимание еще и на то, что при рассмотрении проблемы перекрытия зацепления никто из перечисленных выше авторов не связывал это перекрытие с точностью изготовления зубчатых колес. В практике зубонарезания большое внимание уделяется проблеме допусков и посадок. В частности, точность зацепления определяется величиной бокового зазора между зубьями, который заранее предусматривается [10, стр. 838] «для размещения в нем слоя смазки, компенсации температурных деформаций, ... погрешностей изготовления и монтажа». То есть в реальном подготовленном к эксплуатации зацеплении боковые поверхности зубьев отделены боковым зазором.

Уже из этого следует, что если первый зуб первого колеса непосредственно передает движение на первый зуб второго колеса, то между вторыми зубьями колес гарантировано наличествует зазор, через который невозможно соприкосновение вторых зубьев передачи.

Кроме изложенного, отметим, что невозможно добиться того, чтобы выход первой пары зубьев колес из зацепления происходил в тот же момент, когда войдет в зацепление вторая пара зубьев. Никакая точность изготовления зубьев этого не обеспечит. На этом основании неизбежно размыкание зацепления. Однако это явление в работе передачи проходит без каких-либо осложнений, без ударов, чему препятствуют инерционные силы, приобретаемые колесами.

Всё вышеизложенное доказывает, что в зацеплении эвольвентных зубчатых колес нельзя получить более одного контакта зубьев. Появление по каким-либо причинам второго контакта неизбежно приведет к взаиморасклиниванию и остановке передачи, как это показано выше на рисунке 2. При этом естественны ситуации, когда вторые зубья, образующие зацепление колес, входят в зону возможных контактов, но при этом неизбежно появляются между ними зазоры, позволяющие им пройти по их траекториям без соприкосновения друг с другом, и с различными по величине и направлению скоростями смещений. В момент, когда первый контакт зубьев выйдет из зоны контактов, второй зуб первого колеса входит в непосредственный контакт со вторым зубом второго колеса, а в тот момент, когда выходит из зоны зацепления второй контакт, входят в контакт третьи пары зубьев колес. Повторим – постоянно существует единственный контакт зубьев, все остальные возможные контакты разделены зазорами и реализуются в непосредственный контакт в строго определенных положениях. Эти возможные, но не реализуемые контакты легко отследить, они не могут быть названы "зацеплением", то есть, когда в проанализированных выше исследованиях вводится понятие "перекрытие зацепления", то при этом делается принципиальная ошибка. В действительности происходит не перекрытие зацепления, т.е.

появление нового зацепления, а перекрытие относительных смещений – траекторий. Как только это становится вполне понятным и очевидным, оказывается бессмысленным даже предполагать о том, что в зацепление одновременно может входить более одной пары зубьев.

Обратим еще раз внимание на то, что формула (1), по которой производится определение коэффициента перекрытия зацепления, аналитического вывода не имеет, она позволяет лишь сравнивать между собой два геометрических параметра, а именно дугу зацепления  $\overset{\cup}{dd'} = \frac{ab}{\cos \alpha}$  с шагом  $t = \pi \cdot m$ , аналитически между собой никак не связанных, и нет никаких оснований по величине  $\varepsilon$  судить о возможном физическом явлении – перекрытии зацепления. Что же физически может означать  $\varepsilon > 0$ ? Это означает лишь, что траектория движения точки колеса оказалась геометрически больше шага, но это событие на взаимодействие колес никак не отражается, зубья между собой при этом расходятся, не соприкасаясь, за счет появляющегося там зазора.

Всё изложенное выше позволяет повторить, что, когда по формуле (1) определяется  $\varepsilon$  и оно получает значение более единицы, то это вовсе не означает, что в зацеплении могут быть две пары зубьев. Это лишь свидетельствует о том, что при соприкосновении (зацеплении) первой пары зубьев, вторая пара зубьев через неизбежно возникающий зазор свободно смещаются друг относительно друга, не соприкасаясь. В принципе, можно подобрать такие размеры колес, когда в зону возможных контактов входит и следующая – третья пара зубьев, но при этом касание зубьев второй и третьей пары невозможно.

Тем не менее, важно отчетливо понимать ситуацию, когда коэффициент перекрытия, определенный по формуле (1), может принимать различные значения  $1 < \varepsilon < 2$ . Есть смысл особо рассмотреть пять случаев, а именно  $\varepsilon \leq 1$ ,  $\varepsilon = 1,1 \div 1,4$ ,  $\varepsilon = 1,5$ ,  $\varepsilon = 1,6 \div 1,9$  и  $\varepsilon = 2$ .

При  $\varepsilon < 1$  неизбежно событие, при котором какое-то время контакт между зубьями отсутствует и движение обеспечивается инерцией.

Безусловно, наиболее предпочтительным является случай, когда  $\varepsilon = 1$ . Это означает, что каждый зуб ведущего колеса всегда находится в зацеплении с каждым зубом ведомого колеса, а это значит, что износ зубьев оказывается равномерным для всех зубьев и по всей их поверхности от впадины до головки.

В случае, если  $\varepsilon = 1,1 \div 1,4$ , зацепление не прерывается, но оно передается от 90 до 60% лишь первым зубом и от 10 до 40% лишь вторым зубом.

При  $\varepsilon = 1,5$  в зацеплении находятся и первый, и второй зубья друг за другом по 50% времени.

С увеличением  $\varepsilon$  от 1,6 до 2 всё в меньшей степени в работу передачи включается второй зуб, а при  $\varepsilon = 2$  второй зуб вовсе не входит в зацепление, сразу после первого входит в зацепление третий зуб. Эти рассуждения могут быть продолжены до полного прояснения проблемы перекрытия траекторий движения колес зубчатых передач.

Повторим, что реально само перекрытие зацепления невозможно, а возможно лишь перекрытие траекторий движения, при этом происходит так, что вторая пара зубьев уже идет по линии, на которой возможно зацепление, но предыдущая пара, находясь в зацеплении, не позволяет второй паре войти собственно в зацепление.

По реальному значению  $\varepsilon$  можно достаточно точно определить, какие именно участки зубьев сцепляющихся колес оказываются рабочими, то есть передают крутящий момент от колеса к колесу.

Всё изложенное выше дает основание утверждать, что используемое до настоящего времени в теории зубчатых передач понятие перекрытия зацепления не имеет ни научного, ни практического смысла, и может быть исключено из употребления.

#### Список литературы

1. Артоболевский И.И. теория механизмов и машин. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 640 с.
2. Бруевич Н.Г. Точность механизмов. – М.: Гостехиздат, 1946. – 332с.



3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1968. – 584 с.
4. Гавриленко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. – Изд. 2-е, перераб. – М.: Машиностроение, 1969. – 432 с.
5. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение: Ленингр. отд-ние, 1980. – 464 с.
6. Шелофаст В.В. Основы проектирования машин. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Изд-во АПИМ, 2005. – 471 с.
7. Тимофеев Г.А. Теория механизмов и машин: учебник и практикум для прикладного бакалавриата. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во Юрайт, 2019. – 368 с.
8. Чикунов А.И. Методы получения зубчатых передач / А.И. Чикунов, И.В. Чудинов, И.П. Орлов, Б.М. Изнаиров // Сборник статей VI Международной научно-практической конференции «Инновационное развитие науки и образования». – Пенза: Изд-во «Наука и Просвещение», 2019. – С. 111-114.
9. Техническая механика: учебник / Л.Н. Гудимова, Ю.А. Епифанцев, Э.Я. Живаго, А.В. Макаров; под ред. Э.Я. Живаго. – СПб.: Лань, 2020. – 324 с.
10. Допуски и посадки: Справочник: В 2 ч. / В.Д. Мягков, М.А. Палей, А.Б. Романов, В.А. Брагинский; Под ред. В.Д. Мягкова. – 5-е изд., перераб. и доп. – Часть 2. – Ленинград: Машиностроение: Ленингр. отд-ние, 1979. – 1032 с.

### References

1. Artobolevsky I.I. Theory of mechanisms and machines. – М.: Science, Main ed. phys.-mat. lit., 1975. – 640 p.
2. Bruevich N.G. Accuracy of mechanisms. – М.: Gostekhizdat, 1946. – 332 p.
3. Litvin F.L. Theory of gears. – 2nd ed., reprint and additional. – М.: Science, 1968. – 584 p.
4. Gavrilenko V.A. Fundamentals of the theory of involute gear transmission. – 2nd ed., reprint. – М.: Mechanical Engineering, 1969. – 432 p.
5. Kudryavtsev V.N. Machine parts. – L.: Mechanical Engineering: Leningr. branch, 1980. – 464 p.
6. Shelofast V.V. Fundamentals of machine design. – 2nd ed., reprint and additional. – М.: Publ. house of APM, 2005. – 471 p.
7. Timofeev G.A. Theory of mechanisms and machines: textbook and workshop for applied bachelor's degree. – 3rd ed., reprint and additional. – М.: Publ. house Yurayt, 2019. – 368 p.
8. Chikunov A.I. Methods of obtaining gears / A.I. Chikunov, I.V. Chudinov, I.P. Orlov, B.M. Iznairov // Collection of articles of the VI International scientific and Practical Conference "Innovative development of science and education". – Penza: Publ. house "Science and Education", 2019. – P. 111-114.
9. Technical mechanics: textbook / L.N. Gudimova, Yu.A. Epifantsev, E.Ya. Zhivago, A.V. Makarov; edited by E.Ya. Zhivago. – SPb.: Lan, 2020. – 324 p.
10. Admissions and landings: Handbook: In 2 parts / V.D. Myagkov, M.A. Paley, A.B. Romanov, V.A. Braginsky; Edited by V.D. Myagkov. – 5th ed., reprint and additional. – Part 2. – Leningrad: Mechanical Engineering: Leningr. Branch, 1979. – 1032 p.

#### *Сведения об авторах:*

#### *Information about authors:*

<b>Дворников Леонид Трофимович</b> – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры механики и машиностроения	<b>Dvornikov Leonid Trofimovich</b> – doctor of technical sciences, professor, professor of Department of mechanics and mechanical engineering
<b>Жуков Иван Алексеевич</b> – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры машиностроения	<b>Zhukov Ivan Alekseevich</b> – doctor of technical sciences, associate professor, professor of Department of mechanical engineering
tmmiok@yandex.ru	

Получена 28.04.2022