

## **АНАЛИЗ МЕТОДИК ОЦЕНКИ КОНСТАНТ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ МОДЕЛИ ДЖОНСОНА-ХОЛМКВИСТА ПРИ РАСЧЕТЕ ИХ ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ**

*Нилов А.С., Галинская О.О., Краснов В.И.*

*Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург*

**Ключевые слова:** хрупкие материалы, модель Джонсона-Холмквиста, константы модели Джонсона-Холмквиста, экспериментальное определение констант.

**Аннотация.** Приведены базовые положения феноменологической модели Джонсона-Холмквиста (JH-2). Показано, что практическое использование этой модели для прогнозирования динамических свойств для конкретных видов хрупких материалов требует решения сложной задачи – определения конкретных значений входящих в модель характеристик и констант данных материалов. Проведен системный анализ экспериментальных и расчетно-экспериментальных методик, которые могут быть использованы для оценки всего комплекса данных, требуемых для численного моделирования динамического разрушения хрупких материалов.

## **ANALYSIS OF METHODS FOR ESTIMATING THE CONSTANTS OF BRITTLE MATERIALS FOR THE JOHNSON-HOLMQUIST MODEL IN CALCULATING THEIR DYNAMIC FRACTURE**

*Nilov A.S., Galinskaja O.O., Krasnov V.I.*

*Baltic State Technical University "VOENMEH", Saint-Petersburg*

**Keywords:** brittle materials, Johnson-Holmquist model, Johnson-Holmquist model constants, experimental determination of constants.

**Abstract.** The basic provisions of the phenomenological model of Johnson-Holmquist (JH-2) are given. It is shown that the practical use of this model for predicting the dynamic properties for specific types of brittle materials requires solving a complex problem - determining the specific values of the characteristics and constants of these materials included in the model. A systematic analysis of experimental and computational-experimental techniques has been carried out, which can be used to evaluate the entire set of data required for numerical simulation of the dynamic fracture of brittle materials.

### **Введение**

Различные современные модели поведения и разрушения твердых материалов с хрупким характером поведения при нагружении находят широкое применение в различных областях промышленности: военной (например, при создании и отработке различных новых защитных структур на основе керамики с улучшенными свойствами и более широкой областью применения [1-3]), гражданского и военного строительства (для рационального и надежного проектирования динамически нагруженных конструкций на основе бетона [4, 5]), горнодобывающей отрасли и горном строительстве (при оптимизации взрывных работ, в основе которых лежат знания о моделях разрушения и фрагментации различных горных пород при динамическом воздействии [6, 7]), машиностроительной и др.

Одним из путей повышения эффективности, с одной стороны, создаваемых новых динамически стойких конструкций, ускорения процесса подбора используемых материалов, их геометрии и структурного состава, с другой стороны, взрывных работ при горном строительстве и добычи полезных ископаемых, является отработка проектируемых изделий и процессов с помощью современных программных продуктов, в основе которых лежат различные модельные представления о поведении различного рода конструкционных материалов с хрупким характером поведения при высокоскоростном воздействии.

На текущий момент времени существуют десятки разновидностей и модификаций моделей разрушения твердых, и в том числе хрупких материалов. В общем виде модели, описывающие их разрушение, можно условно разделить на модели, основанные на микрофизических, энергетических и феноменологических критериях.

Наиболее яркими представителями микрофизического подхода являются модели Rajendran-Groove [8] и Addesio-Johnson [9]. Эти модели успешно используются для моделирования одномерных задач деформирования и разрушения хрупких материалов с широким диапазоном изменения скоростей динамического воздействия. Однако они практически не применимы при решении многомерных крупномасштабных задач.

Согласно энергетическим критериям кинетическая энергия поражающего элемента поглощается различными механизмами деформации и разрушения преграды и самого поражающего элемента. Так в работе [10] предложен подход по аналитическому определению предельной скорости пробивания комбинированной преграды, основанный на теории волн и энергетического баланса между кинетической энергией поражающего элемента и энергией, поглощаемой за счет деформации и разрушения и их развития в различные временные интервалы. В данную модель также включены механизмы эрозии и деформации поражающего элемента.

Особенностью горных пород, бетона, керамики и других хрупких материалов является существенное различие их прочности при сжатии и растяжении, связанное с образованием трещин при низком уровне пластических деформаций. Моделирование и расчет в хрупком материале процесса трещинообразования сопряжено с чрезвычайными вычислительными трудностями, поэтому особую роль приобретают модели непрерывно повреждающегося материала, отражающие процесс эволюции его свойств феноменологическим образом. Параметры такого рода феноменологических моделей подлежат определению на основе результатов экспериментальных исследований. Эти модели нашли наибольшее применение в моделировании и компьютерном численном решении задач разрушения материалов с хрупким характером поведения при высокоскоростном ударе.

Среди моделей данного типа можно выделить модели Уилкинса [11], Друкера-Прагера [12], Дешпанда-Эванса [13], Денуола-Форкуина-Хилда [14], Джонсона-Холмквиста [15], ее модификации – модель Джонсона-Холмквиста-Бесселя [16] и др. Тем не менее, в инженерных расчетах наибольшее практическое применение на текущий момент времени нашла модель Джонсона-Холмквиста.

Далее в работе будут рассмотрены основные особенности математической формулировки модели Джонсона-Холмквиста и приведены результаты системного анализа экспериментальных и расчетно-экспериментальных методик оценки характеристик и констант хрупких материалов, необходимых для построения и практического использования модели.

### **1. Базовые положения модели Джонсона-Холмквиста**

Модель Джонсона-Холмквиста широко используется для проведения расчетов динамики деформирования и разрушения материалов при ударе с помощью различных коммерческих пакетов, таких как ANSYS Autodyn, ABAQUS Explicit, LS-DYNA (с 1996 года решатель LS-DYNA встроен в пакет программ ANSYS). При этом рассматриваются два типа ее интерпретации – линеаризованная (модель JH-1) и нелинейная (JH-2). Главным отличием модели JH-2 является учет повреждаемости материала при нагружении, в то время как в модели JH-1 материал не «размягчается» вплоть до определенного уровня нагружения, а затем разрушение происходит мгновенно. На рисунках 1 и 2 приведены зависимости, описывающие изменение параметров прочности, разрушения и давления сжатия для хрупкого материала в уравнениях модели Джонсона-Холмквиста (JH-1 и JB-2 соответственно) [17].

Математическая формулировка модели Джонсона-Холмквиста (JB-2) имеет следующий вид. В исходном состоянии материал предполагается изотропным и упругим, так что напряжения  $\sigma_{ij}$  связаны с деформациями  $\varepsilon_{ij}$  законом Гука:

$$\sigma_{ij} = -p(\mu)\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $G$  – модуль сдвига, а давление  $p$  является функцией объемного сжатия  $\mu$ :

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1, \quad (2)$$

где  $\rho_0$  и  $\rho$  – начальная и текущая плотности материала соответственно. Конкретный вид этой функции определяется уравнением состояния, которое в модели имеет полиномиальную форму:

$$p(\mu) = \begin{cases} K_1\mu + K_2\mu^2 + K_3\mu^3 + \Delta p & \text{при } p > 0 \quad (\text{сжатие}) \\ K_1\mu & \text{при } p < 0 \quad (\text{растяжение}) \end{cases}, \quad (3)$$

где  $\Delta p$  – рассчитываемый на каждом временном шаге инкремент давления, связанный с потерями внутренней (упругой) энергии при приращении параметра поврежденности,  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$  – константы материала, где  $K_1$  – это изотермический модуль объемного сжатия.

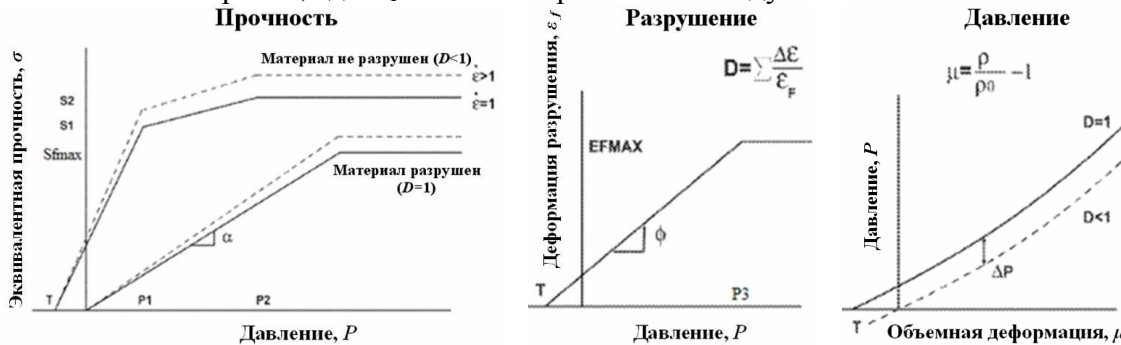


Рис. 1. Зависимости, описывающие параметры в уравнении Джонсона-Холмквиста (JB-1) – комментарии к зависимостям приведены в тексте

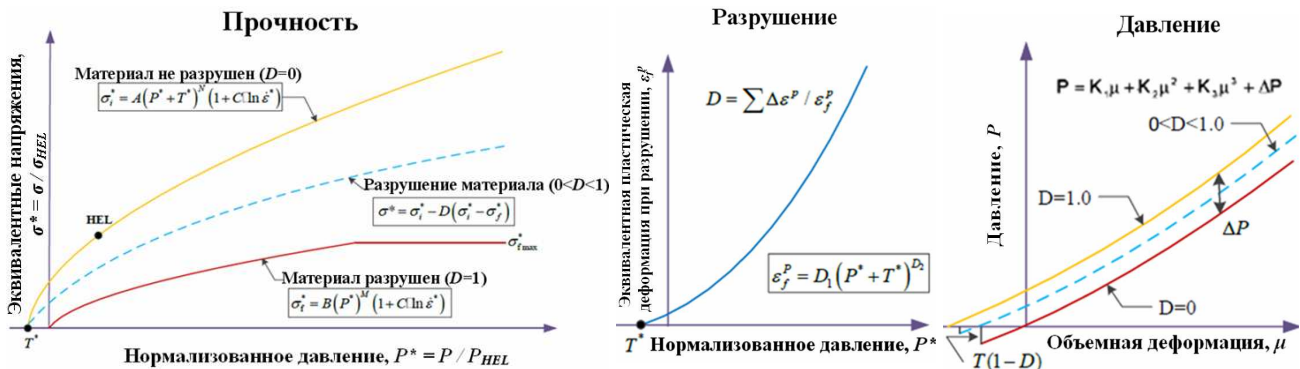


Рис. 2. Зависимости, описывающие параметры в уравнении Джонсона-Холмквиста (JB-2) – комментарии к зависимостям приведены в тексте

Нормализованные эквивалентные напряжения течения для исходного (неповрежденного)  $\sigma_i^*$  и полностью поврежденного  $\sigma_f^*$  материалов определяются по формулам:

$$\sigma_i^* = A(p^* + T^*)^N (1 + C \ln \varepsilon^*), \quad (4)$$

$$\sigma_f^* = B(p^*)^M (1 + C \ln \varepsilon^*), \quad (5)$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $N$  и  $M$  – параметры материала,  $p^*$  и  $T^*$  – нормализованные значения давления и максимального давления (предела прочности  $T_{max}$  при гидростатическом растяжении) соответственно.

Отмеченные звездочкой величины представляют собой отношение действующих эквивалентных напряжений и давления к этим же величинам, определенным на динамическом пределе упругости (HEL):

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma_{HEL}}, \quad p^* = \frac{p}{P_{HEL}}, \quad T^* = \frac{T_{max}}{P_{HEL}}. \quad (6)$$

$\dot{\varepsilon}^* = \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_0}$  – безразмерная скорость деформации,  $C$  – коэффициент скорости деформации.

Результаты экспериментальных исследований показывают, что для хрупких материалов, например, керамики, эта зависимость очень слабая –  $C \approx 10^{-3} \div 10^{-2}$ .

Промежуточные условия течения строятся на основе линейной интерполяции

$$\sigma^* = \sigma_i^* - D(\sigma_i^* - \sigma_f^*), \quad (7)$$

коэффициентом в которой служит скалярный параметр поврежденности  $D$ , эволюционирующий от  $D = 0$  до  $D = 1$  в соответствии с кинетическим уравнением:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_f^{pl}} \frac{d\varepsilon^{pl}}{dt},$$

$$\varepsilon_f^{pl} = D_1(p^* + T^*)D^{D_2}, \quad (8)$$

где  $D_1$  и  $D_2$  – параметры материала,  $\varepsilon_f^{pl}$  – эквивалентная пластическая деформация.

Уравнение скалярного параметра поврежденности  $D$  в рамках численного интегрирования по времени сводится к выражению

$$D = \sum \frac{\Delta\varepsilon^{pl}}{\varepsilon_f^{pl}},$$

где суммирование осуществляется по всем инкрементам эквивалентной пластической деформации  $\Delta\varepsilon^{pl}$ .

При этом следует отметить, что предложенные Джонсоном и Холмквистом величины характеристик и констант для различных типов хрупких материалов (керамики, бетона, гранита, угля и др.) стали своего рода эталоном, который на текущий момент времени активно применяют многие исследователи. Тем не менее, очевидно, что влияние структуры материала, состава, технологии его изготовления, условий проведения эксперимента существенно влияют на выходные характеристики исследуемого материала. В работе [18] показано, что, например, для SiC-керамики, значения многих характеристик, определенных различными авторами, существенно отличаются. Так величина предела упругости Гюгонио (HEL) определялась в диапазоне от 8 до 15 ГПа, модуль упругости – от 232 до 437 ГПа, плотность – от 3150 до 3280 кг/м<sup>3</sup> и т.д.

Поэтому предлагаемые Джонсоном и Холмквистом характеристики и константы надо рассматривать в целом как некоторые справочные значения. Таким образом, при использовании этой модели для каждого конкретного материала должен проводиться широкий комплекс экспериментальных исследований по определению их характеристик и констант.

Таким образом, в основе численного решения задачи деформирования и разрушения хрупких материалов, в частности материалов горных пород, в рамках модели Джонсона-Холмквиста лежит экспериментальное или расчетно-экспериментальное определение следующих характеристик материала или его констант:  $\rho_0$  – начальная плотность,  $G$  – модуль сдвига,  $A$  – нормализованная когезионная прочность,  $B$  – нормализованное упрочнение под действием давления,  $C$  – коэффициент скорости деформации,  $N$  – показатель степени упрочнения под действием давления,  $M$  – показатель прочности при разрушении,  $\varepsilon_0$  – референсная скорость деформации (как правило,  $\varepsilon_0 = 1,0 \text{ с}^{-1}$ ),  $HEL$  – эластичный предел прочности Гюгонио,  $\sigma_{HEL}$  – динамическая прочность HEL,  $T_{max}$  – предел гидравлической прочности при растяжении,  $\mu_{HEL}$  – коэффициент объемной деформации HEL,  $P_{HEL}$  – давление HEL,  $D_1$  и  $D_2$  – постоянные разрушения,  $K_1, K_2, K_3$  – постоянные давления, где  $K_1$  – модуль объемного сжатия.

Для определения постоянных модели Джонсона-Холмквиста необходимо проведение следующих четырех типов испытаний: квазистатического одноосного сжатия,

квазистатического трехосного сжатия, динамического одноосного сжатия и динамического сжатия в обойме. С методологической точки зрения все исследования параметров материала удобно разбить на две группы: (1) оценка параметров прочности и разрушения; (2) оценка параметров давления сжатия.

## 2. Определение параметров прочности и разрушения материала

Оценка характеристик прочности и разрушения материалов с хрупким характером поведения включает ряд исследований, которые должны выполняться в следующей последовательности.

1. Определение начальной плотности  $\rho_0$  образцов проводится на основании соответствующих ГОСТов, разрабатываемых для каждого конкретного типа материала.

2. Модуль сдвига  $G$  определяется из зависимости

$$G = E / (2(1+\nu)),$$

где  $E$  – модуль упругости при сжатии,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Значения  $E$  и  $\nu$  определяют при проведении испытаний на одноосное сжатие, которое можно реализовать на установке при проведении испытаний на трехосное сжатие, при отсутствии гидравлического давления.

3. Динамическая прочность образцов  $\sigma_{HEL}$  может быть определена через непрерывную регистрацию профилей скорости свободной или контактной поверхности исследуемых хрупких образцов в процессе нагружения с помощью лазерного доплеровского измерителя скорости свободной и контактной поверхностей VISAR (Velocity Interferometric System for Any Reflection) [19] (рис. 3) с использованием газовой пушки для проведения ударных импульсных испытаний. Для регистрации скорости контактной поверхности может использоваться, например, водяное окно (отражение лазерного излучения от алюминиевой фольги) и окно из монокристаллического LiF.

Тогда  $\sigma_{HEL}$  можно определить по формуле [20]:

$$\sigma_{HEL} = \frac{1}{2} \rho_0 C_l U_{fs}^{HEL}, \quad (9)$$

где  $C_l$  – продольная скорость звука и  $U_{fs}^{HEL}$  – скорость свободной поверхности на упругом предвестнике.

Продольная скорость звука  $C_l$  может определяться с помощью неразрушающей ультразвуковой техники через скорость отраженного сигнала

$$C_l = 2d / t_l,$$

где  $d$  – толщина образца;  $t_l$  – время между двумя соседними отраженными сигналами.

С другой стороны продольная скорость звука может быть определена аналитически из уравнения

$$C_l = \sqrt{(K_1 + (4/3G)) / \rho_0} = \sqrt{E(1-\nu)/(1-2\nu)(1+\nu)\rho_0}. \quad (10)$$

Прочность разрушенного хрупкого материала может быть определена через проведение динамического эксперимента со снятием сигнала с помощью доплеровского измерителя скорости поверхностей VISAR. Через разность максимальных и минимальных скоростей на поверхности  $\Delta U_{fs}$  (см. рис. 3) определяется прочность разрушенного материала  $\sigma_{sp}$ :

$$\sigma_{sp} = \frac{1}{2} \rho_0 C_l \Delta U_{fs}$$

где  $\Delta U_{fs}$  – разность максимальных и минимальных скоростей на поверхности.

Тогда максимальная нормализованная прочность  $\sigma_{fmax}^*$  определяется по формуле

$$\sigma_{fmax}^* = \sigma_{sp} / \sigma_{HEL} \quad (11)$$

4. С увеличением скорости нагружения эквивалентная прочность материала, как правило, снижается. Коэффициент влияния скорости нагружения ( $C$ ) определяется через проведение статических и динамических экспериментов на объемное сжатие образцов при одной и той же объемной деформации при разных скоростях нагружения (рис. 4). Эти исследования могут быть реализованы с использованием газовой пушки для проведения ударных импульсных испытаний.

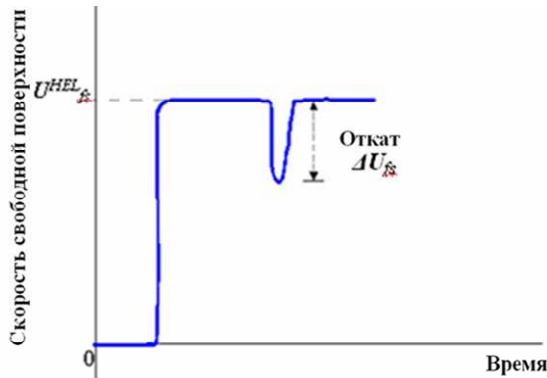


Рис. 3. Типичная диаграмма изменения скорости свободной поверхности при ударе, определенная с помощью доплеровского измерителя скорости поверхностей VISAR

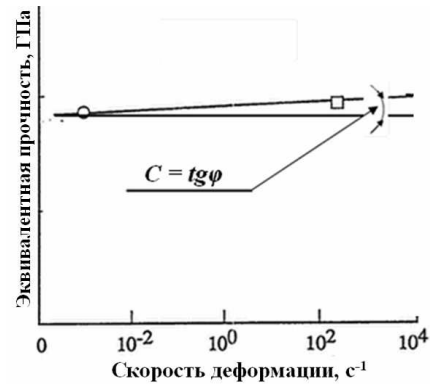


Рис. 4. Зависимости изменения эквивалентной прочности хрупкого материала от скорости нагружения

В основе одномерного расчета номинальной скорости деформации  $\varepsilon(t)$  в образце по методу Кольского на сжатие с разрезным стержнем Гопкинсона положен принцип определения отраженной волны при ударе:

$$\varepsilon(t) = -\frac{2C_c}{L} \varepsilon_r(t), \quad (12)$$

где  $L$  – начальная длина образца,  $\varepsilon_r(t)$  – отраженная волна растяжения,  $C_c$  – скорость волны в инструментальных стержнях, определяемая как

$$C_c = \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c}},$$

где  $E_c$  и  $\rho_c$  – модуль Юнга и плотность материала инструментального стержня.

5. Значения констант материала  $A$  и  $N$  в уравнении (4) могут быть получены при испытании на трехосное сжатие по методике, приведенной в работе [21], согласно которой цилиндрические образцы одновременно нагружаются осевой нагрузкой и гидравлическим давлением. Тогда эквивалентные напряжения в образце определяются из уравнения Мизеса  $\sigma_{экр} = \sigma_1 - \sigma_3$  (для случая  $\sigma_2 = \sigma_3$ ), а давление  $P = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ . После нормализации  $\sigma_{экр}$  и  $P$  получаем зависимость  $\sigma_i^* = f(P^*)$ , по которой определяем  $A$  и  $N$ .

6. Моментом полного разрушения ( $D=1$ ) образцов из хрупкого материала предлагается считать достижения осевой деформации  $\varepsilon_{fmin}$ . Для этого проводится отдельное исследование, при котором цилиндрические образцы нагружают до 70% от их прочности на одноосное сжатие, а затем разгружают до нуля с той же скоростью. Далее нагружение повторяется, и интенсивность его снижается, уменьшаясь на 10% в каждом цикле, пока образец не будет разрушен. При этом определяется деформация  $\varepsilon_{fmin}$ , при которой образец полностью разрушен (рис. 5) [6].

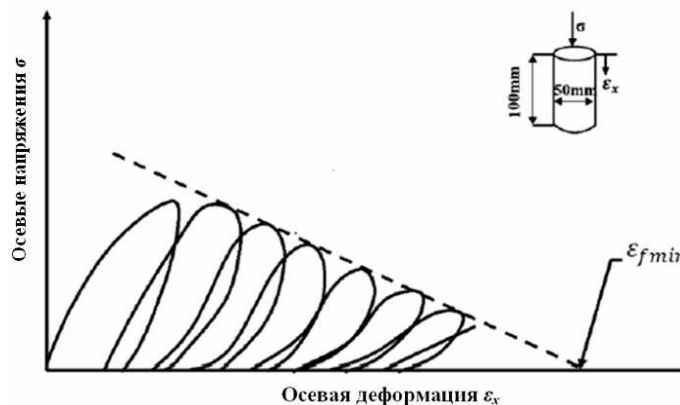


Рис. 5. Пример определения  $\varepsilon_{fmin}$

Значения констант материала  $B$  и  $M$  в уравнении (5), соответствующего нагружению полностью разрушенного материала, также могут быть определены на тех же образцах, что и при проведении испытаний на трехосное сжатие после нахождения констант  $A$  и  $N$ . Таким образом, достигнув на первом этапе трехосного нагружения деформации  $\varepsilon_{fmin}$ , образец разгружается и начинается повторное нагружение с получением зависимости  $\sigma_f^* = f(P^*)$ , по которой определяются коэффициенты  $B$  и  $M$ . Нагружение проводится до достижения значения  $\sigma_{fmax}^*$ .

7. Максимальное гидростатическое давление при растяжении  $T_{max}$  может быть определено несколькими методами. Согласно первому методу  $T_{max}$  рассчитывается на основе динамической прочности на растяжение, рассматриваемой как откольная прочность при испытаниях на плоский удар. Динамическая прочность хрупкого материала на растяжение может быть определена с помощью испытаний на ударную пластину, и она равна растягивающему напряжению в начальное время зарождения трещин при растяжении, возникновение которых сопровождается уменьшением величины продольной волны. Также величина  $T_{max}$  может быть определена из «Бразильского теста» [22], согласно которому цилиндрические образцы сжимаются перпендикулярно их оси, а в плоскости, параллельной сжимающим плоскостям, возникают растягивающие напряжения, определяемые по формуле

$$T_{max} = 2P_{max} / \pi dh,$$

где  $P_{max}$  – сжимающая нагрузка,  $d$  – диаметр образца,  $h$  – длина образца.  $T^*$  находится по формуле (6).

8. Повреждение ( $D$ ) описывает переход от прочности неповрежденного материала к разрушенному. Под постоянным давлением повреждения начинают накапливаться, когда материал начинает пластически течь. Когда материал полностью поврежден  $D=1$ . Параметры повреждения  $D_1$  и  $D_2$ , используемые Джонсоном и Холмквистом, напрямую не измеримы. Вместо этого применяется числовая корректировка и подгонка для получения значений  $D_1$  и  $D_2$  после общих результатов расчета.

Тем не менее, в первом приближении, принимая  $D_2=1$ , зная  $T^*$ , и что  $P^*=1/6$  при  $\varepsilon_{fmin}$ , подставляя в формулу (8), находим  $D_1 = \varepsilon_{fmin} / (1/6 + T^*)$  [23].

### 3. Оценка параметров давления сжатия в материале

Оценка давления сжатия хрупких материалов включает ряд последовательно выполняемых исследований.

1. Коэффициенты  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , определяющие зависимость давления  $P$  от коэффициента объемного сжатия  $\mu = V/V_0 - 1$ , могут быть определены через проведение различных типов экспериментов. При этом объемный модуль  $K_1$  определяется из зависимости

$$K_1 = E / (3(1-2\nu)). \quad (13)$$

Зависимость  $P = f(\mu)$  определяется через проведение экспериментальных исследований при объемном сжатии материала, где давление находится через средние значения объемного напряжения (давления) ( $\sigma_m = P$ ) для осевого ( $\sigma_x$ ) и трансверсального ( $\sigma_y$ ) напряжений:

$$\sigma_m = (\sigma_x + 2 \sigma_y) / 3.$$

Проведение экспериментов по определению механических характеристик хрупких материалов при трехосном сжатии может быть реализовано для двух условий нагружения: статическом и динамическом.

Статическое трёхосное сжатие проводится на образцах цилиндрической формы, которые помещаются в испытательную ячейку Хука, на специализированном оборудовании. Внутри ячейки образец помещают в герметичную мембрану и подвергают воздействию гидравлического давления, а затем его испытывают под воздействием осевой нагрузки. На поверхности образца закрепляются тензорезисторы, которые используются для автоматического считывания в режиме реального времени и определения различных параметров: радиальной деформации в сочетании с осевой деформацией для вычисления коэффициента Пуассона; величин (зависимостей) нагружения относительно осевой и радиальной деформации; величины максимального нагружения или разрушения; модуля

Юнга, измеряемого на кривой осевой деформации; величин максимальной нагрузки при трехосном сжатии.

Полученные при трехосном нагружении зависимости  $\sigma_m$  от  $\mu$ , которая рассчитывается через определение осевых и трансверсальных деформаций с помощью размещенных на образце тензодатчиков, дают возможность определить коэффициенты  $K_2$  и  $K_3$ .

Другой расчетно-экспериментальный вариант определения коэффициентов  $K_2$  и  $K_3$ , приведенный в работе [7], основан на решении системы уравнений скорости ударной волны и законов сохранения масс и моментов (при этом  $\mu_{HEL}$  определен):

$$u_S = S \cdot u_P + C_0 \text{ (m/s)}, \quad (14)$$

$$\rho_0 u_S = \rho(u_S - u_P) \text{ – закон сохранения масс}, \quad (15)$$

$$P = \rho u_P(u_S - u_P) = \rho_0 u_S u_P \text{ – закон сохранения моментов}. \quad (16)$$

где  $u_S$  – скорость ударной волны,  $u_P$  – скорость частицы,  $C_0$  – объемная скорость звука,  $S$  – коэффициент, аппроксимирующий наклон прямой;

$$C_0 = \sqrt{C_l^2 - \frac{4}{3}C_s^2}, \quad (17)$$

где  $C_l = \sqrt{\frac{(K_1 - \frac{4G}{3})}{\rho_0}}$  и  $C_s = \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}$  – продольная и трансверсальная скорость волны в материале соответственно.

Тогда подставляя в (16) уравнения (14) и (15) и зная, что  $\mu = \rho / \rho_0 - 1$  получаем

$$P = \frac{\rho_0 C_0^2 \mu (1 + \mu)}{(1 - (S - 1)\mu)^2}. \quad (18)$$

Зная  $\rho_0$ ,  $C_0$ ,  $\mu_{HEL}$ ,  $P_{HEL}$  и подставляя их в уравнение (18) находим  $S$ . Тогда задаваясь  $\mu$  находим соответствующее  $P$  и строим зависимость  $P = f(\mu)$ , откуда находим значения коэффициентов  $K_2$  и  $K_3$ .

В работе [24] предлагается расчетно-экспериментальный подход определения зависимости давления от коэффициента объемного сжатия через определение величин внедрения алмазного индентора в материал и значений приложенной нагрузки. При этом авторы отмечают высокую чувствительность метода от размеров индентора, качества поверхности образца и др.

Определение трансверсальных напряжений при ударном сжатии проводят с помощью датчика из манганина, размещаемого в комбинированном образце из исследуемого материала на установке, моделирующей высокоскоростной удар (например, газовой пушки) (рис. 6) [25].

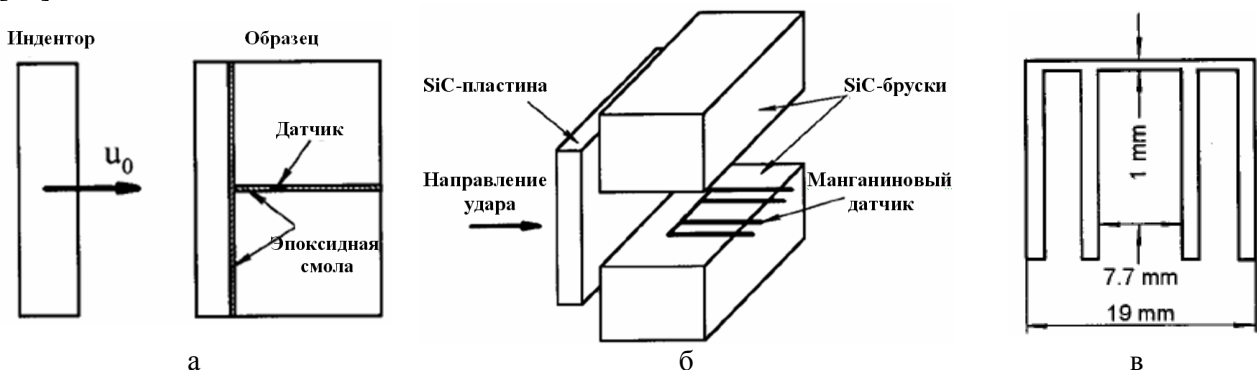


Рис. 6. Схема проведения эксперимента по определению трансверсальных напряжений в образце из SiC при сжатии: а – общий вид образца; б – расположение манганинового датчика; в – манганиновый датчик

При трансверсальном деформировании образца, соответственно изменяется начальное электрическое сопротивление манганинового датчика, изменение  $\Delta R$  которого определяется с



помощью осциллографа. Зная тарировочные зависимости изменения коэффициента объемного сжатия  $\mu$  и трансверсальных напряжений  $\sigma_y$  от относительного изменения электрического сопротивления датчика  $((R - R_0)/R_0)$  может быть построена зависимость  $\sigma_y = f(\mu)$ . Значения осевых напряжений  $\sigma_x$  как функция от  $\mu$  определяются экспериментально (в том числе и автономно), например, через проведение динамического эксперимента со снятием сигнала с помощью доплеровского измерителя скорости поверхностей VISAR. На рисунке 7 приведены в качестве примера зависимости  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_m) = f(\mu)$  для монолитного SiC при импульсном ударном воздействии, по которым определяют коэффициенты  $K_2$  и  $K_3$ .

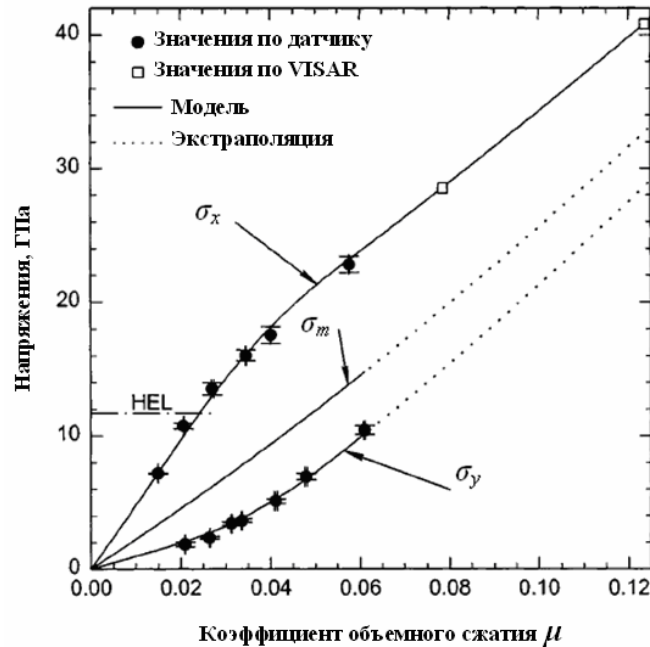


Рис. 7. Зависимости  $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_m) = f(\mu)$  для монолитного SiC при импульсном ударном воздействии [24]

Как отмечают авторы, полученные результаты имеют отклонение не более 7% от испытаний при изостатическом сжатии.

2. Для хрупких материалов соотношение между эквивалентным напряжением  $\sigma_{HEL}$  и гидростатическим давлением  $P_{HEL}$  определяется выражением [26]:

$$P_{HEL} = \frac{C_l^2 \sigma_{HEL}}{2C_s^2}, \quad (19)$$

где  $C_l$  и  $C_s$  – продольная и трансверсальная скорость волны в материале соответственно.

3.  $HEL$  – предел упругости Гюгонио, важное понятие, обозначающее чистое сжимающее напряжение (содержащее гидростатическое давление и девиаторные компоненты напряжений), при которых одномерная ударная волна с одноосной деформацией превышает предел упругости материала. Для хрупких материалов соотношение между эквивалентным напряжением  $\sigma_{HEL}$  и гидростатическим давлением  $P_{HEL}$  через  $HEL$  записывается через соотношение [7]:

$$\sigma_{HEL} = 3/2 (HEL - P_{HEL}). \quad (20)$$

Тогда подставляя (19) в (20) получаем

$$HEL = 2/3 \sigma_{HEL} (1 + C_l^2 / C_s^2) \quad (21)$$

4. Определение коэффициента объемной деформации  $\mu_{HEL}$  возможно двумя способами – когда известны коэффициенты  $K_1, K_2, K_3$  и когда нет.

В первом случае, зная  $HEL$  и коэффициенты  $K_1, K_2, K_3$ , находим коэффициент объемной деформации  $\mu_{HEL}$  из зависимости [15]:

$$HEL = K_1 \mu_{HEL} + K_2 \mu_{HEL}^2 + K_3 \mu_{HEL}^3 + \frac{4}{3} G \left( \frac{\mu_{HEL}}{1 + \mu_{HEL}} \right) = P_{HEL} + \Delta P. \quad (22)$$

Во втором случае  $\mu_{HEL}$  определяется из зависимости

$$HEL = P_{HEL} + \frac{4}{3}G \left( \frac{\mu_{HEL}}{1 + \mu_{HEL}} \right).$$

$$\text{Тогда } \mu_{HEL} = \frac{3(HEL - P_{HEL})}{4G - 3(HEL - P_{HEL})}. \quad (23)$$

Далее из уравнения (22) можно найти коэффициенты  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ .

### Заключение

В работе приведены базовые положения феноменологической модели Джонсона-Холмквиста (JH-2), нашедшей наиболее широкое применение для проведения расчетов деформирования и разрушения при ударе хрупких материалов, в частности различных горных пород. Показано, что практическое использование этой модели для прогнозирования динамических свойств конкретных видов хрупких материалов требует решения сложной задачи – определения конкретных значений входящих в модель характеристик и констант данных материалов. В работе проведен системный анализ экспериментальных и расчетно-экспериментальных методик, которые могут быть использованы для оценки всего комплекса данных, требуемых для численного моделирования динамического разрушения хрупких материалов. Практическое использование приведенных методик позволяет на основе численного исследования по модели Джонсона-Холмквиста проводить отработку и создание наиболее эффективных для конкретных условий эксплуатации и динамического разрушения хрупких материалов при минимальных экспериментальных, временных и материальных затратах.

### Список литературы / References

- Келина И.Ю., Ленский В.В., Голубева Н.А., Чикина А.А., Параносенков В.П., Посыпкина Л.А. Ударопрочная керамика на основе карбида кремния // Огнеупоры и техническая керамика. – 2010. – № 1-2. – С. 17-24.
  - Kelina I.Yu., Lensky V.V., Golubeva N.A., Chikina A.A., Paranosenkov V.P., Posypkina L.A. Impact-resistant ceramics based on silicon carbide // Refractories and technical ceramics. 2010, no. 1-2, pp. 17-24.
- Medvedovski E. Alumina ceramics for ballistic protection: Part 1 // American Ceramic Society Bulletin. 2002, vol. 81, no. 3, pp. 27-32.
- Гаршин А.П., Кулик В.И., Нилов А.С. Ударопрочные керамики на основе технической керамики: достижения и перспективы повышения их баллистической эффективности // Новые огнеупоры. – 2016. – №4. – С. 53-67.
  - Garshin A.P., Kulik V.I., Nilov A.S. Shock-resistant materials based on commercial grade ceramic: achievement and prospects for improving their ballistic efficiency // Refractories and Industrial Ceramics. 2016, vol. 57, no. 2, pp. 207-219.
- Holmquist T.J., Johnson G.R., Cook W.H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures // I Proc. 14th Int. Symp. Ballistics. Quebec City, Canada. 1993, vol. 2, pp. 591-600.
- Mata G.A. Evaluation of concrete constitutive models for impact simulations: Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science mechanical engineering. – Albuquerque, New Mexico: The University of New Mexico, 2017. – 116 p.
- Xie B., Yan Zh., Y.Du et al. Determination of Holmquist–Johnson–Cook constitutive parameters of coal: laboratory study and numerical simulation // Processes. 2019, vol. 7(6): 386. DOI: 10.3390/pr7060386.
- Wang J., Yin Y., Luo C. Johnson–Holmquist-II (JH-2) constitutive model for rock materials: parameter determination and application in tunnel smooth blasting // Applied Science. 2018, vol. 8(9): 1675. DOI: 10.3390/app8091675.
- Rajendran A.M. Modeling the impact behavior of ad85 ceramic under multiaxial loading // International Journal of Impact Engineering. 1994, vol. 15(6), p. 749-768.
- Addressio F.L., Johnson J.N. A constitutive model for the dynamic response of brittle materials // Journal of Applied Physics. 1990, vol.67, pp. 3275-3286. doi.org/10.1063/1.346090.
- Niranjan N., Santosh K., Ratnaveer D., Makarand J., Kiran A. An energy-based model for ballistic impact analysis of ceramic-composite armors // International Journal of Damage Mechanics. 2013, vol. 22(2), pp. 145-187. DOI: 10.1177/1056789511435346.
- Wilkins M.L. Computer simulation of dynamic phenomena. – Springer-Verlag, 1999. – 246 p.
- Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis for limit design // Quart. Appl. Math. 1952, no. 2, pp. 157-165.

13. Deshpande V.S., Evans A.G. Inelastic Deformation and Energy Dissipation in Ceramics: A Mechanism-Based Constitutive Model // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2008, vol. 56, iss. 10, pp. 3077-3100. DOI: 10.1016/J.JMPS.2008.05.002
14. Denoual C., Hild F. A damage model for the dynamic fragmentation of brittle solids // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2000, vol. 183, iss. 3-4, pp. 247-258.
15. Johnson G.R., Holmquist T.J. A computational constitutive model for brittle materials subjected to large strains, high strain rates and high pressure // Shock Wave and High Strain Rate Phenomena in Materials / Ed. by M.A. Meyers, L.E. Murr, K.P. Staudhammer, M. Dekker. – N.Y.: AIP Press, 1992. – 1075 p.
16. Johnson G.R., Holmquist T.J., Beissel S.R. Response of aluminum nitride (including phase change) to large strains, high strain rates and high pressures // Journal of Applied Physics. 2003, vol. 94(3), pp. 1639-1646. DOI:10.1063/1.1589177.
17. Johnson G.R., Holmquist T.J. Response of boron carbide subjected to large strains, high strain rates, and high pressure // Journal of Applied Physics. 1999, vol. 85, no. 12, pp. 8060-8073.
18. Holmquist T.J., Rajendran A.M., Templeton D.W., Bishnoi K.D. A Ceramic armor material database // TARDEC Technical Report №13754, 1999. – 228 p.
19. Martin S.R. Experimental characterization of the effect of microstructure on dynamic behavior of SiC: Dissertation for the degree master of science in mechanical engineering. – Georgia institute of technology, 2004. – 99 p.
20. Joshi K.D., A.S., Gupta S.C. Development velocity interferometer system for any reflector for measurement of mechanical properties of materials during high strain rate compression and decompression process. – Bhabha atomic research centre, Mumbai, India, 2011. – 33 p.
21. Wilkins M.L., Cline C.F., Honodel C.A. Fourth progress report of light armor program // Report No. UCRL-50694, Lawrence Livermore National Laboratory, 1969. – 62 p.
22. ASTM D3967-95a. Standard test method for splitting tensile strength of intact rock core specimens.
23. Holmquist T.J., Johnson G.R., Cook W.H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates and high pressures // Material of 14-th Ballistic international symposium: Vol. 2. Warhead mechanisms, terminal ballistics. – Quebec, Canada, 1993. – P. 591-600.
24. Holmquist T.J., Wereszczak A.A. Using Hertzian indentation to understand the strength and ballistic resistance of silicon carbide // International Journal of Applied Ceramic Technology. 2010, vol. 7, no. 5, pp. 625-634.
25. Feng R., Raiser G.F., Gupta Y.M. Material strength and inelastic deformation of silicon carbide under shock wave compression // Journal of Applied Physics. 1998, vol. 83(1), pp. 79-86.
26. Nellis W.J. Dynamic compression of materials: Metallization of fluid hydrogen at high pressures // Reports on Progress in Physics. 2006, vol. 69, pp. 1479-1580. DOI: 10.1088/0034-4885/69/5/R05.

*Сведения об авторах:*

*Information about authors:*

<b>Нилов Алексей Сергеевич</b> – кандидат технических наук, доцент	<b>Nilov Aleksey Sergeevich</b> – candidate of technical sciences, associate professor
<b>Галинская Ольга Олеговна</b> – кандидат технических наук, доцент	<b>Galinskaja Olga Olegovna</b> – candidate of technical sciences, associate professor
<b>Краснов Валерий Иванович</b> – кандидат технических наук, доцент	<b>Krasnov Valery Ivanovich</b> – candidate of technical sciences, associate professor
alexey.s.nilov@gmail.com	

Получена 31.05.2022