

## ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА НА ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ КОНСОЛЬНО ЗАКРЕПЛЕННОГО ЦИЛИНДРА

*Раков Д.В.*

*Самарский государственный технический университет, Самара*

**Ключевые слова:** связанная задача теории термоупругости, консольно закрепленный цилиндр, конвективный теплообмен, коэффициент теплоотдачи, краевой эффект, термоупругость.

**Аннотация.** В работе исследовано влияние интенсивности конвективного теплообмена на внутренней поверхности толстостенного цилиндра на его напряженно-деформированное состояние при нестационарном термомеханическом нагружении. Проведено параметрическое исследование для различных значений коэффициента теплоотдачи от 0,5 до 5000 Вт/(м<sup>2</sup>·К). Показано, что увеличение интенсивности внутреннего теплообмена приводит к росту температурного градиента через стенку цилиндра и существенному увеличению касательных напряжений в зоне консольного закрепления. Установлены критические значения коэффициента теплоотдачи, при которых упрощение граничных условий приводит к значительной погрешности в расчетах.

## THE EFFECT OF CONVECTIVE HEAT TRANSFER INTENSITY ON THE INNER SURFACE ON THE STRESS-STRAIN STATE OF A CANTILEVER CYLINDER

*Rakov D.V.*

*Samara State Technical University, Samara*

**Keywords:** coupled problem in thermoelasticity, cantilevered cylinder, convective heat transfer, heat transfer coefficient, boundary effect, thermoelasticity.

**Abstract.** This study investigates the effect of convective heat transfer intensity on the inner surface of a thick-walled cylinder on its stress-strain state under transient thermomechanical loading. A sensitivity analysis was conducted for various values of the heat transfer coefficient ranging from 0.5 to 5000 W/(m<sup>2</sup>·K). It is shown that an increase in the intensity of internal heat transfer leads to an increase in the temperature gradient across the cylinder wall and a significant increase in tangential stresses in the cantilevered support zone. Critical values of the heat transfer coefficient are determined, at which simplifying the boundary conditions leads to significant errors in the calculations.

### Введение

При проектировании цилиндрических конструкций, работающих в условиях нестационарного температурного нагружения (трубопроводы, колонны, элементы энергетических установок), существенное влияние на напряженно-деформированное состояние оказывают условия теплообмена на внутренних и внешних поверхностях. В большинстве практических задач на внутренней поверхности цилиндра реализуется конвективный теплообмен с окружающей средой, интенсивность которого характеризуется коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$ .

В существующих инженерных расчетах часто применяются упрощенные модели: внутренняя поверхность считается либо теплоизолированной ( $\alpha = 0$ ), либо имеющей заданную температуру ( $\alpha \rightarrow \infty$ ). Однако такие упрощения могут

приводить к значительным погрешностям, особенно в зонах концентраций напряжений, таких как области жесткого закрепления.

Целью настоящей работы является количественная оценка влияния коэффициента теплоотдачи на внутренней поверхности на распределение температур, перемещений и напряжений в консольно закрепленном толстостенном цилиндре при нестационарном термомеханическом нагружении.

### Постановка задачи

Рассматривается полый изотропный цилиндр высотой  $h = 1,5$  м, с внешним радиусом  $b = 0,1$  м и внутренним радиусом  $a = 0,05$  м, жестко закрепленный по нижнему торцу ( $z = 0$ ). Материал цилиндра – бетон, с характеристиками: модуль упругости  $E = 2,7 \cdot 10^{10}$  Па, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,2$ , плотность  $\rho = 2400$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент теплопроводности  $\Lambda = 10,75$  Вт/(м·К), объемная теплоемкость  $c_\varepsilon = 2,3 \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup>·К), коэффициент линейного теплового расширения материала  $\alpha_t = 1,2 \cdot 10^{-5}$  1/К.

На внешней цилиндрической поверхности ( $r = b$ ) и верхнем торце ( $z = h$ ) задано температурное воздействие, возрастающее по синусоидальному закону до  $T_{\max} = 373$  К за время  $t_{\max} = 1$  с, после чего температура поддерживается постоянной. На внутренней поверхности ( $r = a$ ) реализуется конвективный теплообмен со средой с температурой  $T_0 = 293$  К.

Исследование проводилось для пяти значений коэффициента теплоотдачи:  $\alpha_1 = 0,5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – режим, близкий к теплоизоляции;  $\alpha_2 = 5,6$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – естественная конвекция воздуха;  $\alpha_3 = 50$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – вынужденная конвекция;  $\alpha_4 = 500$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – интенсивный теплообмен с жидкостью;  $\alpha_5 = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – предельный случай, близкий к условию Дирихле.

Расчеты выполнялись аналитическим методом, приведенным в работе [1], полученным при помощи методов [2, 3] и численно в программном комплексе ANSYS [4, 5].

### Результаты исследования

Анализ распределения температуры по толщине стенки цилиндра показывает существенную зависимость от коэффициента теплоотдачи. При  $\alpha = 0,5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) внутренняя поверхность практически не охлаждается, и температурный градиент через стенку минимален: разница температур между внутренней и внешней поверхностями не превышает 15-20 К в установившемся режиме.

При увеличении  $\alpha$  до 5,6 Вт/(м<sup>2</sup>·К) градиент возрастает до 40-50 К. Дальнейшее увеличение коэффициента теплоотдачи приводит к нелинейному росту температурного перепада: при  $\alpha = 50$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) разница составляет 65 К, при  $\alpha = 500$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – 75 К, а при  $\alpha = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) внутренняя поверхность практически полностью фиксируется при температуре среды (293 К), градиент достигает максимального значения 80 К.

Важно отметить поведение температурного поля в начальный момент времени ( $t = 1 \dots 10$  с). При малых значениях  $\alpha$  температура по толщине стенки распределяется относительно равномерно, тогда как при  $\alpha = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) формируется резкий градиент: внутренняя поверхность остается холодной, в то время как внешняя быстро прогревается.

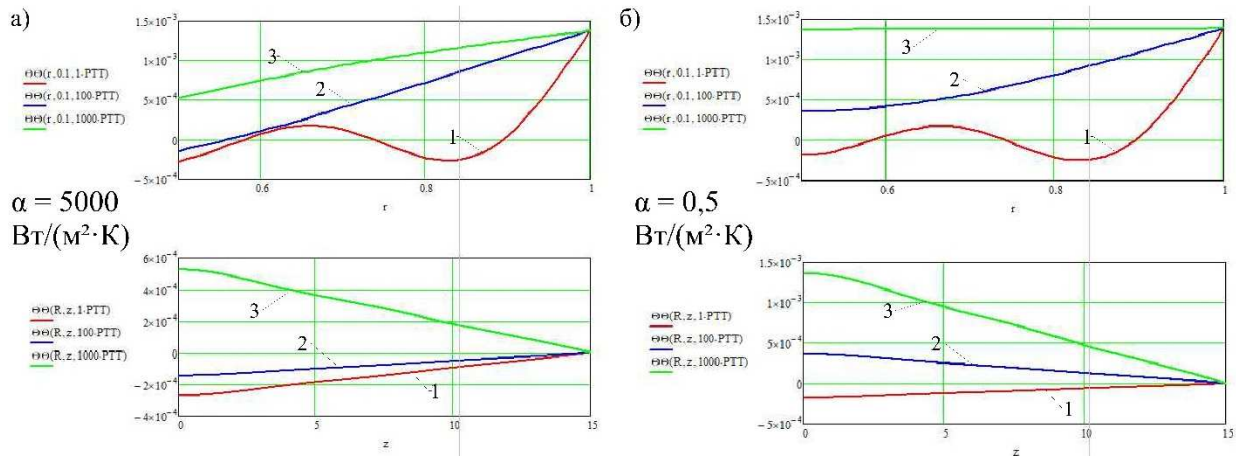


Рис. 1. Сравнение результатов расчетов температурных полей при различных коэффициентах теплоотдачи  $\alpha$ : а) температурное поле  $\theta\theta(r, z, t)$ , °C при  $\alpha = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·К); б) температурное поле  $\theta\theta(r, z, t)$ , °C при  $\alpha = 0,5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К); номера графиков соответствуют времени прогрева: 1)  $t = 1$  с, 2)  $t = 100$  с; 3)  $t = 1000$  с

Радиальные перемещения  $U(r, z, t)$  в зоне консольного закрепления ( $z = 0, 1 \dots 0,3$  м) демонстрируют прямую корреляцию с интенсивностью внутреннего теплообмена. При  $\alpha = 0,5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) максимальные радиальные перемещения в области заделки составляют 0,15 мм (при  $t = 100$  с), тогда как при  $\alpha = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) они достигают 0,45 мм – то есть увеличиваются в три раза.

Это объясняется тем, что больший температурный градиент через стенку приводит к более интенсивному неравномерному расширению материала: внешняя поверхность, нагретая до 373 К, стремится расширяться значительно сильнее, чем холодная внутренняя поверхность, что вызывает изгиб стенки и рост радиальных перемещений.

Аксиальные перемещения  $W(r, z, t)$  также возрастают с увеличением  $\alpha$ , однако в меньшей степени: при переходе  $\alpha$  от 0,5 к 5000 Вт/(м<sup>2</sup>·К) удлинение цилиндра увеличивается на 40-50%.

Наиболее существенное влияние коэффициент теплоотдачи оказывает на касательные напряжения  $\sigma_{rz}$  в плоскости консольного закрепления. Именно эти напряжения ответственны за развитие краевого эффекта и являются критическими для прочности конструкции.

При  $\alpha = 0,5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) максимальные касательные напряжения в зоне заделки ( $r = 0,05 \dots 0,07$  м,  $z = 0 \dots 0,1$  м) не превышают 0,3 МПа. При базовом значении  $\alpha = 5,6$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) они достигают 0,8 МПа. Дальнейшее увеличение коэффициента теплоотдачи приводит к продолжению роста напряжений: при  $\alpha = 50$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – 1,5 МПа, при  $\alpha = 500$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – 2,1 МПа, при  $\alpha = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – 2,4 МПа.

Таким образом, переход от режима теплоизоляции к режиму идеального теплообмена увеличивает касательные напряжения в зоне закрепления в 8 раз. Это критически важно для оценки прочности консольных конструкций.

Нормальные напряжения  $\sigma_{zz}$  также возрастают с увеличением  $\alpha$ , однако их рост менее выражен: от 0,5 МПа при  $\alpha = 0,5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) до 1,8 МПа при  $\alpha = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) (увеличение в 3,6 раза).

### **Выводы**

1. Интенсивность конвективного теплообмена на внутренней поверхности цилиндра оказывает существенное влияние на его напряженно-деформированное состояние. Увеличение коэффициента теплоотдачи от 0,5 до 5000 Вт/(м<sup>2</sup>·К) при рассматриваемом температурном воздействии приводит к росту касательных напряжений в зоне консольного закрепления в 8 раз.

2. Температурный градиент через стенку цилиндра нелинейно зависит от коэффициента теплоотдачи. При  $\alpha > 500$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) дальнейшее увеличение  $\alpha$  практически не оказывает значительного влияния на температурное поле, так как внутренняя поверхность полностью фиксируется при температуре среды.

3. Для инженерных расчетов консольно закрепленных цилиндрических конструкций упрощение условий теплообмена на внутренней поверхности (принятие поверхности теплоизолированной или изотермической) допустимо только при крайних значениях коэффициента теплоотдачи ( $\alpha < 5$  или  $\alpha > 100$  Вт/(м<sup>2</sup>·К)).

4. Краевой эффект в зоне консольного закрепления усиливается с ростом интенсивности внутреннего теплообмена, что необходимо учитывать при проектировании и оценке прочности таких конструкций.

### **Список литературы**

1. Шляхин Д.А., Раков Д.В. Нестационарная связанная осесимметричная задача теории термоупругости для консольно закрепленного цилиндра // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2021. – Т. 25, №2. – С. 320-342.
2. Сеницкий Ю.Э. Биортогональное многокомпонентное конечное интегральное преобразование и его приложение к краевым задачам механики // Известия вузов. Математика. – 1996. – №8. – С. 71-81.
3. Снеддон И.Н. Преобразования Фурье. – М.: Изд-во иностр. лит., 1955. – 668 с.
4. Басистов А.Е., Лукин С.И. Численные методы решения задач термоупругости. – М.: Наука, 2018. – 245 с.
5. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.

### Сведения об авторе:

*Раков Даниил Васильевич* – аспирант, ассистент кафедры «Строительная механика, фундаменты, металлические конструкции».