

РАЗРАБОТКА И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ, УЧИТЫВАЮЩИХ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ, НА ПРИМЕРЕ ВАКУУМСОЗДАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ВАКУУМНОЙ КОЛОННЫ

Веревкин А.П., Чубуков С.А.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Ключевые слова: моделирование, нелинейность, режимы работы, давление, ПГС, линейная модель, нелинейная модель, универсальная модель.

Аннотация. Приводятся результаты исследования методов математического моделирования нелинейных многомерных объектов на примере моделирования вакуумсоздающей системы нефтеперерабатывающей установки. Сравниваются возможности линейных, полиномиальных и предлагаемой модели двухэтапной аппроксимации. Предложена процедура разработки модели двухэтапной аппроксимации, интегрирующая влияние температур и давления в полиномиальное уравнение. Сформулированы выводы и рекомендации по результатам модельного анализа.

DEVELOPMENT AND COMPARATIVE ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELING METHODS THAT TAKE INTO ACCOUNT NONLINEAR DEPENDENCIES USING THE VACUUM SYSTEM OF A VACUUM COLUMN AS AN EXAMPLE

Verevkin A.P., Chubukov S.A.

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa

Key words: modeling, nonlinearity, operating modes, pressure, PGS, linear model, nonlinear model, universal model.

Abstract. This paper presents the results of a study on mathematical modeling methods for nonlinear multidimensional objects, using the modeling of a vacuum creation system for an oil refining unit as an example. The capabilities of linear, polynomial, and the proposed two-stage approximation model are compared. A procedure for developing a two-stage approximation model is proposed, integrating the influence of temperatures and pressure into a polynomial equation. Conclusions and recommendations are formulated based on the results of the modeling analysis.

Введение

Моделирование технологических процессов стало неотъемлемым инструментом современной промышленности, позволяющим создавать эффективные системы управления, диагностики состояния автоматизированных систем [1-4].

Для многих технологических процессов, в частности, процессов нефтепереработки и нефтехимии, характерны высокая размерность по входным параметрам (независимым факторам) и нелинейность взаимосвязей выходных параметров со входными. В этих условиях типовой подход к моделированию на основе аппроксимации статистических данных полиномиальными функциями приводит к неприемлемым требованиям по объему данных и сложности аппроксимирующих функций. Осложняющим фактором является возможная нестационарность характеристик объекта моделирования [2, 3].

В этих условиях одним из часто применяемых подходов является ситуационное моделирование, когда многомерное пространство технологических режимов разбивается на множество гиперкубов, для каждого из которых разрабатывается своя ситуационная модель [1]. Если интервалы изменения параметров, задающих, гиперкуб невелики, адекватная модель может быть получена в классе линейных уравнений регрессии.

Этот подход встречает существенные технические трудности, связанные с проблемой разделения пространства технологических режимов на гиперкубы, идентификации текущих технологических режимов для отнесения их к конкретным ситуациям, обеспечение неразрывности аппроксимирующих функций при переходах между технологическими ситуациями [1]. Кроме того, количество ситуационных моделей может исчисляться десятками.

В статье рассматривается двухэтапный подход к аппроксимации статистических данных, когда на основе использования параметров уравнений регрессии ситуационных моделей, полученных на первом этапе, проводится аппроксимация изменения параметров ситуационных моделей. Таким образом, удастся снять целый ряд недостатков ситуационного подхода к моделированию.

Изложение результатов исследования проводится на примере процесса вакуумной дистилляции мазута.

Схема вакуумсоздающей системы (ВСС) вакуумной колонны установки ЭЛОУ-АВТ приведена на рисунке 1 [5]. В этой системе парогазовая смесь (ПГС), выходящая с верха вакуумной колонны К-5, направляется в межтрубное пространство конденсатора-холодильника А-10. В его трубное пространство подаётся охлаждающая вода из системы заводского обратного водоснабжения. В аппарате А-10 происходит частичная конденсация фракций дистиллята и паров воды, после чего образовавшаяся смесь жидких продуктов поступает в сепаратор С-1 ниже уровня жидкости, а несконденсировавшиеся газы отводятся вакуум-компрессором газовых выбросов (ВЦГА).

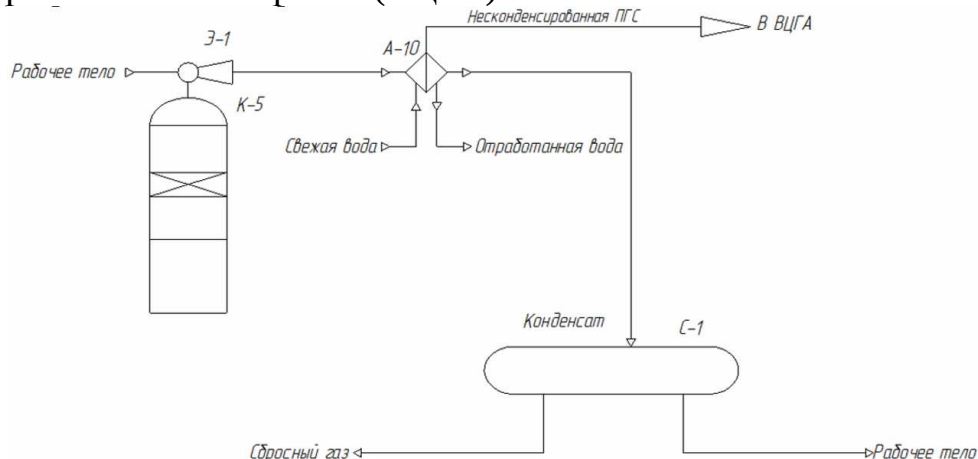


Рис. 1. Вакуумсоздающая система на колонне К-5: К-5 – вакуумная колонна, Э-1 – паровой эжектор, А-10 – конденсатор-холодильник, С-1 – сепаратор

Основными управляющими факторами для получения конденсата заданного качества являются температура конденсации и давление нагнетания в эжекторе Э-1. Физика процесса конденсации хорошо известна, однако практика показывает, что зависимость количества несконденсированной ПГС (а оно определяет качество) от этих параметров носит выраженный нелинейный и

многопараметрический характер. При разных режимах давления (50, 60, 80 и 100 мм рт. ст.) реакция системы конденсации на изменение температуры существенно отличается, что отчетливо видно на рисунке 2.

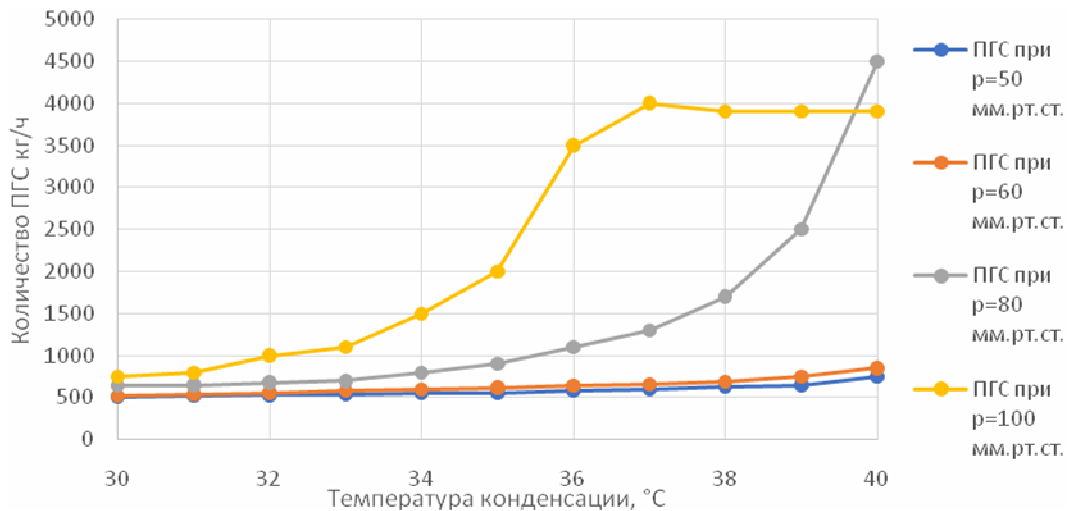


Рис. 2. Количество несконденсированной в конденсаторе А-10 ПГС в зависимости от температуры конденсации при давлениях нагнетания в ПЭ (мм рт. ст.)

Основная цель данной работы – разработать и сравнить методы математического моделирования вакуумсоздающей системы нефтеперерабатывающей установки, учитывающие нелинейные зависимости параметров (температуры и давления) для прогноза количества несконденсированной ПГС. В частности, исследование направлено на поиск наиболее точной и универсальной модели, способной адекватно описывать процесс конденсации в различных режимах работы.

1. Линейные ситуационные модели

В (1) представлена примерная математическая зависимость величин, где при повышении температуры растёт давление насыщенных паров, увеличивая количество несконденсированной ПГС (N).

$$N(T, P) = c \frac{T^n}{P^m}, \quad (1)$$

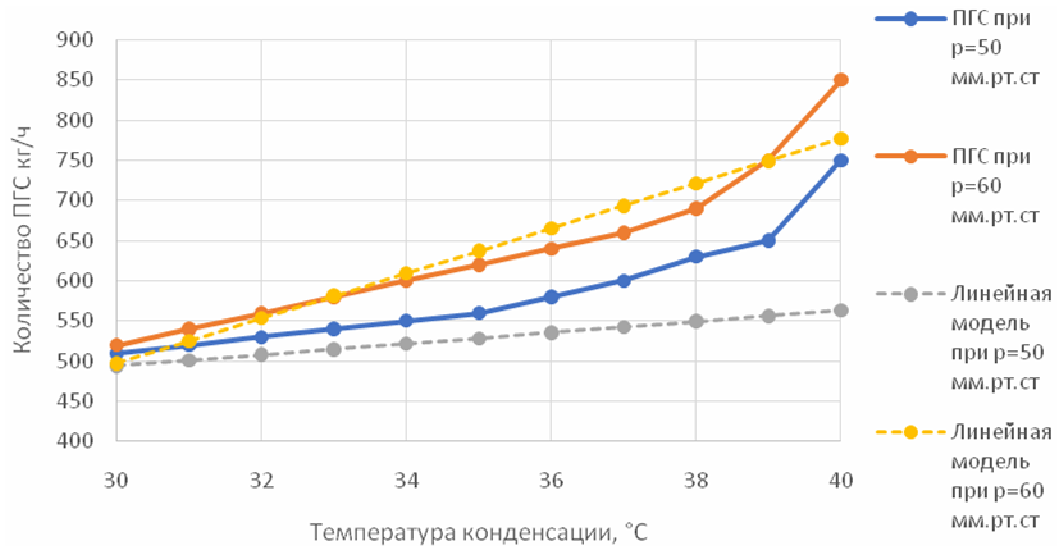
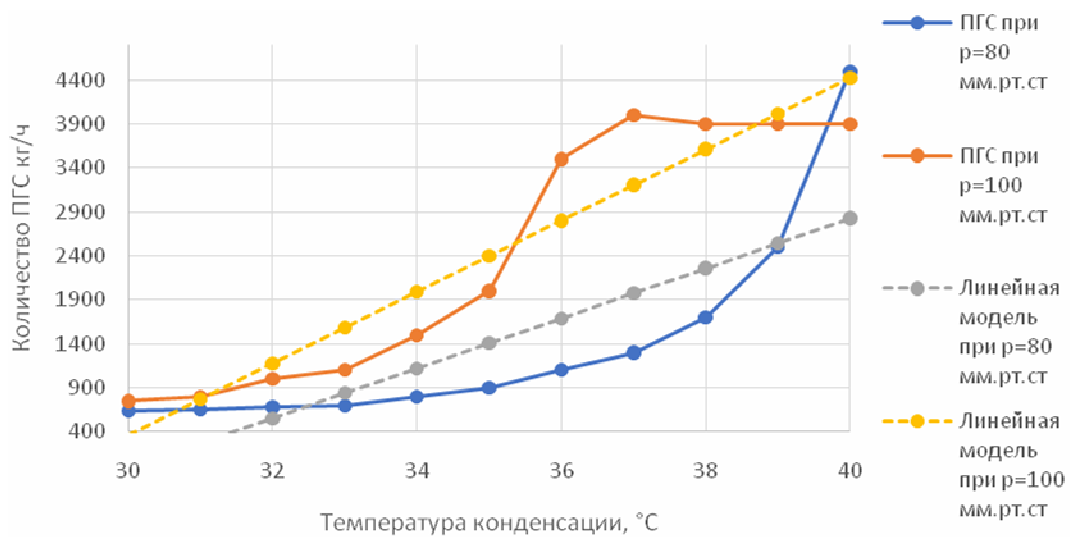
где $N(T, P)$ – относительное количество несконденсированной ПГС; P – давление нагнетания (мм рт. ст.); T – температура конденсации (К); c – подборочный коэффициент; n и m – коэффициенты для учета нелинейности, подбираются экспериментально.

Используя метод наименьших квадратов (2)

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad (2)$$

где X – матрица значений входных факторов x ; Y – матрица значений выходного фактора; A – матрица коэффициентов линейной модели; T – знак транспонирования матрицы.

В результате будут получены четыре модели для каждого значения давления. На рисунках 3 и 4 представлены результаты расчетов линейных моделей.


 Рис. 3. Сравнение исходных данных с моделью при $p = 50$ и $p = 60$ мм рт. ст.

 Рис. 4. Сравнение исходных данных с моделью при $p = 80$ и $p = 100$ мм рт. ст.

Для определения качества полученных моделей используем среднее значение абсолютной процентной ошибки (критерий MAPE):

$$MAPE = \frac{100}{P} \sum_{i=1}^P |y_i - \tilde{y}_i|, \quad (3)$$

где p – число точек; y_i – рассчитанное значение; $\tilde{y}$ – экспериментальное значение.

Итак, для режимов 50 и 60 мм рт. ст. MAPE=12,61% и 3,5% соответственно, для более высоких давлений (80 и 100 мм рт. ст.) погрешности резко возрастают до 47,3% и 23,25%. Это прямо указывает на несостоятельность линейного подхода в условиях, где зависимость между параметрами сложна и не укладывается в рамки простых линейных соотношений. Таким образом, для более качественного моделирования требуется модель, способная учитывать нелинейности в исходных данных.

2. Нелинейные ситуационные модели

Одной из самых распространенных нелинейных моделей является полиномиальная модель Колмогорова-Габора:

$$y = \omega_0 + \sum_{i=1}^m \omega_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \omega_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \omega_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (4)$$

где ω_k, ω_{ij} – коэффициенты уравнения; $k, i, j = 0, 1, \dots$

x_i – значения входных факторов, $i = 0, 1, \dots$

Наиболее часто используются полиномы второго и третьего порядков.

Кубический полином, благодаря возможности дважды изменять направление кривой, позволяет точно аппроксимировать ускоренный рост или замедление в данных.

Используя формулу (4), вновь находятся коэффициенты для четырех моделей, для каждого значения давления. Результаты расчетов представлены на рисунках 5 и 6.

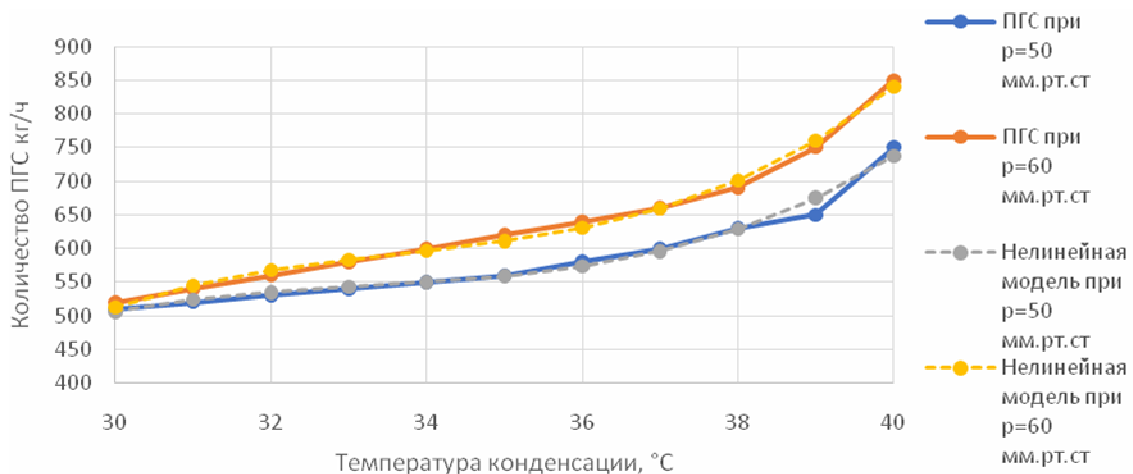


Рис. 5. Сравнение исходных данных с моделью при $p = 50$ и $p = 60$ мм рт. ст.

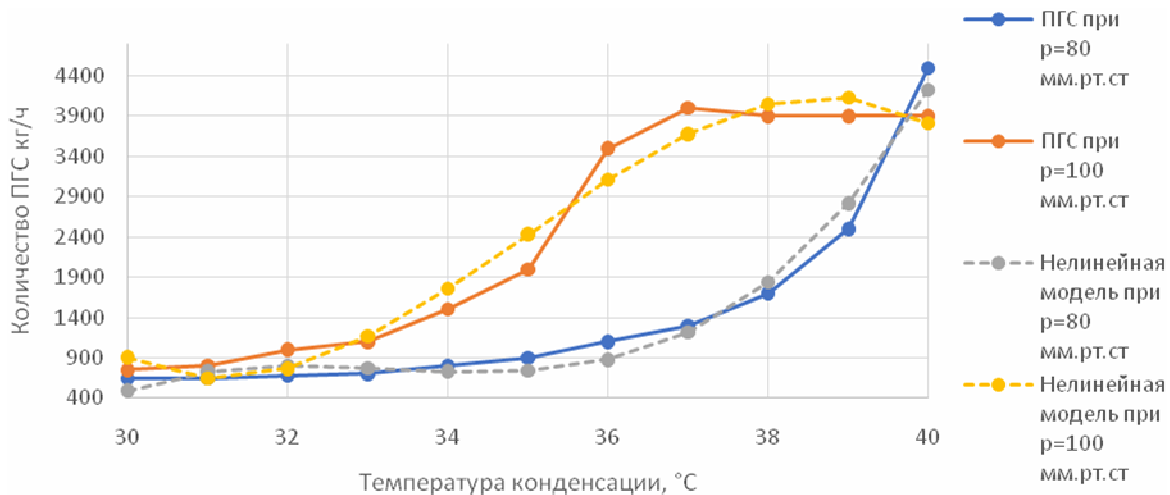


Рис. 6. Сравнение исходных данных с моделью при $p = 80$ и $p = 100$ мм рт. ст.

Полиномиальная модель демонстрирует существенно меньшую погрешность (MAPE) по сравнению с линейной во всех исследуемых диапазонах давления, особенно при 80 мм рт. ст. (14,47% против 47,30%). Однако, при давлениях 80 и 100 мм рт. ст. её ошибка всё ещё значительна относительно, что указывает на недостаточность полинома даже третьего порядка для точного описания зависимости. Для улучшения моделирования при высоких давлениях (80 и 100 мм рт. ст.) целесообразно либо повысить степень полинома, либо применить дополнительные методы построения математической модели.

Подчеркнем, что в приведенных примерах моделировались зависимости только от температуры.

3. Нелинейные ситуационные модели

Для создания некоторой универсальной модели, учитывающей давление P , в полиноме (4) необходимо резко увеличить количество коэффициентов и, соответственно, объем статистического материала.

Двухэтапная процедура аппроксимации как раз и позволяет снять эти трудности.

Первым шагом для построения универсальной модели будет нахождение полиномиальной функции по одному из параметров, в примере данным параметром будет температура. Чтобы учесть влияние давления на процесс в дополнение к температуре, в исходном полиномиальном уравнении будут выражены его коэффициенты как функции давления (P_i) в виде $M_i = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 + \delta_i P_i^3$. Применим метод наименьших квадратов для аппроксимации параметров α_i , β_i , γ_i , δ_i как зависимостей от давления. В результате получится единая модель, где коэффициенты ситуационных моделей являются функциями давления, что даст возможность непрерывно предсказывать значение ПГС в пределах исследуемого диапазона давлений:

$$y(P, T) = (\alpha_0 + \beta_0 P + \gamma_0 P^2 + \delta_0 P^3) + (\alpha_1 + \beta_1 P + \gamma_1 P^2 + \delta_1 P^3)T + (\alpha_2 + \beta_2 P + \gamma_2 P^2 + \delta_2 P^3)T^2 + (\alpha_3 + \beta_3 P + \gamma_3 P^2 + \delta_3 P^3)T^3. \quad (5)$$

Однако, стоит отметить, что для возможности построения и использования универсальной модели, требуется учитывать один важный фактор. Существующие модели, которые требуется объединить в одну универсальную модель, должны описываться достаточно гладкими гиперповерхностями, без существенных отклонений второй производной. Если при одном из режимов работы, как, например, для $P = 100$ мм рт. ст. получаемое значение описывается уравнением, с сильно отличающимися коэффициентами как по закономерности изменения или даже по знакам, то универсальная модель не сможет корректно описать такой режим.

В рассматриваемом примере, модели для давления 80 и 100 мм рт. ст., давали некачественный результат из-за слишком большой нелинейности исходных данных. Если проанализировать исходные данные, то можно заметить, что сильная нелинейность данных начинается с 38°C. Поэтому, для получения универсальной модели, будет выбран отрезок от 30°C до 37°C.

Модель демонстрирует высокую точность для давлений 50, 60 и 80 мм рт. ст. (МАРЕ = 0,01%, 0% и 1,1% соответственно), но не слишком точна для 100 мм рт. ст. (МАРЕ = 6,5%).

Для диапазона 38-40°C значения МАРЕ для 50, 60 и 80 мм рт. ст. 0,02%, 0,01% и 0,01%, для 100 мм рт. ст. ошибка составляет 4%, что еще раз подчеркивает наличие нелинейности при высоком давлении.

Что касается диапазона с 38°C до 40°C, то для него должна быть сделана уже собственная модель, описывающая конкретно этот температурный диапазон для всех режимов работы ВСС.

В результате, вместо отдельных полиномиальных уравнений для каждого давления создана единая полиномиальная модель, где коэффициенты выражают зависимость параметров от давления.

Заключение

Исследование подтвердило критическую важность учета нелинейных зависимостей при моделировании технических систем на примере вакуумсоздающей установки. Сравнение методов прогнозирования количества несконденсированной парогазовой смеси выявило серьезные недостатки линейных моделей, особенно при высоком давлении, где значение средней абсолютной процентной ошибки достигала 47,3%. Такие модели подойдут для более простых систем.

Полиномиальные модели показали значительно лучшую точность, но и в этом случае возникают трудности при высоком значении давления, где максимальная ошибка достигала 14,47%. Благодаря учету нелинейности, полиномиальные модели способны намного точнее описывать сложные процессы.

Универсальная модель двухэтапной аппроксимации показала высокую точность и практическую ценность при давлениях 50, 60 и 80 мм рт. ст. Достигнута точность по MAPE 0,01%, 0% и 1,1% в диапазоне 30-37°C, а при 100 мм рт. ст. – 6.5%, что сопоставимо с полиномиальными ситуационными моделями, но значительно удобнее при практической реализации из-за сокращения числа создаваемых моделей.

Список литературы

1. Ахметов С.А., Ишмияров М.Х., Вережкин А.П., Докучаев Е.С., Малышев Ю.М. Технология, экономика и автоматизация процессов переработки нефти и газа. – М.: Химия, 2005. – С. 641-649.
2. Вережкин А.П., Муртазин Т.М. Модели в задачах разработки автоматизированных систем управления технологическими объектами Монография. – Москва-Вологда: Инфра-Инженерия, 2025. – 196 с.
3. Авдюнин Е.Г. Моделирование и оптимизация промышленных теплоэнергетических установок: учебник. – Москва-Вологда: Инфра-Инженерия, 2019 – 184 с.
4. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
5. Осипов Э.В. Совершенствование систем создания вакуума установок ректификации мазута: Автореф. дисс. ... канд. техн. наук. – Казань, 2012 – 20 с.

Сведения об авторах:

Вережкин Александр Павлович – д.т.н., профессор;

Чубуков Сергей Александрович – студент.