

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ ПОКРЫТИЯ НА ОСНОВЕ МУРАВЬИНОГО АЛГОРИТМА И КРИВЫХ ДУБИНСА

Хабаров С.П.

*Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет
им. С.М. Кирова, Санкт-Петербург*

Ключевые слова: маршрут покрытия, алгоритм муравьиной колонии, кривые Дубинса, локальная оптимизация 2-орт, шестиугольная сетка, БПЛА, автономные мобильные роботы.

Аннотация. Предложен комбинированный метод планирования маршрута покрытия для мобильной платформы с учётом кинематических ограничений. Используются алгоритм муравьиной колонии, локальная оптимизация 2-орт и численная минимизация углов ориентации. Траектории строятся на основе кривых Дубинса, обеспечивающих физическую реализуемость пути при заданном минимальном радиусе поворота. Приведены результаты тестирования на примере мониторинга лесного участка.

OPTIMIZATION OF COVERAGE TRAJECTORIES BASED ON THE ANT COLONY ALGORITHM AND DUBINS CURVES

Khabarov S.P.

Saint-Petersburg State Forest Technical University, Saint-Petersburg

Keywords: coverage path planning, ant colony optimization, Dubins curves, 2-opt local optimization, hexagonal grid, UAV, autonomous mobile robots.

Abstract. A combined method for coverage path planning for a mobile platform considering kinematic constraints is proposed. The approach employs the Ant Colony Optimization algorithm, 2-opt local optimization, and numerical minimization of orientation angles. Trajectories are constructed using Dubins curves, which ensure physical feasibility of the path under a given minimum turning radius. Testing results are presented using an example of forest area monitoring.

Введение. Планирование маршрута покрытия (Coverage Path Planning, CPP) представляет собой одну из ключевых задач в робототехнике. Эта задача имеет широкую область применения – от картографирования и мониторинга окружающей среды до задач управления лесным хозяйством. Современные исследования охватывают как обобщающие обзоры методов CPP [1], так и разработку специализированных алгоритмов для автономных платформ различного назначения, включая беспилотные наземные и надводные транспортные средства [2].

Одной из важных особенностей практических приложений CPP является необходимость учитывать физические ограничения мобильной платформы, в частности ограничение на ее минимальный радиус поворота R . Это требование обусловлено кинематикой движения и может оказывать существенное влияние на реализуемость и эффективность траектории. Для описания движения с такими ограничениями обычно применяются кривые Дубинса – минимальные по длине траектории, соединяющие две точки с заданными направлениями движения [3].

Во многих приложениях автономные платформы оснащаются датчиками или камерами с ограниченной зоной охвата. В этих случаях для обеспечения

полного покрытия рабочее пространство дискретизируется множеством контрольных точек, каждая из которых представляет центр области захвата радиуса R_{foto} . Эффективность покрытия достигается за счет равномерного размещения этих точек, минимизирующим как пропуски, так и перекрытия.

Одной из наилучших конфигураций для равномерного покрытия является адаптивная шестиугольная сетка, обеспечивающая плотную упаковку кругов и минимизирующая количество целевых точек при фиксированном радиусе захвата [4]. Уменьшение числа точек прямо влияет на снижение энергетических затрат и времени выполнения задания, поскольку каждая точка требует посещения мобильной платформой.

Таким образом, исходная задача сводится к одной из вариаций нелинейной задачи коммивояжера (Nonlinear Traveling Salesman Problem, NTSP). В данной постановке необходимо найти оптимальную перестановку точек шестиугольной сетки, обеспечивающую минимальную длину траектории, при этом соединение каждой пары точек осуществляется с помощью кривых Дубинса. При этом для обеспечения гладкости и реализуемости маршрута, дополнительно требуется оптимизировать углы ориентации платформы в промежуточных точках маршрута.

Основная цель данной работы – это построение физически реализуемой и энергетически эффективной траектории покрытия, учитывающей ограничения на маневренность мобильной платформы. Предлагаемый метод сочетает в себе дискретную оптимизацию порядка обхода точек (с использованием алгоритма муравьиной колонии) и непрерывную оптимизацию углов ориентации (с помощью численных методов). Это позволяет минимизировать суммарную длину пути при соблюдении всех кинематических ограничений, обеспечивая тем самым как эффективность покрытия, так и практическую применимость разработанного алгоритма.

Постановка задачи. Исследуемая область дискретизируется с помощью шестиугольной сетки, равномерно покрывающей всю рассматриваемую поверхность. Вершины сетки $P_i = (x_i, y_i)$ $i = 1, 2, \dots, N$ служат кандидатами на точки посещения мобильной платформой. Требуется найти такую перестановку точек $\Pi = \{P_{\sigma(1)}, P_{\sigma(2)}, \dots, P_{\sigma(N)}\}$, которая обеспечивает полное покрытие области с минимальными затратами.

При этом перемещения между последовательными точками маршрута осуществляются не по прямолинейным сегментам, а по траекториям Дубинса – участкам пути с ограничениями на радиус поворота R , обеспечивающим непрерывность, как положения, так и направления движения. Таким образом, общая длина маршрута представляется в виде суммы длин всех сегментов:

$$L = \sum_{i=1}^{N-1} L_i(\psi_i, \psi_{i+1}, P_i, P_{i+1}, R),$$

где $L_i(\psi_i, \psi_{i+1}, P_i, P_{i+1}, R)$ – длина кривой Дубинса между точками P_i и P_{i+1} , зависящая от углов ориентации ψ_i и ψ_{i+1} и минимально допустимого радиуса поворота R . При этом ориентации на концах маршрута ψ_1 и ψ_N фиксированы, а

ориентации в промежуточных точках ψ_2 и ψ_{N-1} являются переменными и подлежащими оптимизации.

Метод решения. Для решения задачи планирования маршрута покрытия с кинематическими ограничениями предложен комбинированный подход, который наряду с использованием адаптивной шестиугольной сетки объединяет три взаимодополняющих компонента:

- глобальный поиск оптимальной перестановки точек $\{P_1, P_N\}$ на основе алгоритма муравьиной колонии (АСО), обеспечивающий близкую к оптимальной перестановку вершин шестиугольной сетки;

- локальная оптимизация маршрута с использованием алгоритма 2-орт, направленная на устранение геометрически неэффективных участков и сокращение общей длины пути за счёт перестановки пар сегментов;

- непрерывная оптимизация углов $\psi_2, \dots, \psi_{N-1}$ при фиксированной перестановке, направленная на построение гладкой, физически выполнимой траектории на основе сегментов Дубинса.

На каждом этапе работы алгоритмов АСО и 2-орт для каждой текущей перестановки точек решается задача минимизации целевой функции:

$$J(\psi_2, \psi_3, \dots, \psi_{N-1}) = \sum_{i=1}^{N-1} L_i(\psi_i, \psi_{i+1}) \rightarrow \min_{\psi_2, \psi_3, \dots, \psi_{N-1}},$$

где углы ψ_1 и ψ_N заданы, а углы $\psi_2, \dots, \psi_{N-1}$ – переменные. Для обеспечения корректности вычислений учитывается периодичность углов ориентации путём приведения всех углов к диапазону $[-\pi, \pi]$ с использованием нормализующей функции:

$$\text{wrap}(\psi) = ((\psi + \pi) \bmod 2\pi) - \pi.$$

При этом оптимизация целевой функции J может осуществляться численными методами без явного задания ограничений на переменные, так как нормализация углов выполняется на каждом шаге автоматически. Это позволяет применять как градиентные методы, так и алгоритмы, не требующие производных, например, метод Нелдера–Мида. Такой подход обеспечивает:

- сокращение длины маршрута и соблюдение физических ограничений;
- повышение плавности траектории и улучшение сходимости глобального оптимизатора за счёт локального сглаживания.

Постобработка маршрута на базе локальной оптимизации. Алгоритм АСО, применяемый на глобальном этапе оптимизации, эффективно формирует общий порядок обхода точек покрытия. Однако, несмотря на его способность находить хорошие маршруты в дискретном пространстве перестановок, он не гарантирует оптимальности на локальном уровне. Это обусловлено тем, что:

- во-первых, АСО использует вероятностный выбор и феромонную информацию, что может приводить к преждевременной фиксации неэффективных участков маршрута;

- во-вторых, глобальное качество маршрута не всегда соответствует локальной геометрической эффективности, особенно в задачах с кинематическими ограничениями;

– в-третьих, АСО не производит перебора локальных перестановок рёбер маршрута, что ограничивает его точность в фазе сходимости.

С целью устранения этих недостатков предлагается на завершающем этапе применять метод локального улучшения 2-opt. Этот метод заключается в итеративной проверке и, при необходимости, перестроении пары несмежных рёбер маршрута. Если замена двух рёбер на два других к сокращению длины маршрута, то изменение сохраняется. При этом используется модель Дубинса для переоценки длины соответствующих сегментов с учётом углов ориентации.

В контексте рассматриваемой задачи метод 2-opt позволяет устранить неэффективные участки маршрута, возникшие из-за особенностей работы АСО, «разгладить» траекторию, устранив избыточные повороты и пересечения, а также дополнительно уменьшить длину пути. Таким образом, комбинация глобальной эвристики АСО и локальной оптимизации 2-opt обеспечивает не только эффективность маршрута в комбинаторном пространстве, но и его геометрическую адекватность, особенно при ограничениях на радиус поворота.

Результаты тестирования. С целью иллюстрации работы предлагаемого подхода рассмотрим тестовый пример. Предположим, что требуется выполнить мониторинг лесного участка размером 1000x1000 метров с целью обнаружения незаконных рубок и очагов возгорания. Радиус захвата сенсорной аппаратуры БПЛА составляет $R_{foto}=150\text{ м}$.

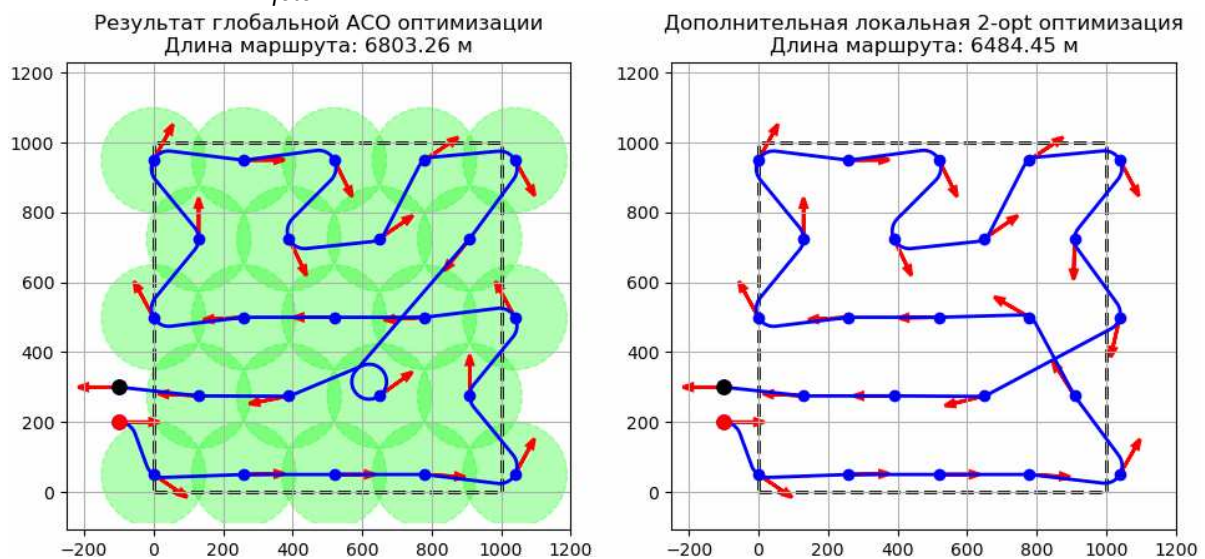


Рис. 1. Результат построения траектории полного покрытия для $R = 50$ метров

На основе этих данных, используя адаптивный алгоритм формирования шестиугольной сетки [4], можно найти 23 целевые точки, обеспечивающие полное покрытие участка с минимальным перекрытием областей захвата. При этом на рис. 1 слева видно, что площадь покрытия, представленная зелеными кругами, полностью перекрывает прямоугольную область, что подтверждает корректность размещения точек.

Задав начальную $P_1 = (-100, 200, 0^\circ)$ и конечную $P_N = (-100, 200, 180^\circ)$ точки маршрута, у нас появляется возможность, используя описанный выше подход, решить нелинейную задачу коммивояжёра для случая $N = 25$. Результаты ее решения приведены на рисунке 1, где углы ориентаций отображаются красными

стрелками. Слева на рисунке представлен маршрут, полученный в результате глобальной оптимизации с помощью АСО (длина 6803,26 м), справа результат применения дополнительной локальной оптимизации методом 2-opt, что позволило сократить длину маршрута до 6484,45 м (уменьшение на ~4,7%).

На рисунке 2 представлены результаты глобальной АСО оптимизации при разных ограничениях на минимальный радиус поворота. При радиусе $R=75$ м транспортное средство демонстрирует большую манёвренность, что позволяет формировать компактный и более короткий маршрут. Увеличение радиуса до значений $R=100$ м ограничивает возможности поворота, что приводит к появлению избыточных разворотов и удлинению маршрута.

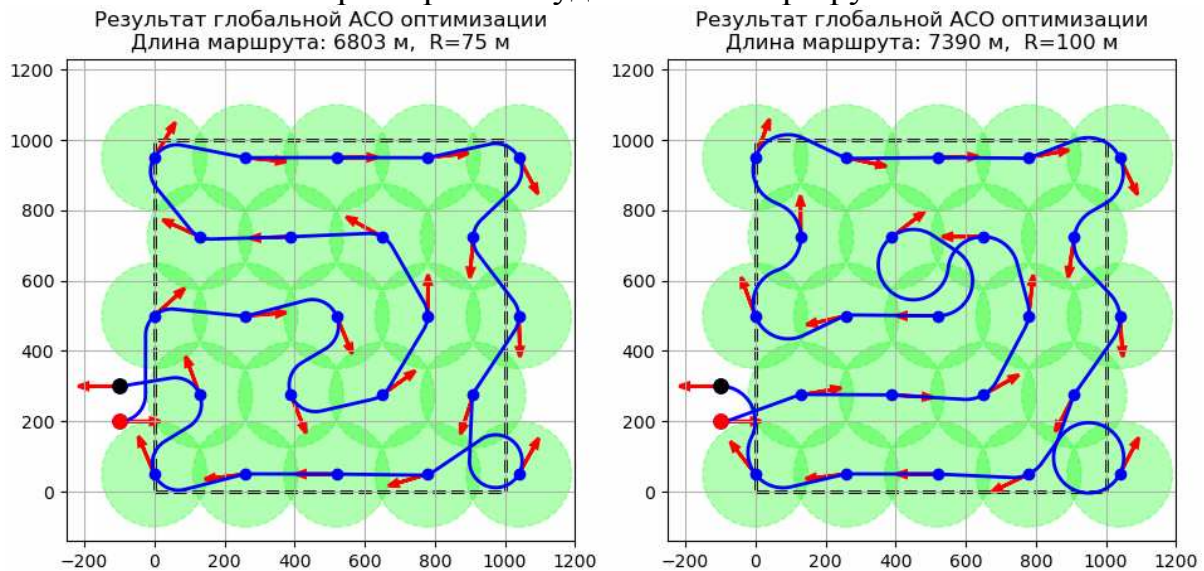


Рис. 2. Результат АСО оптимизации для $R = 75$ и $R = 100$ метров

Таким образом, чем меньше радиус поворота, тем эффективнее маршрут, что подчёркивает необходимость учитывать кинематические ограничения при построении маршрутов.

Заключение. В основе исследования лежит использование адаптивного формирования шестиугольной сети, обеспечивающей плотную упаковку кругов при минимальном количестве целевых точек для заданного радиуса действия сенсорной аппаратуры. Такая сетка минимизирует зазоры между соседними областями, обеспечивая полное и равномерное покрытие всей территории.

Её использование позволило разработать двухэтапный подход к решению задачи планирования оптимального маршрута покрытия. Сначала применяется алгоритм АСО, модифицированный для учёта длин сегментов Дубинса. Он формирует субоптимальный порядок обхода точек, но как показал анализ даже при высоком качестве глобального маршрута, остаются локальные фрагменты, содержащие неэффективные повороты и избыточные дуги. Поэтому на втором этапе предлагается проводить локальную оптимизацию маршрута с помощью алгоритма 2-opt, направленного на устранение подобных фрагментов. Это позволило дополнительно сократить общую длину пути и улучшить плавность траектории, не нарушая исходного порядка точек покрытия.

Такой подход учитывает как комбинаторику задачи, так и геометрию движения, что делает его особенно актуальным для практических приложений в

области автономной навигации [5]. Он может также использоваться при планировании маршрутов для беспилотных аппаратов

Отдельно стоит подчеркнуть возможность удалённого вычислительного исполнения оптимизационных процедур, а разработанные ранее подходы к использованию технологии WebSocket [6, 7] демонстрируют потенциал их применения в распределённых системах поддержки принятия решений, где клиентская часть, интегрированная в полевые устройства, может динамически взаимодействовать с серверными компонентами.

Однако предложенный подход предполагает, что покрываемая область не содержит внутренних препятствий, и все точки доступны для посещения. Не учитываются и динамические характеристики движения, такие как ускорения и ограничения по скорости. В будущем планируется расширить методику на случай неоднородной среды с препятствиями и исследовать устойчивость построенных маршрутов к неопределённостям в позиционировании и внешних воздействиях. Всё это позволит сделать систему более надёжной и применимой в более широком спектре задач автономной мобильной робототехники.

Список литературы

1. Galceran E., Carreras M. A survey on coverage path planning for robotics // *Robotics and Autonomous Systems*. 2013, vol. 61, iss. 12, pp. 1258-1276.
2. Tang F. Coverage path planning of unmanned surface vehicle based on improved biological inspired neural network // *Ocean Engineering*. 2023, vol. 278, p. 114354.
3. Dubins L.E. On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents // *American Journal of Mathematics*. 1957, vol. 79, no. 3, pp. 497-516.
4. Хабаров С.П. Гибкий алгоритм построения шестиугольных сеток для мониторинга лесов // *Мехатроника, автоматика и робототехника*. – 2025. – № 15. – С. 125-130.
5. Патент №2741669 РФ. Система координированного управления движением судна в режимах автоматического и дистанционного управления / А.С. Корнев, А.Г. Шпекторов, С.П. Хабаров, В.С. Соловей. – Заявка №2020127639 от 18.08.2020; опубл. 28.01.2021.
6. Хабаров С.П. Использование утилиты WebSocketD для удаленного выполнения программ // *Информационные системы и технологии: теория и практика: Сборник научных трудов*. Выпуск 9. – СПб.: СПбГЛТУ им. С.М. Кирова, 2017. – С. 90-104.
7. Заяц А.М. Использование технологии websocket в клиент-серверных экспертных системах // *Леса России: политика, промышленность, наука, образование: Материалы МНТК*. – СПб.: СПбГЛТУ им. С.М. Кирова, 2017. – С. 278-280.

Сведения об авторе:

Хабаров Сергей Петрович – к.т.н., доцент, с.н.с.