

ОБ ОЦЕНКЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ БОЛТОВОГО СОЕДИНЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Каюмов Р.А., Шакирова А.М., Мухамедова И.З., Низамова О.Р., Орлова А.М., Шайхутдинов Д.Р.

Казанский архитектурно-строительный университет, Казань

Ключевые слова: несущая способность, нелинейные соотношения, метод конечных элементов, деформации, метод Биргера, метод Петрова.

Аннотация. Исследуется проблема оценки несущей способности композитных стержней, нагруженных через болт. Для изделий из таких материалов не применима теория, основанная на теории пластического течения, применяемая для металлических изделий. Поэтому в данной работе предлагается использовать физические соотношения, основанные на упругом, но нелинейном деформировании. Приводятся основные зависимости между деформациями и напряжениями, метод численного расчета, основанный на конечно-элементной дискретизации, результаты численных экспериментов.

ABOUT ASSESSING THE BOLTING CAPACITY OF COMPOSITE RODS

Kayumov R.A., Shakirova A.M., Mukhamedova I.Z., Nizamova O.R., Orlova A.M., Shaikhutdinov D.R.

Kazan State University of Architecture and Civil Engineering, Kazan

Keywords: bearing capacity, nonlinear relations, finite element method, deformations, Birger method, Petrov method.

Abstract. The problem of assessing the bearing capacity of composite rods loaded through a bolt is investigated. For products made of such materials, a theory based on the theory of plastic flow is not applicable. Therefore, in this paper it is proposed to use physical relations based on elastic but non-linear deformation. Main dependences between deformations and stresses, numerical calculation method based on finite-element sampling, results of numerical experiments are given.

Рассмотрим задачу об оценке несущей способности композитных стержней, нагруженных через болт. Необходимо определить нагрузку, которую выдерживает болтовое соединение. Для металлических конструкций данная задача считается решённой. Здесь предлагается использовать нелинейно-упругую модель материала, имеющую экстремум (рис. 1).

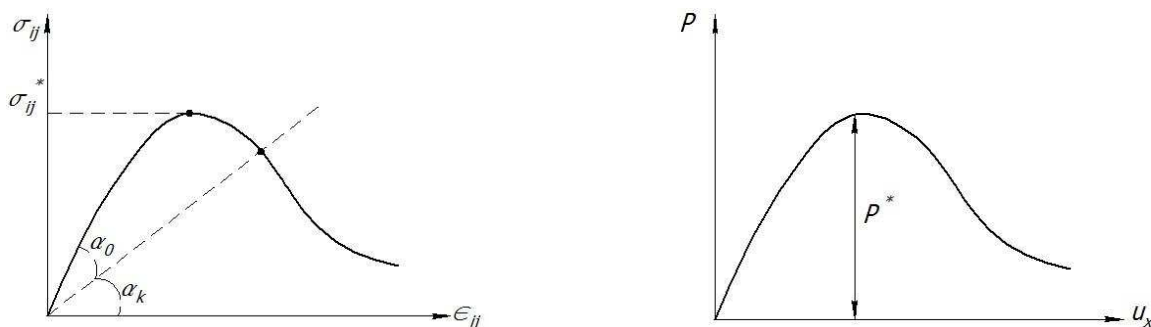


Рис. 1. Нелинейная модель материала и зависимость силы растяжения от перемещения болта

При решении задачи применены два подхода [1]. Первый использует метод последовательных догрузений (Петрова), второй – метод последовательных приближений (Биргера). С их помощью можно проходить точку экстремума диаграммы, если использовать кинематическое нагружение. При этом на каждом шаге итерации механические параметры вычисляются по деформациям предыдущего шага. Увеличивая значения перемещения болта можно получить зависимость силы растяжения от удлинения и найти максимум P^* (см. рис. 1).

Для упрощения задачи используется условие симметрии, а сечение болта принято в виде квадрата. На рисунке 2. приводится эта упрощенная конечно-элементная схема болтового соединения. Области, снабжённые цифрами, наделяются различными жесткостными и прочностными характеристиками.

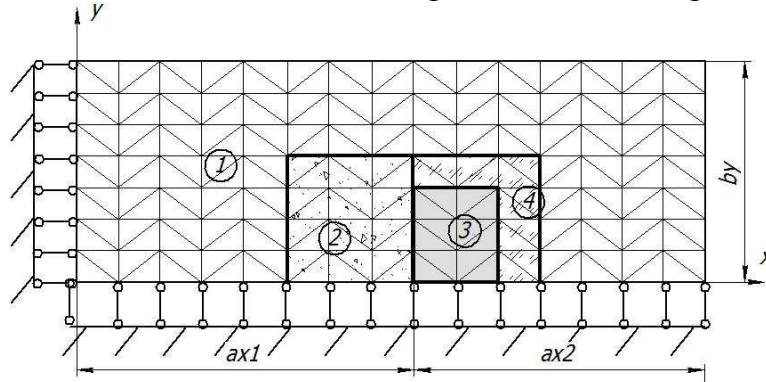


Рис. 2. Конечно-элементная схема соединения

При решении задачи МКЭ используются соотношения плоского напряжённого состояния [2, 3]. На первом шаге матрица упругих характеристик $[D]$ постоянна в пределах каждой области. На последующих шагах $(k+1)$ матрица $[D]$ определяется по формулам, в которых используются деформации, найденные на предыдущем шаге с номером k :

$$[K]^{(k+1)}\{U\}^{(k+1)} = 0, \quad [K] = \int_A [B]^T [D]^{(k+1)} [B] dA, \quad [D]^{(k+1)} = [D(\epsilon_{ij}^{(k)})], \quad (1)$$

где $[K]^{(k+1)}$ – матрица жёсткости, $\{U\}^{(k+1)}$ – вектор перемещений, $[B]$ – матрица, связывающая перемещения и деформации, $\epsilon_{ij}^{(k)}$ – деформации, A – площадь элемента.

Далее перемещение болта увеличивается, заново решается система (1) и находится нагрузка P . Процесс повторяется, находится диаграмма, изображенная на рисунке 1, из которой определяется максимальная нагрузка P^* .

Согласно метода Петрова на каждом шаге матрица $[D]$ определяется по формулам, в которых используются деформации, найденные на предыдущем шаге. Далее перемещение болта увеличивается, заново решается система (1) и находится нагрузка P . Процесс повторяется, находится диаграмма, изображенная на рисунке 1, из которой определяется максимальная нагрузка P^* .

Нелинейные соотношения для упрощения задачи принимались в виде:

$$\sigma_{11} = E_1^{нел}(\epsilon_{11}) \cdot \epsilon_{11}, \quad \sigma_{22} = E_2^{нел}(\epsilon_{22}) \cdot \epsilon_{22}, \quad \tau_{12} = G^{нел}(\gamma_{12}) \cdot \gamma_{12}, \quad (2)$$

где σ_{ii} , τ_{ij} – напряжения, ϵ_{ii} , γ_{12} – деформации, E_i – модули упругости, $G^{нел}$ – модуль сдвига.

В расчётах нелинейные характеристики приняты в виде:

$$E_1^{нел} = \frac{B_{11}}{1 + |\epsilon_{11}|^{m_{11}} C_{11}}, \quad E_2^{нел} = \frac{B_{22}}{1 + |\epsilon_{22}|^{m_{22}} C_{22}}, \quad G_{12}^{нел} = \frac{B_{12}}{1 + |\gamma_{12}|^{m_{12}} C_{12}}. \quad (3)$$

Здесь m_{11} , m_{22} , m_{12} – задаваемые числа, C_{11} , C_{22} , C_{12} – функции, зависящие от m_{11} , m_{22} , m_{12} и от предельных напряжений σ_{11}^* , σ_{22}^* , τ_{12}^* , $m_{ii} > 1$, $m_{12} > 1$. Функции $E_j^{нел}$, $G_{12}^{нел}$ связаны с прочностными характеристиками:

$$B_{11} = \frac{1}{2} E_1 \cdot m_{11} \cdot (m_{11} - 1)^{\left(\frac{1}{m_{11}} - 1\right)}, \quad B_{22} = \frac{1}{2} E_2 \cdot m_{22} \cdot (m_{22} - 1)^{\left(\frac{1}{m_{22}} - 1\right)},$$

$$B_{12} = \frac{1}{2} G_{12} \cdot m_{12} \cdot (m_{12} - 1)^{\left(\frac{1}{m_{12}} - 1\right)}, \quad C_{11} = \left(\frac{E_1}{2\sigma_{11}^*}\right)^{m_{11}}, \quad C_{22} = \left(\frac{E_2}{2\sigma_{22}^*}\right)^{m_{22}}, \quad C_{12} = \left(\frac{G_{12}}{2\tau_{12}^*}\right)^{m_{12}}. \quad (4)$$

где E_1 , E_2 – модули Юнга вдоль и поперек армирования, G_{12} – модуль сдвига.

По методике были проведены численные эксперименты. На рисунке 3 слева приведена картина влияния на P^* количества итераций, а справа – зависимость P^* от параметров $m_{ij} = m > 1$ физических соотношений (2)-(4).

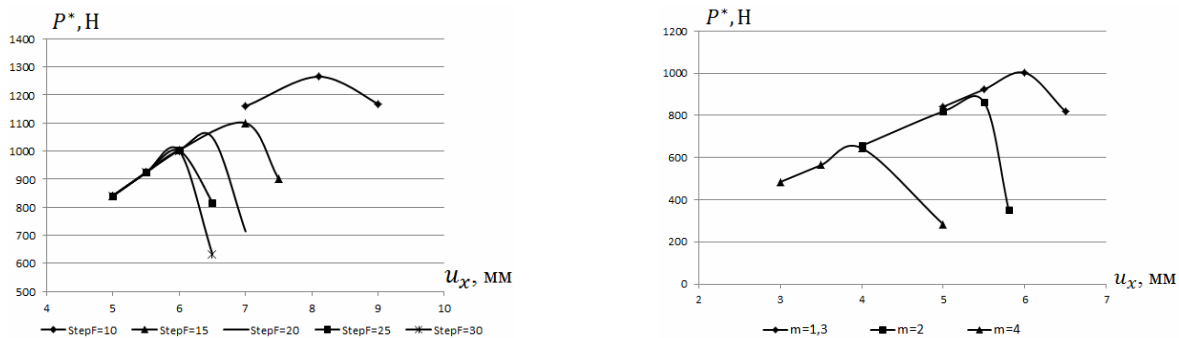


Рис. 3. Результаты численных экспериментов

Анализ результатов показал, что предложенные подходы дают сходящийся итерационный процесс, а оптимальным является значение $m = 1,3$.

Список литературы

1. Каюмов Р.А., Шакирова А.М., Мухамедова И.З. О решении задачи разрушения композитных стержней с различной укладкой волокон // Мехатроника, автоматика и робототехника. – 2025. – №15. – С. 230-234.
2. Каюмов Р.А., Хайруллин Л.Р., Гилязитдинов Р.Ф. Об одном варианте энергетического метода решения задачи устойчивости балок // Известия КГАСУ. – 2024. – №2(68). – С. 105-113.
3. Шакирзянов Ф.Р., Валиев А.И., Сулейманов А.М., Низамов Р.К. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния гибридных композитов // Известия КГАСУ. – 2023. – №4(66). – С. 275-285.

Сведения об авторах:

Каюмов Рашид Абдулхакович - д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры «Механика»;

Шакирова Алсу Минсалиховна – к.ф.-м.н., доцент кафедры «Механика»;

Мухамедова Инзилия Заудатовна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры «Механика»;

Низамова Олеся Руслановна – студентка;

Орлова Анастасия Михайловна – студентка;

Шайхутдинов Данис Рафисович - студент.