

## КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКОГО МЕХАНИЗМА

**Журавлев А.С., Богачева С.Ю.**

*Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина  
(Технологии. Дизайн. Искусство), Москва*

**Ключевые слова:** структурный анализ, кинематический анализ, последовательные механизмы, положение точки, скорость, ускорение.

**Аннотация.** Работа посвящена структурному и кинематическому анализу плоских последовательных механизмов. Рассмотрены плоские четырехзвенники с одной и тремя степенями свободы. Высокая точность является необходимой предпосылкой для автоматизации и использования механизмов в производстве. Точное позиционирование позволяет сократить время производства, механизмы выполняют операции быстро и точно. Получены аналитические зависимости для координат и скоростей, необходимые для дальнейших расчетов точности позиционирования манипуляторов.

## KINEMATIC ANALYSIS FLAT SEQUENTIAL MECHANISM

**Zhuravlev A.S., Bogacheva S.Yu.**

*Kosygin Russian State University (Technologies. Design. Art), Moscow*

**Keywords:** structural analysis, kinematic analysis, sequential mechanisms, point position, velocity, acceleration.

**Abstract.** The paper is devoted to the structural and kinematic analysis of plane sequential mechanisms. Planar four-links with one and three degrees of freedom are considered. High precision is a necessary prerequisite for automation and the use of mechanisms in production. Precise positioning reduces production time, and the mechanisms perform operations quickly and accurately. Analytical dependences for coordinates and velocities are obtained, which are necessary for further calculations of the accuracy of positioning manipulators.

В промышленности для автоматизации производственных операций применяются промышленные механизмы – манипуляторы. Часто это механизмы, имеющие простую последовательную структуру и ограниченное число степеней свободы. Применение таких механизмов связано с тем, что задачи основных и вспомогательных технологических операций в некоторых отраслях не требуют высокой гибкости и сложности движения, а скорее ориентированы на повторяющиеся операции. Так же на выбор манипуляторов влияют и экономические соображения, т.к. роботы с ограниченным числом степеней свободы, как правило, более дешевы в производстве и обслуживании, чем более сложные системы.

Точность позиционирования механизмов является ключевым фактором для успеха в современной промышленности. Точность влияет на качество продукции, эффективность производства, безопасность и экономическую выгоду. Постоянное развитие технологий позиционирования играет важную роль в повышении конкурентоспособности и инновациях в различных отраслях. Механизмы с высокой точностью позиционирования обеспечивают точное размещение и обработку деталей, что критично для поддержания заданных размеров, форм и допусков.

Для определения точности позиционирования механизма, определения зависимостей между входными и выходными данными механизма и управлением выходным звеном, необходимо выполнить его кинематический анализ.

Для примера рассмотрен один из самых распространенных в технике механизмов последовательной структуры, кривошипно-ползунный механизм (рис. 1). В первую очередь выполнен структурный анализ механизма. Механизм состоит из трех подвижных звеньев. Кривошип ОА (звено 1) вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через точку О (стойка), перпендикулярно плоскости чертежа (входное звено). Шатун АВ (звено 2) – выполняет плоскопараллельное движение, соединяет кривошип и ползун, передавая движение выходному звену. Ползун В (звено 3) – движется поступательно по направляющей (выходное звено).

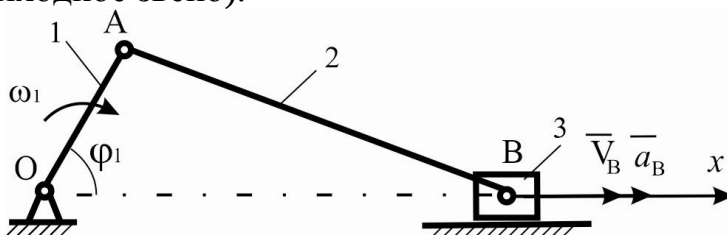


Рис. 1. Схема последовательного кривошипно-ползунного механизма

Рассмотрены кинематические пары (КП) механизма и их типы. КП между стойкой и кривошипом: вращательная пара V класса, 1 степень свободы. КП между кривошипом и шатуном: вращательная пара V 5 класса. КП между шатуном и ползуном: вращательная пара V класса. КП между ползуном и стойкой: поступательная пара V класса. Имеем 4 кинематические пары V класса.

Выполнен проверочный расчет степени свободы. Для плоского механизма расчет производился по формуле Чебышёва [1]:

$$W = 3 \cdot n - 3 \cdot p_5 - p_4,$$

где  $n$  – число подвижных звеньев ( $n = 3$ , кривошип, шатун, ползун),  $p_5$  – число КП V класса,  $p_4$  – число КП IV класса,  $p_4 = 0$ .

$$W = 3 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 1.$$

Таким образом, подтверждено, что механизм имеет 1 степень свободы, т.е. требуется одна независимая координата, полностью определяющая положение системы. В данном случае это вращение кривошипа для однозначного задания кинематики ползуна. Рассмотрены структурные группы [2]. Это подтверждает, что простейший механизм работоспособен.

Проведен кинематический анализ четырехзвенного кривошипно-ползунного механизма, применен аналитический метод решения. Искомые аналитические зависимости позволят выявить взаимосвязь кинематических параметров с геометрией механизма, размерами звеньев, что позволяет исследовать механизм и получить численное решение, построить графики функций, применяя соответствующие программные средства.

Рассмотрено положение, скорость и ускорение ползуна. Данные для звеньев механизма: кривошип – длина  $r$ , м; угловая скорость  $\omega_1$ , рад/с; угол поворота  $\varphi_1 = \omega_1 t$  рад/с; шатун – длина  $l$ , м; ползун – перемещение  $x(t)$ , м.

Выполнен анализ положения ползуна В – выходного звена. Координату  $x$  ползуна получили, используя метод замкнутого контура [3] и геометрию механизма:

$$x(t) = r \cdot \cos \varphi_1 + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \varphi_1}.$$

Если принять, что  $l \gg r$ , функцию можно упростить, раскладывая второе слагаемое в ряд по формуле бинома Ньютона:

$$x(t) = r \cdot \cos \varphi_1 + l - \frac{(r^2 \sin^2 \varphi_1)}{2l}.$$

Определена скорость ползуна дифференцированием функции координаты  $x(t)$ . Скорость  $V_B(t)$  и ускорение  $a_B(t)$  ползуна В при  $l$  большем  $r$ :

$$V_B(t) = -r \cdot \omega_1 \left( \sin \varphi_1 + \frac{(r \cdot \sin(2\varphi_1))}{2l} \right),$$

$$a_B(t) = -r \cdot \omega_1^2 \left( \cos \varphi_1 + \frac{(r \cdot \cos(2\varphi_1))}{l} \right).$$

Определены угловые характеристики шатуна

Угол наклона шатуна

$$\sin \varphi_2 = \frac{r}{l} \sin \varphi_1.$$

Угловая скорость шатуна:

$$\omega_2 = \dot{\varphi} = \frac{r \cdot \omega_1 \cos \varphi_1}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \varphi_1}}.$$

*Пример численного решения.*

Примем для механизма  $r = 0,1$  м,  $l = 0,4$  м,  $\omega_1 = 10$  рад/с,  $\varphi_1 = 30^\circ$ . Тогда кинематические характеристики для ползуна В

$$x(t) = 0,1 \cdot \cos 30^\circ + \sqrt{0,4^2 - 0,1^2 \sin^2 30^\circ} = 0,486 \text{ м},$$

$$V_B(t) = -0,1 \cdot 10 \left( \sin 30^\circ + \frac{(0,1 \cdot \sin 60^\circ)}{2 \cdot 0,4} \right) = 0,608 \text{ м/с},$$

$$a_B(t) = -0,1 \cdot 10^2 \left( \cos 30^\circ + \frac{0,1 \cdot \cos 60^\circ}{0,4} \right) = -9,91 \text{ м/с}^2.$$

Далее рассмотрен четырехзвенный механизм с 3 степенями свободы (рис. 2), имеющий следующие входные данные. Кривошип ОА – длина  $l_1$  м, угловая скорость  $\omega_1$  рад/с, угол поворота  $\varphi_1 = \omega_1 t$ , рад, точка О – неподвижный шарнир. Шатун АС – длина  $l_2$  м. Шатун СВ длиной  $l_3$  м. В точке В расположен управляемый орган (схват).

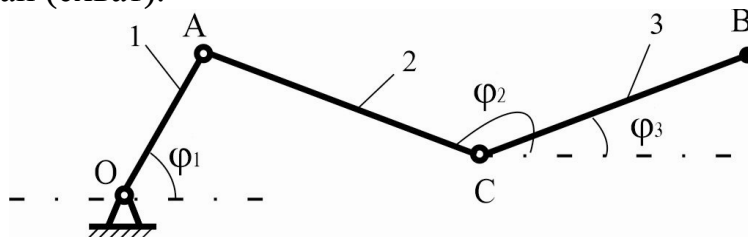


Рис. 2. Кинематическая схема механизма с 3 степенями свободы

Кинематические пары (КП) механизма: КП между стойкой и кривошипом: вращательная пара V класса с 1 степенью свободы. КП между кривошипом и шатуном: вращательная пара V класса, 2-я степень свободы. КП между шатунами: вращательная пара V класса, 3-я степень свободы. Имеем 4 кинематические пары V класса, механизм с 3 степенями свободы. Степень подвижности

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 = 3.$$

Механизм имеет 3 степени свободы, т.е. требуется три независимых координат, полностью определяющих положение системы. В данном случае это углы вращения всех стержней системы для однозначного определения положения точки В. Координаты точки описываются функциями от углов поворота звеньев:

$$x_B(t) = l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 + l_3 \cdot \cos \varphi_3,$$

$$y_B(t) = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3.$$

Полный расчет кинематики механизмов можно выполнять с помощью специализированных пакетов программ, в которых для наглядности можно построить графики кинематических функций. Полученные аналитические зависимости необходимы для последующего расчета точности позиционирования механизмов. Точность позиционирования является необходимым условием повышения точности перемещения и положения материалов и полуфабрикатов производства. Меры повысят эффективность и гибкость производственных процессов в текстильной и легкой промышленности.

Для более сложных задач и процессов автоматизации требуется переход к механизмам с большим количеством степеней свободы и механизмам параллельной структуры. Указанные манипуляторы находят применение в различных отраслях и сферах деятельности, требующих высокой точности манипулирования, жёсткости и устойчивости конструкции [4].

#### Список литературы

1. Фролов К.В. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая школа – 1987. – 496с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 2023. – 640 с.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 2010. – 416с.
4. Механика промышленных роботов: в 3 кн. / под ред. К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. Кн. 1: Кинематика и динамика. – М.: Высшая школа. – 1998. – 304 с.

#### Сведения об авторах:

*Журавлев Алексей Сергеевич* – магистрант;

*Богачева Светлана Юрьевна* – к.т.н., доцент.