

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ И СХОДИМОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОКОЛО ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ ОТРЫВА

Зеньков Е.В., Двоеконко К.Н.

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск

Ключевые слова: трещина, погрешность сходимости, метод конечных элементов, вычислительный эксперимент.

Аннотация. В работе представлены результаты вычислительного моделирования напряжённого состояния около вершины трещины нормального отрыва. Рассматривается задача теории упругости о деформировании пластины с центральной трещиной отрыва, растягиваемой номинальными напряжениями и находящейся в плосконапряженном состоянии. Актуальность работы обусловлена недостаточностью информации и методик анализа оптимальности дискретизации деформируемых тел в области трещин. Установлено, что использование разбинок, содержащих на половине длины трещины 16 КЭ, позволяет уменьшить погрешность получаемых приближений до 2%.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE ACCURACY AND CONVERGENCE OF THE STRESS STATE NEAR THE TOP OF AN EXTENSION CRACK

Zenkov E.V., Dvoekonko K.N.

Irkutsk State Transport University, Irkutsk

Keywords: crack, convergence error, finite element method, computational experiment.

Abstract. The paper presents the results of computational modeling of the stress state near the tip of a normal rupture crack. The problem of elasticity theory on the deformation of a plate with a central tear crack, stretched by nominal stresses and in a plane-stress state, is considered. The relevance of the work is due to the lack of information and methods for analyzing the optimal discretization of deformable bodies in the area of cracks. It has been established that the use of layouts containing 16 FEs at half the length of the crack makes it possible to reduce the error of the resulting approximations to 2%.

В машинах и агрегатах используется большое число высоконагруженных деталей, в области концентраторов напряжений которых, как правило, появляются трещины или трещиноподобные дефекты. Оценка прочности в случае появления трещин должна основываться на использовании законов механики разрушений [1]. Роль значений характеристик НДС вблизи вершины трещины в образцах для механических испытаний и методические аспекты в оценке прочности деталей при наличии в них трещин приведены в нормативном документе [2].

Использование математического моделирования, в частности, на основе МКЭ для решения задач механики деформированного твердого тела с трещинами, обуславливает необходимость формирования сведений об уровне необходимой степени их дискретизации. При расчете НДС тел, имеющих трещины в зонах концентрации напряжений, требуется анализ точности и сходимости, который может быть осуществлен с помощью численного решения

модельной задачи теории упругости и соответствующих вычислительных погрешностей с целью определения оптимального варианта КЭ–разбивки по критерию точности в области, прилегающей к трещине. Актуальность работы обеспечивается в недостаточности требований к степени дискретизации области около трещины нормального отрыва.

В работе приведены результаты исследования НДС пластины с центральной трещиной отрыва (рис. 1) из конструкционной стали. Пластина, растягиваемая номинальными напряжениями σ_0 , находится в плоскодеформированном состоянии. Трещина имеет размер $2a$ в направлении оси x .

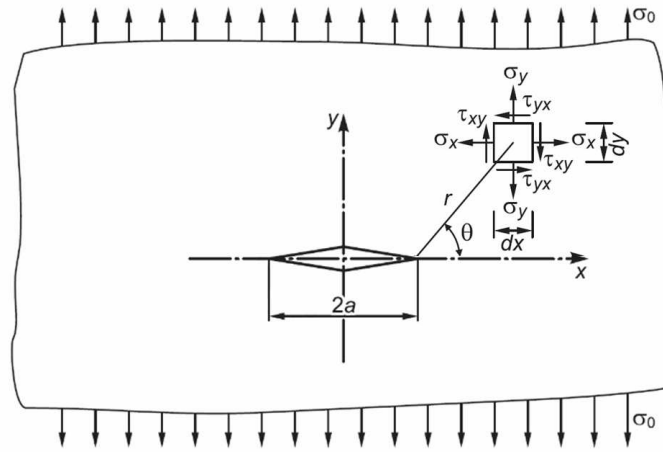


Рис. 1. Пластина с трещиной отрыва

В работе анализу подлежала относительная погрешность сходимости получаемых значений напряжений около вершины трещины $\varepsilon_{сход}$

$$\varepsilon_{сход} = \frac{|\sigma_i^{n+1} - \sigma_i^n|}{\sigma_i^{n+1}}, \quad (1)$$

и относительная погрешность получаемых значений напряжений ε

$$\varepsilon = \frac{|\sigma_i^n - \sigma_i|}{\sigma_i^n}. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2) n – номер разбивки в последовательности сгущающихся разбивок, σ_i – значение расчетных напряжений в исследуемой зоне пластины на расстоянии r от вершины трещины (рис. 1).

С помощью МКЭ напряжения около вершины трещины отрыва описываются известными выражениями [4], в которых ключевой величиной является коэффициент интенсивности напряжений K_I , определяемый выражением

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}. \quad (3)$$

При $\theta = 0$ (на оси x), значения компонент напряжений определяются как

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}}; \quad \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0. \quad (4)$$

При проведении вычислительных экспериментов в системе Femap было создано шесть КЭ-моделей пластины с трещиной, отличающиеся равномерной разбивкой на КЭ в области трещины (4, 8, 12, 16, 36 и 64), определяемой на половине её длины. На рисунке 2 представлен один из вариантов разбивки

четверти пластины с количеством 16 КЭ. Как представлено на рисунке 2, максимальные значения нормальных напряжений σ_{yy} возникают вблизи вершины трещины.

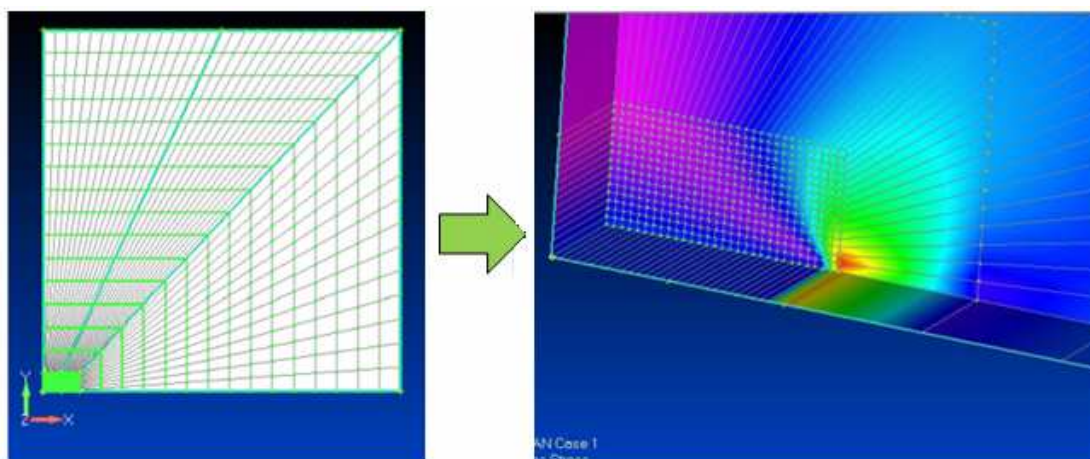


Рис. 2. КЭ-разбивка пластины с трещиной отрыва и результаты расчета её НДС

Используя (3) вычислялась величина K_I . Результаты сходимости $\epsilon_{сход}$ численного решения рассматриваемой задачи, определенной по (1), а также вычисленных погрешностей получаемых значений напряжений ϵ по (2) в сравнении с теоретическим по (3) представлены на рисунке 3.

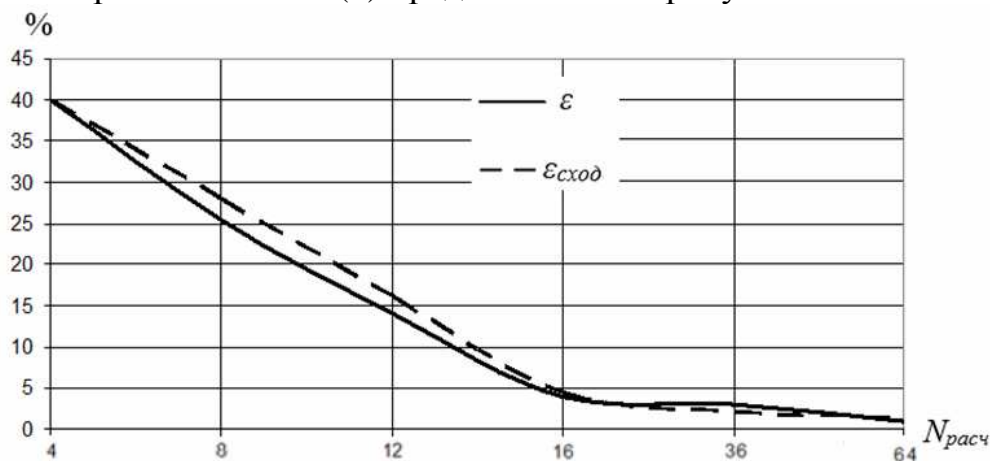


Рис. 3. Относительная погрешность сходимости КЭ приближений $\epsilon_{сход}$ и погрешность численного решения ϵ

Из рисунка 3 видно, что сходимость численного решения с относительной погрешностью, не более 5%, достигается для четвертого расчетного варианта при количестве КЭ в области трещины 16. Анализ полученных результатов показал, что относительная погрешность сходимости по формуле (1) и погрешность получаемых приближений (2), закономерно связаны между собой. Установлено, что использование разбинок, содержащих на половине длины трещины 16 КЭ, позволяет уменьшить погрешность получаемых приближений до 2%. Указанное обстоятельство следует учитывать при разработке вычислительных моделей деталей и конструкций, имеющих трещины и трещиноподобные дефекты.

Список литературы

1. Партон В.З. Механика разрушения. – М.: Наука, 1980. – 240 с.

2. ГОСТ 25.506-85. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости при статическом нагружении. – М.: Стандартиформ, 1985. – 38 с.
3. Зеньков Е.В. Анализ точности и сходимости численного решения в задачах моделирования напряженно-деформированного состояния конструкций с U-образными концентраторами напряжений // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2023. – № 19. – С. 44-51.
4. Шимкович Д.Г. Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 704 с.

Сведения об авторах:

Зеньков Евгений Вячеславович – к.т.н., доцент, доцент кафедры управления качеством и инженерная графика;

Двоеконко Кирилл Николаевич – студент.