

ОСОБЕННОСТИ УПРУГИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ВИБРАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН С УЧЕТОМ НЕУДЕРЖИВАЮЩИХ СВЯЗЕЙ: РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ПРИЛОЖЕНИЯ

Елисеев А.В., Миронов А.С.

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск

Ключевые слова: математическое моделирование, динамика вибрационных взаимодействий, неударивающие связи, условия нарушения контакта, периодические режимы с подбрасыванием.

Аннотация. Развивается методология оценки, формирования и коррекции динамических состояний технических объектов с учетом неударивающих связей, находящихся в условиях вибрационного нагружения силовой или кинематической природы. В качестве расчетных схем технических объектов рассматриваются механические колебательные системы с сосредоточенными параметрами. Учет неударивающих связей реализуется в рамках использования модельных расчетных схем, представляющих собой механические колебательные системы, взаимодействующие с опорной поверхностью, совершающей гармонические колебания. Рассматриваются механические колебательные системы, образованные массоинерционными, упругими, диссипативными элементами и устройствами преобразования движения. Ставятся задачи определения необходимых и достаточных условий раскрытия контакта между массоинерционным элементом и опорной поверхностью, а так же задачи оценки разнообразия возможных форм периодических режимов непрерывного подбрасывания в зависимости от упругих параметров системы. Используются методы теоретической механики, теории колебаний, дифференциальных уравнений, операционного исчисления, математического анализа, вычислительной математики, теории систем. Получены необходимые и достаточные условия нарушения контакта в изображениях Лапласа. Сформулированы условия ненарушения контакта с учетом упругих характеристик системы. Построены периодические режимы кратного и дробного подбрасывания. Представлены результаты численных экспериментов.

FEATURES OF ELASTIC INTERACTIONS OF ELEMENTS OF VIBRATING TECHNOLOGICAL MACHINES TAKING INTO ACCOUNT UNSTOPPABLE CONNECTIONS: CALCULATION SCHEMES, MATHEMATICAL MODELS, APPLICATIONS

Eliseev A.V., Mironov A.S.

Irkutsk State Transport University, Irkutsk

Keywords: structural mathematical modeling, dynamics of vibrational interactions, unstopable bonds, conditions of contact disruption, periodic modes with tossing.

Abstract. A methodology is being developed for assessing, forming and correcting the dynamic states of technical objects, taking into account non-holding ties under conditions of vibrational loading of a force or kinematic nature. Mechanical oscillatory systems with concentrated parameters are considered as calculation schemes of technical objects. Accounting for unilateral ties is implemented within the framework of a model calculation scheme, which is a mechanical oscillatory system interacting with a support surface that performs harmonic oscillations. The mechanical oscillatory system is formed by mass-inertial, elastic, dissipative elements and motion conversion devices. The task is to determine the necessary and sufficient conditions for opening the contact between the mass

inertia element and the support surface, as well as the task of evaluating the variety of possible forms of periodic modes of continuous tossing depending on the elastic parameters of the system. The methods of differential equations, Laplace's operational calculus, mathematical analysis, and numerical methods are used. Necessary and sufficient conditions for contact disruption in Laplace images have been obtained. The conditions of non-disruption of the contact are formulated taking into account the elastic characteristics of the system. Periodic modes of multiple and fractional tossing are constructed. The results of numerical experiments are presented.

Введение. В настоящее время в машиностроении, строительстве, энергетике, медицине, сельском хозяйстве значительное распространение имеют вибрационные технологические процессы. К вибрационным процессам можно отнести транспортировку деталей или рабочих сред в условиях вибрационных воздействий, виброупрочнение поверхностей, резанье, ориентация, сепарация и др. [1-4]. Указанные динамические процессы могут быть рассмотрены в рамках проблем оценки, формирования и коррекции динамических состояний технических объектов транспортного и технологического назначения, находящихся в условиях вибрационных нагружений силовой или кинематической природы.

Существенную роль в формировании динамических состояний и рабочих режимов технических объектов транспортного и технологического назначения играют неударживающие связи [5].

Вместе с тем, ряд вопросов, связанных с развитием методологии учета неударживающих связей в механических колебательных системах, требует внимания и дополнительных исследований.

Предлагаемая статья посвящена вопросам учета неударживающих связей в механических колебательных системах в зависимости от упругих связей.

I. Основные положения. Постановка задачи. Математическая модель. В качестве базовой расчетной схемы выступает механическая колебательная система, в которой материальная частица расположена на горизонтальной опорной поверхности, совершающей вертикальные колебания гармонической формы [6]. Базовая расчетная схема может учитывать наличие среды, которая в свою очередь может двигаться одновременно с поверхностью, либо оставаться неподвижной. Наличие среды характеризует силы трения и особенности взаимодействия материальной частицы с опорной поверхностью. Одним из факторов, определяющим специфику взаимодействия материальной частицы и поверхности служат дополнительные силы, в частности, постоянная сила поджатия и сила тяжести, которая зависит от массы частицы. Пример расчетной схемы представлен на рис.1.

Проблемы оценка, формирования и коррекция динамических состояний механических колебательных систем, содержащих в своём составе элементы, взаимодействующие с учетом неударживающих связей, предполагают решение широкого класса задач, учитывающих число степеней свободы системы, количество контактирующих тел, частоты внешних силовых возмущений, силы трения, возможности включения в систему устройств для преобразования движений.

Ключевыми параметрами взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью являются фазы непрерывного контакта, моменты

нарушения контакта, интервалы подлета и моменты ударов. Параметры фаз взаимодействия материальной частицы служат предметом оценки, формирования и коррекции. В частности, к простейшей форме падения частицы может быть отнесен абсолютно неупругий удар, в результате которого, частица мгновенно принимает кинематические характеристики опорной поверхности колебаний.

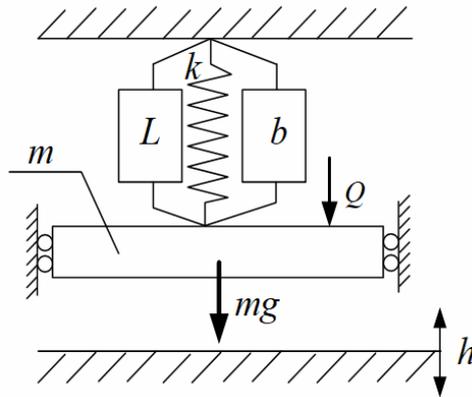


Рис .1. Расчетная схема нарушения контакта: m – масса частицы, h – опорная поверхность, Q – дополнительная сила постоянного поджатия, k – упругий элемент, b – коэффициент трения, L – устройство для преобразования движения

К характерным задачам оценки взаимодействия материальной частицы и поверхности относится определение условий отрыва и параметров системы, обеспечивающих режимы непрерывного периодического подбрасывания, когда период подлета составляет целое число периодов колебания опорной поверхности [7].

В рамках исследования ставится задача оценки режимов движений материальной частицы во взаимодействии с опорной поверхностью колебания с учетом неудерживающих связей.

Математические модели взаимодействия материальной частицы с поверхностью строятся в рамках формализма уравнений Лагранжа 2-ого рода и отражают все фазы контакта и зазора. Для составления совокупности дифференциальных уравнений определяется фаза нарушения контакта. Для периодических режимов с непрерывным подбрасыванием фаза нарушения контакта и фаза удара совпадают. Наравне с дифференциальным уравнением во временной области может быть использовано преобразование Лапласа для перехода к эквивалентным алгебраическим уравнениям. Для определения условий отрыва используется метод функции зазора. Суть метода состоит в определении момента времени, который является моментом положительного зазора [8].

II. Теорема о необходимых и достаточных условиях раскрытия контакта. Для оценки условий сохранения контакта может быть использована реакция в контакте, представляющая собой сумму статической и динамической реакции [9]. Если статическая реакция больше динамической, то контакт сохраняется. Вместе с тем, сравнение компонент реакции между собой не позволяет определять достаточные условия раскрытия контакта. Для определения достаточных условий разработан подход, основанный на обобщенной функции зазора двух временных переменных. Необходимые и достаточные условия

сформулированы в виде теоремы, в терминах частных производных от функции зазора. В свою очередь, использование интегральных преобразований для нахождения решения дифференциальных уравнений, привело к вопросу о возможности формулировки теоремы об условиях сохранения зазора в изображениях Лапласа. В рамках данного исследования представлена новая формулировка и доказательство теоремы в изображениях интегрального преобразования Лапласа [10].

Теорема определяет признаки классификации отрыва точки от поверхности колебания. В частности, можно выделить следующие особенности отрыва материальной частицы от поверхности: мгновенный отскок, отрыв с предварительным непрерывным контактом и предельный вариант, когда интервал непрерывного контакта устремлен к нулю.

Особенность отрыва или раскрытия контакта определяется порядком отрыва, отображающим количество совпадающих производных траектории частицы и поверхности

На основе доказанной теоремы в изображениях сформулированы условия раскрытия контакта с учетом жесткости упругой связи и начального поджатия. Теорема может быть использована для классификации отрывов. В отличие от ранее рассмотренных расчетных схем в систему добавлен новый параметр – частота собственных колебаний материальной частицы, рассматриваемой без учета связи со стороны вибрирующей поверхности.

III. Особенности проявления неударяющих связей с учетом упругих взаимодействий. Периодические режимы подбрасывания. В отличие от систем без упругого прижатия обнаруживается новая роль упругих взаимодействий с учетом неударяющих связей, которая заключается в том, что резонансные частоты способствуют не разрушению контакта, а его сохранению.

Особое внимание в исследовании уделено влиянию упругих сил на формирование режимов непрерывного подбрасывания [11-13]. Такими режимами являются режимы с периодом подбрасывания кратным периоду колебания опорной поверхности. Основные характеристики траектории подбрасывания определяются натуральным числом – кратностью подбрасывания, равным количеству периодов колебания поверхности в периоде свободного движения частицы в фазе раскрытия контакта.

Теорема о необходимых и достаточных условиях отрыва позволяет определить аналитические выражения для характеристик траекторий непрерывного подбрасывания: частоты, амплитуды и фазы отрыва, высоты и длительности полетов; получать асимптотические оценки от ключевых безразмерных параметров системы, в частности, в зависимости от безразмерной относительной частоты.

Кратные режимы отличаются определенным разнообразием с учетом порядка отрыва. Увеличение кратности режимов приводит к появлению так называемых режимов подбрасывания с дробной кратностью, отрыв которых реализуется из точек отрыва 2-ого порядка.

Заключение. Разработана методика построения математических моделей, учитывающих неударивающий характер связей массоинерционных элементов механических колебательных систем с сосредоточенными параметрами во взаимодействии с опорной поверхностью в вертикальных колебаниях. Для разработки математической модели использованы методы обыкновенных дифференциальных уравнений и операционные методы. Особенности взаимодействия системы рассмотрены в зависимости от жесткости пружины поджатия. Доказана теорема в изображениях о необходимых и достаточных условиях раскрытия контакта между твердым телом и опорной поверхностью. Установлена роль упругих сил, как фактора замыкания неударивающего контакта на собственной частоте парциальной системы поджатия.

Развитые теоретические положения, учитывающие неударивающий характер связей, могут служить основой для разработки технических средств оценки, формирования и коррекции динамических состояний технических объектов в условиях вибрационных нагружений, в частности, вибрационных технологических машин.

Технологические вибрационные машинные агрегаты имеют сложные движения, которые могут быть приближенно оценены посредством математических моделей, разработанных на основе расчетных схем в виде механических колебательных систем с учетом неударивающих связей.

Для контроля вибрационного поля необходимы технические средства для отслеживания конкретных свойств вибрационного технологического процесса. Разработанная методология учета неударивающих связей может служить основой для проектирования специализированных средств оценки, коррекции и формирования динамических состояний вибрационных технологических машин.

Список литературы

1. Вибрации в технике: справочник в 6-ти томах / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. – Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э Лавенделла. – 504 с.
2. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects // *Studies in Systems, Decision and Control*. 2019.
3. Krot Pavlo, Hamid Shiri, Przemysław Dąbek, Radosław Zimroz. Diagnostics of Bolted Joints in Vibrating Screens Based on a Multi-Body Dynamical Model // *Materials*. 2023, no. 16(17), p. 5794. doi.org/10.3390/ma16175794.
4. Korendiy V., Kachur O., Predko R., Kotsiumbas O., Stotsko R., Ostashuk M. Generating rectilinear, elliptical, and circular oscillations of a single-mass vibratory system equipped with an enhanced twin crank-type exciter // *Vibroengineering Procedia*. 2023, vol. 51, pp. 8-14. doi.org/10.21595/vp.2023.23657.
5. Елисеев, А.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неударивающих связей: монография // Новосибирск: Наука, 2015. – 332 с.
6. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Елисеев А.В. Неударивающие связи в задачах динамики взаимодействий // *Безопасность и живучесть технических систем: материалы и доклады / V Всероссийская конференция (Красноярск, 12-16 октября 2015 года): в 3 т. – Красноярск: Сиб. федер.ун-т, 2015. – Т. 2. – С. 224-229.*
7. Елисеев А.В. К вопросу о математическом моделировании режимов непрерывного подбрасывания щетки в контактных взаимодействиях с коллектором // *Вестник Иркутского государственного технического университета*. – 2018. – Т. 22, № 1(132). – С. 10-22.

8. Елисеев А.В. Метод обобщенной функции зазора в приложении к контактными взаимодействиям механических колебательных систем // Решетневские чтения. – 2018. – Т. 1. – С. 432-434.
9. Елисеев С.В. Определение контактных реакций в составных твердых телах при динамических нагрузках с учетом неударяющих связей // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2014. – № 1(41). – С. 45-54.
10. Елисеев А.В. Теоретические основы формирования режимов непрерывного подбрасывания материальной частицы на вибрирующей поверхности с учетом упругих взаимодействий // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2023. – № 23. – С. 18-30.
11. Елисеев А.В. Технология оценки свойств динамического взаимодействия в контактах составных твердых тел // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – 2014. – № 1-2. – С. 179-183.
12. Елисеев С.В. Характеристики взаимодействия материальной частицы и поверхности колебания в зависимости от постоянной силы с учетом неударяющей связи // Техника и технология: новые перспективы развития. – 2012. – С. 20-23.
13. Елисеев А.В., Выонг К.Ч. Некоторые возможности управления одномерным вибрационным полем технологической машины // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2016. – № 1(49). – С. 33-41.

Сведения об авторах:

Елисеев Андрей Владимирович – к.т.н., доцент кафедры математики;

Мионов Артем Сергеевич – соискатель, НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования.