

МЕТОД РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ СОСТАВНОЙ ОБОЛОЧЕЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ В ЖИДКОСТИ

Пузакина А.К.

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва

Ключевые слова: вынужденные колебания, цилиндрическая оболочка, жидкость, дисперсионное уравнение, уравнение движения.

Аннотация. Предложен метод расчета колебаний оболочечной конструкции, погруженной в жидкость. Динамическая модель конструкции представлена в виде набора конечных упругих цилиндрических оболочек - отсеков и упругих колец, к которым приложены дискретные возмущающие силы. Приведены примеры расчета амплитудно-частотных характеристик и формы радиальных колебаний оболочечной конструкции.

METHOD FOR CALCULATING VIBRATIONS OF A COMPOUND SHELL STRUCTURE IN A LIQUID

Puzakina A.K.

Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute of RAS, Moscow

Keyword: forced vibration, cylindrical shell, liquid, dispersion equation, forced vibration equation.

Abstract. A method for calculating the vibrations of a shell structure immersed in a liquid is proposed. The dynamic model of the structure is presented as a set of finite elastic cylindrical shells - compartments and elastic rings, to which discrete disturbing forces are applied. Examples of calculating the amplitude-frequency characteristics and the shape of radial vibrations of the shell structure are given.

Рассматривается задача о вынужденных колебаниях оболочечной конструкции, погруженной в жидкость. Конструкция состоит из отсеков, каждый из которых представляет собой конечную упругую цилиндрическую оболочку с упругими кольцами на концах. На оболочечную конструкцию действуют дискретные вынуждающие силы, приложенные к кольцам. Решаемая задача актуальна, она может быть использована для активного гашения звукового излучения цилиндрических оболочек в жидкости [1].

Цель – разработать метод расчета перемещений цилиндрической оболочки. В работе [2] перемещения считались заданными.

Система условно разбивается на подсистемы, включающие оболочки и кольца. Для каждой оболочки составляются дисперсионные уравнения и определяются их корни. Решение свободных колебаний оболочки записывается в виде вектора перемещений, (u, v, w, w') . Функция распределения перемещений оболочек по их длине записываются через перемещения торцевых сечений. Внутренние силы в оболочках тоже приводятся к торцам оболочек. Определяются матрицы динамических жесткостей колец по тем же четырем перемещениям. Вынуждающие силы распределены окружности по гармоническому закону $P = p \cos n\varphi$. Дискретные вынуждающие силы могут задаваться в любом месте по длине цилиндрической оболочки без применения

δ – функции. Получается матричное уравнение ленточного типа, состоящее из блок-матриц четвертого порядка. Используются уравнения движения цилиндрической оболочки в перемещениях, основанные на моментной теории упругих оболочек Кирхгофа-Лява. Решения уравнений свободных колебаний конечной цилиндрической оболочки записываются в форме [3]

$$u=U \cos(n\varphi) e^{i\omega t}, v=V \sin(n\varphi) e^{i\omega t}, w=W \cos(n\varphi) e^{i\omega t},$$

$$U = \sum_{j=1}^8 C_{jn} \frac{\Delta_{jn}^{(2)}}{\Delta_{jn}^{(1)}} e^{i\alpha_{jn}\xi}, V = \sum_{j=1}^8 C_{jn} \frac{\Delta_{jn}^{(3)}}{\Delta_{jn}^{(1)}} e^{i\alpha_{jn}\xi}, W = \sum_{j=1}^8 C_{jn} e^{i\alpha_{jn}\xi},$$

где n – окружные гармоники ряда Фурье, $n=0, 1, 2, 3, \dots$, α_{jn} – корни дисперсионного уравнения, $j=1-8$ – порядковые номера корней, C_{jn} – искомые коэффициенты, Δ_{jn} – миноры матрицы уравнения движения оболочки (3), $\omega=2\pi f$ – угловая частота колебаний, f – частота колебаний.

В решение (2) входят подлежащие определению корни дисперсионного уравнения α_{jn} и коэффициенты C_{jn} . Для получения дисперсионного уравнения примем $q_1=q_2=q_3=0$, и решение уравнения представим в упрощенном виде

$$v = V \cdot e^{i\alpha y} \sin n\varphi; u = U \cdot e^{i\alpha y} \cos n\varphi; w = W \cdot e^{i\alpha y} \cos n\varphi.$$

В результате подстановки этих решений в уравнение движения получим уравнение свободных колебаний оболочки в матричном виде [3]

$$\begin{bmatrix} L_{11} + \omega_*^2 & L_{12} & L_{13} \\ -L_{12} & L_{22} + \omega_*^2 & L_{23} \\ -L_{13} & L_{23} & L_{33} + \omega_*^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \frac{a}{q} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_s \end{Bmatrix},$$

Дисперсионное уравнение для конечной цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость, имеет вид

$$\frac{\Delta_0(\alpha)}{\Delta^1(\alpha)} - \frac{\rho_0 \omega^2 a H_n^{(2)}(ka)}{q k H_n^{(2)}(ka)} = 0.$$

Для составления уравнений вынужденных колебаний оболочечной конструкции внутренние силы в оболочках выражаются через перемещения их торцевых сечений. Матричное уравнение движения системы составляется из условия динамического равновесия колец под действием приложенных к ним сил. Уравнение движения кольца номера k в матричной форме имеет вид

$$M_k Z_k = P_k - F_k^{(1)} + F_k^{(2)},$$

где P_k – вектор возмущающих сил, $F_k^{(1)}, F_k^{(2)}$ – векторы внутренних сил, приложенные от оболочек к кольцу слева и справа, M_k – матрица динамических жесткостей кольца номера k .

В уравнениях движения порядковые номера колец обозначим q , где $0 \leq q \leq p$. Уравнения составляются для каждого кольца в виде

$$H_q^3 G_q^*(\ell_q) C_q^1 H_{q-1}^2 Z_{q-1} +$$

$$+ \left[M_q + H_q^3 G_q^*(\ell_q) C_q^2 H_q^1 - H_q^4 G_{q+1}^*(0) C_{q+1}^1 H_q^2 \right] Z_q - H_q^4 G_{q+1}^*(0) C_{q+1}^2 H_{q+1}^1 Z_{q+1} = P_q.$$

Общее матричное уравнение для оболочечной конструкции имеет ленточно-диагональную структуру расположения блок - матриц размером 4×4 и в сумме может иметь порядок нескольких сотен. В результате решения этой системы определяются искомые векторы перемещений колец Z_q . После определения векторов перемещений Z_q на кольцах q из уравнения движения можно построить АЧХ колебаний в заданных сечениях (кольцах) оболочечной конструкции, а также формы вынужденных колебаний для каждой оболочки и всей оболочечной конструкции в целом.

На рисунках 1-2 приведены результаты расчетов АЧХ и форм колебаний в диапазоне частот $f = 1-100$ Гц для окружной гармоники $n = 1$.

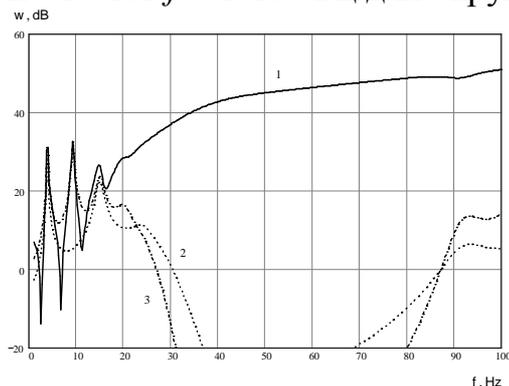


Рис. 1. АЧХ колебаний оболочки

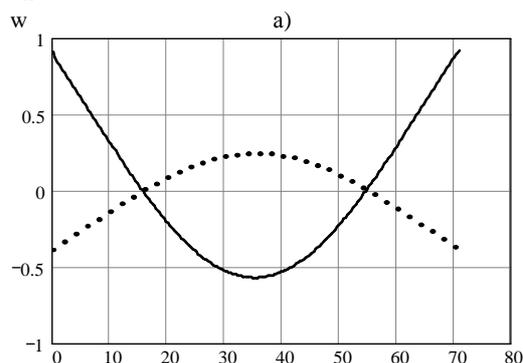


Рис. 2. Форма колебаний оболочки

Параметры составной оболочки: общая длина $L = 70$ м, радиус $a = 4$ м, толщина $h = 0.04$ м, материал – сталь. Возмущающая сила $P = 1000$ Н приложена на левом конце оболочечной конструкции. Три линии на рисунке 1 – сплошная, точками и штриховая соответствуют АЧХ в сечениях: 1 – левый конец, 2 – середина, 3 – правый конец оболочечной конструкции. На рисунке 2 приведена форма радиальных колебаний оболочки w на частоте $f = 4$ Гц, Сплошная линия – $Re(w)$, пунктирная линия – $Im(w)$.

Список литературы

1. Косарев О.И., Пузакина А.К. Активное гашение звукового поля, переизлученного конечной цилиндрической оболочкой в дальней зоне // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2018. – №3. – С.93-98.
2. Авербух А.З., Вейцман Р.И., Генкин М.Д. Колебания элементов конструкций в жидкости. – М.: Наука, 1987. –158 с.
3. Косарев О.И., Пузакина А.К., Нахатакян Д.Ф. Вынужденные колебания цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость. // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2020. – №5. – С. 36-44.

Сведения об авторе:

Пузакина Алла Константиновна – научный сотрудник.