

ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ В РЕЖИМАХ ДИНАМИЧЕСКОГО ГАШЕНИЯ

Елисеев А.В., Николаев А.В., Елисеев С.В.

Иркутский государственный университет путей сообщения, г.Иркутск

Ключевые слова: механические колебательные системы, динамические гашения колебаний, динамические реакции связей, взаимодействия элементов.

Аннотация. Статья посвящена развитию методов структурного математического моделирования в задачах динамики машин, оборудования и аппаратуры, расчетные схемы которых могут рассматриваться как механические колебательные системы с несколькими степенями свободы и сосредоточенными параметрами, совершающие малые колебания относительно статического или динамического равновесия. Разработана технология построения математических моделей, предложена методика определения динамических реакций связей взаимодействующих элементов системы.

FEATURES OF INTERACTIONS OF ELEMENTS OF MECHANICAL OSCILLATORY SYSTEMS IN DYNAMIC DAMPING REGIMES

Eliseev A.V., Nikolaev A.V., Eliseev S.V.

Irkutsk State Transport University, Irkutsk

Keyword: mechanical oscillatory systems, dynamic dampening of oscillations, dynamic reactions of bonds, interaction of elements.

Abstract. The article is devoted to the development of methods of structural mathematical modeling in the problems of dynamics of machines, equipment and apparatus, the design schemes of which can be considered as mechanical oscillatory systems with several degrees of freedom and concentrated parameters, making small oscillations relative to static or dynamic equilibrium. The technology of construction of mathematical models is developed, the technique of definition of dynamic reactions of communications of interacting elements of system is offered.

Введение. Динамическому гашению колебаний в задачах динамики транспортных и технологических машин уделяется большое внимание, что нашло отражение в ряде работ [1-4]. В последние годы наметился интерес к поискам и разработке конструктивно-технических форм реализации динамического гашения колебаний [5,6]. В предлагаемой статье рассматриваются возможности построения математических моделей для оценки режимов динамического гашения колебаний в системах с упругими связями и возможности учета различных форм связности движения нескольких элементов системы.

I. Некоторые общие положения. Режимы динамического гашения колебаний в механических колебательных системах соотносятся с представлениями «обнуления» одной или нескольких координат движения при наличии в системе одной или нескольких связанных между собой внешних возмущений силовой или кинематической природы. Рассматриваются механические колебательные системы, обладающие линейными свойствами,

совершающие малые колебания относительно положения статического равновесия или установившегося движения.

Представленная на рис.1 механическая колебательная система состоит из твердого тела, обладающего массой M и моментом инерции J относительно центра тяжести (т.О рис. 1). Твердое тело опирается на опорную поверхность через упругие элементы (пружины) с коэффициентами жесткости k_1 и k_2 ; по концам твердого тела в т.А и т.В. приложены гармонические синфазные возмущения одной частоты $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$. Между внешними возмущениями имеется функциональная зависимость:

$$Q_2(t) = \alpha Q_1(t), \tag{1}$$

где α – коэффициент связности внешних воздействий; α является постоянной величиной, которая может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения.

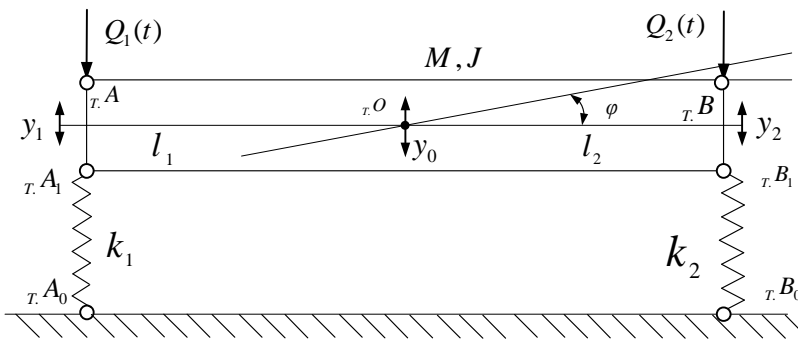


Рис.1. Расчетная схема технического объекта с двумя степенями свободы при действии двух внешних возмущений

Структурная схема эквивалентной, в динамическом отношении, системы автоматического управления[5,6], представлена на рис.2.

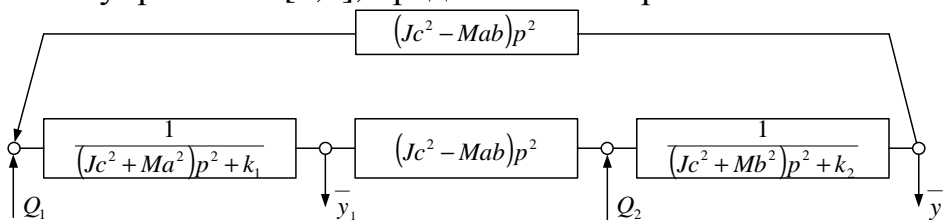


Рис. 2. Структурная математическая модель расчетной схемы технического объекта на рис. 1 $p = j\omega - (j = \sqrt{-1})$ комплексная переменная; значок <-> над переменной означает её изображение по Лапласу

II. Особенности динамических свойств технических объектов. Расчетная схема в виде механической колебательной системы (рис. 1.) характерная для вибрационных технологических машин, рабочий орган которых в виде твердого тела с разнесенными упругими опорами совершает плоские колебательные движения, представленные изменениями координат y_1, y_2 . Для оценки особенностей движения твердого тела может быть использована передаточная функция межпарциальных связей:

$$W_{12}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{\alpha(Mb^2 + Jc^2)p^2 + \alpha k_1 + (Jc^2 - Mab)p^2}{(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1 + \alpha(Jc^2 - Mab)p^2}. \quad (2)$$

Расположение узла колебаний зависит так же от значений коэффициента связности внешних сил α (определяется из выражения (1)), который может изменяться в широких пределах (принимать отрицательные, положительные и нулевые значения). Методика определения положения узла колебаний рассматривалась более подробно в работах [7,8].

Запишем уравнение движения исходной системы (рис.1) при действии одиночного возмущения $\bar{Q}_1 \neq 0, (\bar{Q}_2 = 0)$ в операторной форме:

$$\bar{y}_1[(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1] - \bar{y}_2(Jc^2 - Mab) = \bar{Q}_1, \quad (3)$$

$$\bar{y}_2[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] - \bar{y}_1(Jc^2 - Mab) = 0. \quad (4)$$

Для исключения \bar{y}_1 из уравнения (3), используем соотношение, полученное из (4):

$$\bar{y}_2 = \bar{y}_1 \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2}. \quad (5)$$

После подстановки (5) в уравнение (3) получаем уравнение движения системы, приведенной к форме системы с одной степенью свободы:

$$\bar{y}_1[(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1] - \frac{(Jc^2 - Mab)^2 p^4 \bar{y}_1}{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2} = \bar{Q}_1. \quad (6)$$

Приведенная к координате \bar{y}_1 система имеет массоинерционный элемент с параметрами $(Ma^2 + Jc^2)$, который опирается на квазиупругий элемент (обобщенная пружина), обладающий приведенной жесткостью:

$$\bar{k}_{red} = k_1 - \frac{(Jc^2 - Mab)^2 p^4}{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2} = \frac{-(Jc^2 - Mab)^2 p^4 + k_1(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_1 k_2}{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2} \quad (7)$$

III. Определение динамических реакций в соединениях элементов механической колебательной системы. Динамические реакции в тт. $(A_1), (A_0)$ в общем случае определяются [11] как величины равные по модулю, но направленные в противоположные стороны так, что

$$|\bar{R}_{A_0}| = |\bar{R}_{A_1}|. \quad (8)$$

Величина динамической реакции связи в соответствии с [9] определяется как произведение динамического смещения в точке соединения двух элементов на величину динамической жесткости упругого элемента.

В общем случае выполняется условие

$$|\bar{R}_{A_0}| = |\bar{R}_{A_1}| = k_1 \bar{y}_1. \quad (9)$$

В данном случае упругий элемент образован жесткостью k_1 , которая не зависит о частоты. Расположение тт. $(A_1), (A_0)$ приводится на рис. 1. Динамическое смещение в общем случае определяется выражением

$$\bar{y}_1 = \frac{\bar{Q}_1[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_1]}{A(p)}. \quad (10)$$

В тт. (B_1) и (B_0) динамические реакции связей рассматриваются следующим образом. Из уравнений (7) получим, что

$$\bar{y}_1 = \bar{Q}_1 + \frac{(Jc^2 - Mab) \cdot \bar{y}_2}{(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1} \quad (11)$$

После подстановки в уравнение (11) получим [9]:

$$\bar{y}_2[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] - \frac{(Jc^2 - Mab)^2 p^4 \bar{y}_2}{(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1} = \bar{Q}_1 \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1}. \quad (12)$$

При одновременном действии двух внешних сил \bar{Q}_1 и \bar{Q}_2 связанных условием (1) движения по координатам \bar{y}_1 и \bar{y}_2 будут определяться передаточными функциями:

$$W_1'(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}_1} = \frac{[(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] + \alpha(Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)} = \frac{(Mb(b - \alpha a) + Jc^2(1 + \alpha))p^2 + k_2}{A(p)} \quad (13)$$

и

$$W_2'(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}_1} = \frac{\alpha(Ma^2 + Jc^2)p^2 + \alpha k_1 + (Jc^2 - Mab)p^2}{A(p)} = \frac{(Ma(\alpha a - b) + Jc^2(\alpha + 1))p^2 + \alpha k_1}{A(p)} \quad (14)$$

В данном случае режимы динамического гашения колебаний могут быть реализованы по координатам \bar{y}_1 и \bar{y}_2 на частотах воздействия:

$$\omega_{10}^2 = \frac{k_2}{Mb(b - a\alpha) + Jc^2(1 + \alpha)}, \quad (15) \quad \omega_{20}^2 = \frac{\alpha k_1}{Ma(a\alpha - b) + Jc^2(1 + \alpha)}. \quad (16)$$

Заключение. В задачах динамики машин, оборудования и аппаратуры различного назначения, расчетные схемы которых могут быть представлены механическими колебательными системами с объектами в виде твердого тела, совершающими плоские колебательные движения, реакции связей, возникающие при взаимодействии элементов, оказывают существенное влияние на динамическое состояние системы в целом. Реакции связей определяются как результат произведения приведенных жесткостей системы и динамических смещений точки соединения элементов системы.

Предлагаемый метод выделения режимов динамического состояния объектов, основан на анализе возможностей проявления состояний динамического гашения колебаний, а так же взаимодействия элементов при формировании узлов колебаний. Предложена технология сведения исходных систем с несколькими степенями свободы к упрощенной схеме с одной степенью свободы, что может быть реализовано как с применением структурных методов

математического моделирования, так и путем преобразования уравнений движения систем операторной форме путем исключения переменных.

Список литературы

1. Корнев Б.Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний. Теория и технические приложения. – М.: Наука, 1988. – 304 с.
2. Елисеев С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. – Новосибирск: Наука, 2014. – 357с.
3. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. – Springer International Publishing, Switzerland, 2016. – 708p.
4. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
5. Елисеев С.В. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем / С.В. Елисеев, А.И. Артюнин. – Новосибирск: Наука, 2016. – 459 с.
6. Елисеев С.В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи): монография / С.В. Елисеев; отв. ред. А.И. Артюнин. – Иркутск: ИрГУПС, 2018. – 692 с.
7. Елисеев С.В. Новые подходы в оценке динамических свойств технических объектов при одновременном действии нескольких гармонических возмущений / С.В. Елисеев, Н.К. Кузнецов, К.Ч. Выонг // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2018. – № 6 (137). – С. 19-33/
8. Николаев А.В. Динамическое гашение колебаний – развитие методов структурного математического моделирования / А.В. Николаев, С.В. Елисеев // Фундаментальные основы механики. – 2018. – №3. – С.35-43.
9. Кашуба В.Б. Динамические реакции в соединениях элементов механических колебательных систем / В.Б. Кашуба, С.В. Елисеев, Р.С. Большаков; отв. ред. А.И. Артюнин. – Новосибирск: Наука, 2016. – 324 с.

Сведения об авторах:

Елисеев Андрей Владимирович – к.т.н., доцент кафедры математики, ИрГУПС, г.Иркутск;

Николаев Андрей Владимирович – аспирант, ИрГУПС, г.Иркутск;

Елисеев Сергей Викторович – д.т.н., профессор, советник при ректорате по научной работе, ИрГУПС, г.Иркутск.