УДК 62.752, 621.534, 629.4.015 https://doi.org/10.26160/2658-6185-2019-2-16-20

ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ АСИММЕТРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ СВЯЗЕЙ В ЦЕПНЫХ СТРУКТУРАХ

Елисеев А.В., Миронов А.С., Елисеев С.В.
Иркутский государственный университет путей сообщения, г.Иркутск

Ключевые слова: цепные механические колебательные системы, динамические реакции связей, передаточные функции, связность внешних воздействий.
Аннотация. В предлагаемом докладе развивается метод построения математических моделей для отображения динамических состояний технических объектов в модельных задачах динамики, в которых реализуются эвристические подходы и соответствующая методологическая база. Целью исследования является разработка детализированной технологии построения математических модели взаимодействия элементов механической колебательной системы с неудерживающими связями. Отражены особенности динамических взаимодействий цепной структуры с тремя степеням свободы с позиций оценки возможностей формирования асимметрии параметров динамического состояния элементов при формировании динамических реакций связей при действии одиночных и совместных действующих сил. Разработана методическая основа построения математических моделей; получены аналитические соотношения.

FEATURES OF ESTIMATION OF ASYMMETRY OF DYNAMIC REACTIONS OF LINKS IN CHAIN STRUCTURES

Eliseev A.V., Mironov A.S., Eliseev S.V.
Irkutsk State Transport University, Irkutsk

Keywords: chain mechanical oscillatory systems, dynamic reactions of bonds, transfer functions, dynamic stiffness.
Abstract. The proposed article develops a method of constructing mathematical models for displaying the dynamic States of technical objects in model problems of dynamics, in which heuristic approaches and the corresponding methodological base are implemented. The aim of the article is to develop a detailed technology for constructing mathematical models of interaction of elements of a mechanical oscillatory system with not-holding ties. The features of dynamic interactions of a chain structure with three degrees of freedom are studied from the standpoint of assessing the possibilities of forming asymmetry of the parameters of the dynamic state of the elements in the formation of dynamic reactions of bonds under the action of single and joint acting forces.

Введение. Многие объекты технического назначения в виде транспортных устройств и вибрационных технологических машин отображаются в задачах динамики механическими колебательными системами с сосредоточенными параметрами. Особенности таких систем нашли отражение в работах [1-3], в которых рассматриваются малые колебания технических объектов относительно положения статического равновесия или установившегося состояния при действии вибрационных нагрузок.

В технологических вибрационных машинах, предназначенных для транспортировки сыпучих материалов и их классификации, реализации виброударных процессов обработки материалов взаимодействие с рабочими органами машин и соответствующими формами взаимодействия с окружающими и рабочей средой носит неудерживающих характер [4-7].

В предлагаемо докладе рассматриваются возможности построения математической модели взаимодействия элементов цепных колебательных систем с использованием представлений о формах динамических реакций и связей.

I. Некоторые общие положения. Рассматривается технический объект, расчетная схема которого может быть представлена линейной цепной структурой «включающей» в свой состав три массоинерционные элемента m_1, m_2, m_3 связанных между собой и опорными поверхностями с помощью упругих элементов с коэффициентами жесткости k_1, k_2, k_3, k_4 как показано не рис. 1.

Внешнее возмущение системы представлено двумя гармоническими функциями одной частоты реализующими кинематическое возбуждение.

Для составления математической модели системы (рис. 1) во временной области используются уравнения Лагранжа 2-ого рода [1].

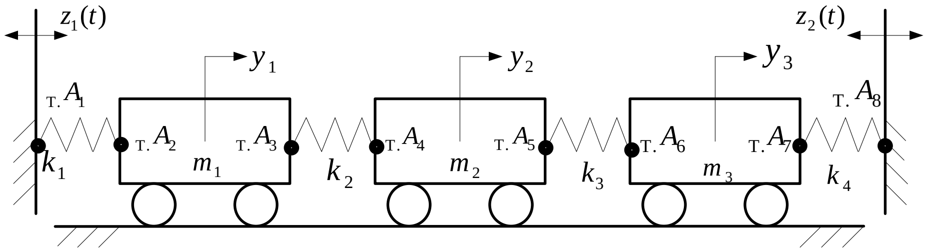

Рис. 1. Расчетная схема технического объекта цепной колебательной структуры с тремя степенями свободы

После интегральных преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях математическая модель может быть представлена в операторной форме:

$$(m_1 p^2 + k_1 + k_2)\bar{y}_1 - k_2\bar{y}_2 = k_1\bar{z}_1; \qquad (1)$$

$$(m_2 p^2 + k_2 + k_3)\bar{y}_2 - k_2\bar{y}_1 - k_3\bar{y}_3 = 0; \qquad (2)$$

$$(m_3 p^2 + k_3 + k_4)\bar{y}_3 - k_3\bar{y}_2 = k_4\bar{z}_2, \qquad (3)$$

где $p = j\omega$, $j = \sqrt{-1}$ – комплексная величина; значок <-> над переменной соответствует изображению по Лапласу[1].

II. Особенности математических моделей. Используя уравнение движения в операторной форме, найдем передаточный функции системы, учитывая возможности одновременного действия двух возмущающих факторов:

$$\bar{Q}_3 = \alpha\bar{Q}_1, \qquad (4)$$

где α – коэффициент связности внешних воздействий, который может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения.

Выражения для передаточных функций системы имеют вид:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{k_1(a_{22}a_{33} - a_{23}{}^2) + k_4\alpha(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})}{A(p)}; \qquad (5)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} = \frac{k_1(a_{31}a_{23} - a_{21}a_{33}) + k_4\alpha(a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21})}{A(p)}; \qquad (6)$$

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{z}_1} = \frac{k_1(a_{12}a_{32} - a_{13}a_{22}) + k_4\alpha(a_{11}a_{22} - a_{12}{}^2)}{A(p)}; \qquad (7)$$

где $A(p) = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}^2 - a_{22}a_{13}^2 - a_{33}a_{12}^2 + 2a_{12}a_{23}a_{31}$. (8)

является характеристическим многочленом системы.

Из сравнения (5), (6), (7) следует, что в общем случае система имеет три резонансных режима параметры которых, определяются из характеристического уравнения $A(p) = 0$.

III. Динамические реакции связей. Приведенная на рис.1 механическая колебательная система с тремя степенями свободы может рассматриваться в качестве основы для оценки и решения в первом приближении задачи динамики коллекторно-щеточного узла тягового двигателя при наличии внешних воздействий на коллекторно-щеточный узел. При этом элементы с массами m_1 и m_3 могут отображать свойства щеток, а элемент m_2 может рассматриваться как коллектор. Основное внимание при этом уделяется соотношениям динамических реакций связей, возникающих на элементах с массами m_1 и m_3.

Используя математическую базу, изложенную в работе [1], отметим, что динамическая реакции связей $\bar{R}_{m_1}$, $\bar{R}_{m_3}$ для массионерционных элементов m_1, m_3 определяется выражением:

$$\bar{R}_{m_1} = -[(k_1 + k_2)\bar{y}_1 - k_2\bar{y}_2], \ (9) \qquad \bar{R}_{m_3} = -[-k_3\bar{y}_2 + (k_3 + k_4)\bar{y}_3]. \ (10)$$

Представленная на рис. 1. механическая колебательная система рассматривается в данном случае как модельная задача формирования асимметрии динамических нагрузок, передающихся на щеточный контакт при динамических нагрузках на корпус тягового двигателя.

Для оценки асимметрии передачи силовых возмущений, формируемых в системе (рис. 1) при вибрации опорных поверхностей, на основе значений реакций $\bar{R}_{m_1}$ и $\bar{R}_{m_3}$, можно внести в рассмотрение коэффициент асимметрии контактного давления на элемент m_2.

$$\beta = \frac{\bar{R}_{m_1}}{\bar{R}_{m_3}} = \frac{(k_1 + k_2)W_1(p) - k_2W_2(p)}{-k_3W_2(p) + (k_3 + k_4)W_3(p)}. \qquad (11)$$

В общем случае коэффициент $\beta = \beta(\alpha, p)$ представляет рациональную дробь, сформированную биквадратными многочленами по p, стоящими в числители и знаменателе.

IV. Особенности динамических свойств системы с учетом реакций связей. В качестве упрощения рассматриваемой модельной задачи значения масс и коэффициенты жесткости могут быть выбраны следующим образом:

$$m_1 = m_3 = m, \ m_2 = M, \ k_1 = k_4 = k, \ k_2 = k_3 = K. \qquad (12)$$

Выражение (11) для определения коэффициента β, отражающего возможности формирования асимметрии динамических реакций связи, можно представить с учетом (12) используя понятие об определителях [12] в виде:

$$\beta=\begin{vmatrix}1 & mp^2 & 0\\ 0 & (1+\frac{k}{K})Mp^2+2k & -1\\ \alpha & mp^2 & 1+\frac{mp^2+k}{K}\end{vmatrix}\Bigg/\begin{vmatrix}1+\frac{mp^2+k}{K} & mp^2 & 1\\ -1 & (1+\frac{k}{K})Mp^2+2k & 0\\ 0 & mp^2 & \alpha\end{vmatrix}. \quad (13)$$

Критические значения параметра связности внешних воздействий α, обнуляющие числитель и знаменатель коэффициента асимметрии β, могут быть представлены выражениями:

$$\alpha_0=-\begin{vmatrix}(1+\frac{k}{K})Mp^2+2k & -1\\ mp^2 & 1+\frac{mp^2+k}{K}\end{vmatrix}\Bigg/\begin{vmatrix}mp^2 & 0\\ (1+\frac{k}{K})Mp^2+2k & -1\end{vmatrix}, \quad (14)$$

$$\alpha_\infty=-\begin{vmatrix}-1 & (1+\frac{k}{K})Mp^2+2k\\ 0 & mp^2\end{vmatrix}\Bigg/\begin{vmatrix}1+\frac{mp^2+k}{K} & mp^2\\ -1 & (1+\frac{k}{K})Mp^2+2k\end{vmatrix}. \quad (15)$$

В предельном случае $K\to\infty$ коэффициент асимметрии β принимает вид:

$$\beta(\omega,\alpha)=\frac{(M+(1-\alpha)m)\omega^2-2k}{(\alpha M+(\alpha-1)m)\omega^2-2\alpha k}. \quad (16)$$

Особенности функциональной зависимости коэффициента $\beta=\beta(\alpha,\omega)$, $p=j\omega,\ j=\sqrt{-1}$ от ω – частоты внешних возмущений и α параметра связности определяются величинами ω_0, ω_∞:

$$\omega_0{}^2=\frac{2k}{M+(1-\alpha)m}, \quad (17) \qquad \omega_\infty{}^2=\frac{2\alpha k}{\alpha M+(\alpha-1)m}, \quad (18)$$

где ω_0 – частота, на которой числитель (16) обращается в ноль, а ω_∞ – частота при которой знаменатель (16) обращается в ноль.

Заключение. Предлагаемый подход в построении математических моделей технических объектов, работающих в специфических динамических условиях позволяет определиться с выбором рациональных направлений в разработке конструктивно-технических решений, связанных с созданием надежных в эксплуатации машин, оборудования и аппаратуры при необходимости поддержания в условиях нормальной эксплуатации определенных требований к симметрии распределения нагрузок на отдельные элементы и узлы (или точки соединения) взаимодействующих элементов.

Список литературы

1. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. – Новосибирск: Наука, 2016. – 459с.
2. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. – Springer International Publishing, Switzerland, 2016. – 708p.
3. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. – Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. – 957 p.

4. Пановко Г.Я. Динамика вибрационных технологических процессов.–- М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных технологий, 2006. – 176 с.
5. Елисеев А.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неудерживающих связей: монография / В.В. Сельвинский, С.В. Елисеев, Елисеев А.В. – Новосибирск: Наука, 2015. – 332 с.
6. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения: монография. – Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2011. – 568 с.
7. Щербаков В.Г. Тяговые электродвигатели электровозов. – Новочеркасск: Агентство Наутилус, 1998. – 672 с.

Сведения об авторах:

Елисеев Андрей Владимирович – к.т.н., доцент кафедры математики, ИрГУПС, г.Иркутск;

Миронов Артем Сергеевич – соискатель, ИрГУПС, г.Иркутск;

Елисеев Сергей Викторович – д.т.н., профессор, советник при ректорате по научной работе, ИрГУПС, г.Иркутск.