

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО ТРУБОПРОВОДУ

Кумицкий Б.М.¹, Саврасова Н.А.², Борисова Н.И.²

¹Воронежский государственный технический университет»,

² Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, г. Воронеж

Ключевые слова: течение жидкости, трубопровод, сечение.

Аннотация. В рамках математической модели описан процесс течения жидкости по вертикальной трубе. С помощью метода ротационной вискозиметрии получены выражения для гидродинамических параметров течения жидкости: время истечения и скорости течения жидкости.

В последнее время вопросам проектирования и модернизации оборудования для транспортировки различного рода жидкостей уделяется пристальное внимание. Связано это в том числе и с тем, что проблема перемещения жидкостей различного состава и свойств является существенной для строительства и ЖКХ, химической промышленности и нефтегазовой отрасли, сельского хозяйства и агропромышленного комплекса.

Важной предпосылкой успешного разрешения подобной проблемы является необходимость исследования физических свойств перемещаемых жидкостей для решения конкретных технических задач [1 – 4].

С этой целью в работе используется метод ротационной вискозиметрии, позволяющий исследовать вязкость бингамовских жидкостей, т.е. жидкостей, имеющих начальный предел текучести, ниже которого она не течет и имеет свойства твердого тела. К таким жидкостям можно отнести, например, цементные, бетонные и глинистые растворы, горюче-смазочные материалы, содержимое емкостей для хранения, используемых в сельском хозяйстве или нефтегазовой отрасли.

При течении жидкости по трубопроводу происходит превращение механической энергии. А именно, потенциальная энергия жидкости, находящейся в хранилище превращается в кинетическую энергию потока данной жидкости. При этом не исключены и потери энергии.

Если сечение трубопровода является постоянной величиной и напор не изменяется, то решение такой задачи может быть получено с помощью уравнения Бернулли и связано с определением следующих параметров: времени вытекания и скорости течения.

Если же напор жидкости не постоянен по сечению трубы, то течение жидкости считается неустановившимся. В этом случае для того, чтобы использовать уравнение Бернулли, необходимо рассматриваемое время истечения разбить на такие интервалы, в течение которых напор жидкости будем считать постоянным, а течение жидкости – установившимся [5].

Рассмотрим течение жидкости по вертикальной трубе высотой h и радиусом R (причем, радиус много меньше высоты $R \ll h$). Тогда уравнение баланса жидкости на некоторой высоте u примет вид:

$$S(y) \cdot \frac{dy}{dt} = j(y), \tag{1}$$

где $S(y)$ – площадь поперечного сечения трубы, причем, $S = \pi R^2$ и данная площадь – величина постоянная;

$j(y)$ – поток жидкости, которая вытекает из трубы (напор жидкости).

Если предположить, что скорость течения пропорциональна потоку жидкости, т.е.

$$j(y) = -By, \tag{2}$$

где B – коэффициент, величина которого определяется площадью сечения трубы и смачиваемостью.

Обобщая формулы (1) и (2), можно получить дифференциальное уравнение:

$$S(y) \cdot \frac{dy}{dt} = -By. \tag{3}$$

Интегрируя по y и t , получим:

$$\int_h^R \frac{dy}{y} = - \int_0^t \frac{B}{\pi R^2} dt, \\ t = \frac{\pi R^2}{B} \ln h. \tag{5}$$

Для времени вытекания вязкой жидкости, протекающей по широкому цилиндрическому сосуду, можно записать:

$$t \sim \frac{R^2}{\rho j d_{\text{отв}}^3} \ln h, \tag{6}$$

где $d_{\text{отв}}$ – диаметр отверстия; ρ – плотность жидкости.

Если же по трубопроводу течет вязкая жидкость, то ее свойства описываются уравнением:

$$\sigma = A \left(\frac{dv}{dr} \right)^n, \tag{7}$$

σ - сдвиговое напряжение;

$\frac{dv}{dr}$ – модуль градиента скорости по радиусу трубки;

A и n – постоянные.

Течение жидкости стационарно, если действие силы тяжести компенсируется силой трения.

$$F_{\tau} = \rho j \pi R^2 dy, \\ \rho j \pi R^2 dy = \tau \pi R dy, \\ \rho j R = \tau,$$

Тогда с учетом (7):

$$\rho j r = A \left(\frac{dv}{dr} \right)^n. \tag{8}$$

Решением данного дифференциального уравнения является выражение для скорости:

$$v(r) = v_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{1 + \frac{1}{n}} \right), \quad (9)$$

где v_0 – начальная скорость течения, зависящая от рода жидкости, радиуса трубопровода, величины напора жидкости.

Из формулы (9) видно, что скорость течения жидкости по трубопроводу максимальна вдоль оси симметрии и линейно уменьшается с увеличением радиуса.

Список литературы

1. Рейнер М. Реология. – М. Наука, 1965. – 224 с.
2. Виноградов Г.В. Реология полимеров / Г.В. Виноградов, А.Я. Малинин. – М.: Химия, 1977. – 440 с.
3. Кумицкий Б.М. Использование принципов механики сплошной среды для исследования псевдопластических и дилатантных жидкостей / Б.М. Кумицкий, Н.А. Саврасова, Н.И. Коротких // Инженерные системы и сооружения. – 2015. - № 1 (18). – С. 44 – 49.
4. Кумицкий Б.М. Исследование вязкости аномальных жидкостей методом ротационной вискозиметрии / Б.М. Кумицкий, Н.А. Саврасова // Инженерные системы и сооружения. – 2014. – Т. 3. - № 4 (27). – С. 198-201.
5. Кумицкий Б.М. Тепловые процессы при остывании водного бассейна / Б.М. Кумицкий, Н.А. Саврасова, С.В. Чуйкин // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2017. – Т. 5. - № 1 (27). – С. 208-212.

Сведения об авторах:

Кумицкий Борис Михайлович – к.ф.-м.н, доцент кафедры теплогазоснабжения и нефтегазового дела, ВГТУ, г. Воронеж;

Саврасова Наталья Александровна – к.ф.-м.н, доцент кафедры физики и химии ВУНЦ ВВС «ВВА» им. Н.Е.Жуковского и Ю.А. Гагарина, г. Воронеж;

Борисова Надежда Игоревна – к.ф.-м.н, преподаватель кафедры физики и химии ВУНЦ ВВС «ВВА» им. Н.Е.Жуковского и Ю.А. Гагарина, г. Воронеж.

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE PROCESS OF LIQUID FLOW THROUGH A PIPELINE

Kumitsky B.M., Savrasova N.A., Borisova N.B.

Keywords: fluid flow, pipeline, size.

Abstract. The mathematical model describes the fluid flow in a vertical pipeline. We have obtained expressions for determining hydrodynamic parameters: the flow time, the flow rate.

References

1. Rayner M. The Rheology. – M. Nauka, 1965. – 224 p.
2. Vinogradov, G.V. The Polymer rheology / G.V. Vinogradov, A.Ya. Malinkin. – M.: Chemistry, 1977. – 440 p.
3. Kumitsky B.M. Using the principles of continuum mechanics to study pseudoplastic and dilatant fluids / B.M. Kumitsky, N.A. Savrasova, N.I. Korotkih // Engineering systems and facilities. – 2015. - № 1 (18). – P. 44-49.
4. Kumitsky B.M. Investigation of the viscosity of abnormal fluids by rotational viscometry / B.M. Kumitsky, N.A. Savrasova// Engineering systems and facilities. – 2014. - V. 3. - № 4 (17). – P. 198-201.
5. Kumitsky B.M. Thermal processes during the cooling of the water basin /B.M. Kumitsky, N.A. Savrasova, S.V. Chuykin // Current research directions of the XXI century: theory and practice. – 2017. - V. 5. - № 1 (27). – P. 208-212.