

УДК 624.131.2:519.633.6:517.977.57:004.654

<https://doi.org/10.26160/2541-9579-2020-7-3-8>**МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЗЫ ДАННЫХ ГРУНТОВ С ЦЕЛЬЮ ОПТИМИЗАЦИИ ВЛИЯНИЯ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК ВОДОНОСНОГО СЛОЯ НА ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ***Агафонов В.И., Гарнова Е.С.**Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе, г. Москва***Ключевые слова:** грунтовое основание, пористая среда, модель теплообмена, тепловая защита, оптимальное проектирование, база данных.**Аннотация.** Обосновывается необходимость конструирования базы данных грунтовых оснований с оптимальными теплозащитными характеристиками. Приводится модель насыщенной пористой среды. На основе вариационных принципов предлагается метод оптимального проектирования пористого слоя в требуемом смысле. Результаты численного решения поставленной задачи позволяют управлять процессом использования и преобразования базы данных грунтов с целью оптимизации тепловых нагрузок на здания и сооружения.**SOIL DATABASE MODELING FOR OPTIMIZATION PURPOSE OF WATER LAYER THERMAL LOADS INFLUENCE TO CONSTRUCTIONS ARE BUILDING ON***Agafonov V.I., Garnova E.S.**Russian State Geological Prospecting University named after Sergo Ordzhonikidze, Moscow***Keywords:** foundation of soil, porous environment, heat exchange model, thermal protection, optimal design, database.**Abstract.** The necessity of designing a database of soil bases with optimal heat-shielding characteristics is substantiated. Presented the model of a saturated porous medium. Based on the variational principles, a method for the optimal design of a porous layer in the required sense is proposed. The result of the numerical solution of the problem allows to control using and transformation of the soil database in order to optimize the thermal loads on buildings and structures.**База данных в процессе проектирования грунтового основания.** В различных случаях инженерного проектирования возникают ситуации, когда под действием тепловых нагрузок, проникающих из почвы, возводимая на ней конструкция должна разрушиться или происходит нарушение нормальной работы её элементов и систем.

Проблемам теплообмена в грунтах в настоящее время посвящено небольшое число работ [1-3]. Исследование оптимизации грунтовых оснований с целью тепловой защиты практически отсутствует.

Поэтому существует потребность в разработке экспериментальных и экспериментально-аналитических методов оптимального проектирования материалов, несущих функции тепловой защиты конструкций и сооружений, оптимизации различных прилегающих сред.

В поставленной задаче оптимального проектирования теплофизические и гидродинамические параметры пористой среды, такие как  $c, A, \mu, \rho$ , – зависят от пористости  $P$ . Приведённая методика построения улучшающей поправки  $\delta P$  к начальному распределению позволяет влиять на температурное поле внутри грунтового основания. Таким образом, путем выбора определенного набора характеристик одного или комбинации нескольких грунтов возможно проектировать основания зданий и сооружений, находящиеся в заданном тепловом поле.

Моделируемая база данных, использующая в своем составе информацию о структурных гидродинамических и теплофизических характеристиках грунтовых оснований, призвана дать как отправную точку для процесса оптимизации в виде начального распределения, так и для выбора на основе той же базы оптимального результата. В качестве основы используется таблица (табл. 1), которая содержит сведения о наименовании и соответствующих характеристиках известных грунтов.

Табл. 1. Пример заполнения таблицы требуемых характеристик грунтов

Наименование грунта	Плотность	Пористость	Размер частиц	Коэффициент фильтрации	Коэффициент теплопередачи	Коэффициент теплообмена	Теплоемкость	Теплопроводность
«1»	$\rho_1$	$P_1$	$d_1$	$\kappa_1$	$\mu_1$	$\alpha_{v1}$	$c_1$	$\Lambda_1$
«2»	$\rho_2$	$P_2$	$d_2$	$\kappa_2$	$\mu_2$	$\alpha_{v2}$	$c_2$	$\Lambda_2$
...	...	...	...	...	...	...	...	...

База данных пополняется по необходимости в результате работы расчётного ядра, которое представляет собой модуль по научно обоснованной оптимизации структуры пористого слоя. Пополнение базы данных проходит по схеме, представленной на рисунке (рис. 1).

Расчёт улучшающего распределения структурных характеристик выполняется в последовательности модулей «выбор 1 2 ...» - «оптимальное распределение». При наличии структуры в базе данных с заданными характеристиками проводится выбор из базы одного или нескольких компонент, на основе чего строится инженерное решение по созданию грунтового основания и его практическая реализация. При отсутствии требуемых компонент в базе она пополняется.

**Модель насыщенного теплопроводящего пористого слоя.** Для скорости фильтрации жидкости  $v$  принимается закон Дарси [2, 4-6]:

$$v = -\kappa \frac{dj}{dl}, \quad (1)$$

где  $\kappa$  - коэффициент фильтрации, зависящий от пористости грунта  $\Pi$ ,  $j$  - напор; дифференцирование производится по длине фильтрации  $l$ .

Рассматриваются  $T$  - температура твердой фазы пористой среды, а  $\theta$  - жидкой фазы. Принимается, что  $T$  и  $\theta$  зависят от пространственных координат  $x, y, z$  и времени  $t$ :  $T = T(x, y, z, t), \theta = \theta(x, y, z, t)$ .

Уравнение теплопроводности для рассматриваемой среды записывается в виде [6]:

$$c_k \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\Lambda \nabla T) - F, \quad (2)$$

где функция  $F = F(x, y, z)$  описывает тепловые источники,  $\Lambda$  тензор теплопроводности:  $\Lambda = \{\Lambda^{ij}; i, j = 1, 2, 3\}$ ,  $c_k$  - удельная теплоёмкость тела,  $\rho$  - его плотность,  $\nabla$  - оператор ковариантного дифференцирования.

Для описания распределения температуры  $\theta(x, y, z)$  однородного теплоносителя используется уравнение конвективного теплообмена Фурье-Кирхгофа [6]:

$$c_{ж} \rho_{ж} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -c_{ж} \rho_{ж} v \nabla \theta + \lambda_{ж} \Delta \theta + F, \quad (3)$$

где  $c_{ж}$  - удельная теплоемкость жидкости,  $\rho_{ж}$  - её плотность,  $\lambda_{ж}$  - теплопроводность,  $\Delta$  - оператор Лапласа.

Твердый пористый каркас обменивается с фильтрующимся через него «охладителем» теплом по закону Ньютона [6]:

$$F = \alpha_v (T - \theta), \quad (4)$$

где  $\alpha_v$  - объемный коэффициент теплообмена между пористым каркасом и фильтрующейся жидкостью.

**Расчётная модель.** Решение системы уравнений (1)-(4) при начальных и краевых условиях на границах выделяемого объёма, а также известных распределениях определяющих параметров, в полном объёме даже при современном состоянии вычислительной техники за приемлемое время затруднительно. Задача оптимального проектирования требует, как это будет ясно из дальнейшего рассмотрения, значительного увеличения сложности расчётов. Для качественного анализа часто достаточно рассмотреть упрощённую модель.

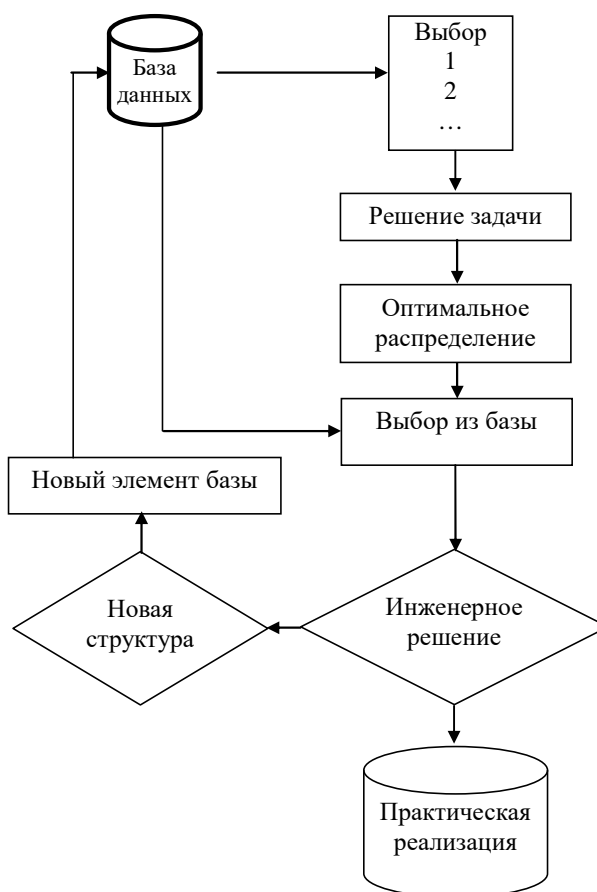


Рис. 1. Схема использования базы данных в процессе проектирования грунтового основания

Будем считать справедливыми следующие предположения [6; 7], оправдавшие себя при проектировании технических объектов.

Фильтрация жидкости происходит равномерно по высоте пористого слоя во всех сечениях  $z = const$ .

Заданы давления  $p_1$  и  $p_2$  на длине фильтрации  $l$ . При этом справедлив линейный закон изменения давления:  $p = \alpha x + \beta$ .

Если характерные времена прогрева пористого каркаса  $\tau_k = C_k / \alpha_v$  и жидкости:  $\tau_{жс} = C_{жс} / \alpha_v$ , где  $C_k$  и  $C_{жс}$  – объемные теплоемкости каркаса и жидкости, то характерное время  $t_0$  наблюдения теплообмена:  $t_0 \approx \max\{\tau_k, \tau_{жс}\}$ . Тогда можно рассматривать стационарный режим охлаждения.

Эффективность теплообмена повышается при условии медленного прогрева жидкости по толщине:  $\max_{i,j}\{\Lambda^{ij}\} \approx \lambda$ .

Рассматривается модель, в которой ориентация пористого каркаса направлена преимущественно по оси  $z$ .

Пористый слой имеет плотность симметрии  $z = const$  (рис. 2), следовательно принимается  $\Lambda^{ij} \approx \Lambda^{ii}$  ( $i \neq j; i, j = 1, 2$ ). При этом неоднородность определяется пористостью  $\Pi = \Pi(x)$ .

Поток тепла в направлении  $(Ox)$  пренебрежимо мал в сравнении с тепловым потоком вдоль оси  $(Oz)$ :  $\Lambda^{11} \frac{\partial T}{\partial x} \approx \Lambda^{33} \frac{\partial T}{\partial z}$ . Далее считаем, что  $\Lambda = \Lambda^{33}(x)$  – теплопроводность материала каркаса.

Теплообмен с окружающей средой, дающей тепловой поток  $Q^\pm$  (рис. 2), имеющей соответствующие температуры  $\vartheta^\pm$ , и коэффициент теплоотдачи  $\mu$ , происходит по закону Ньютона на соответствующих поверхностях  $z = \pm h$ .

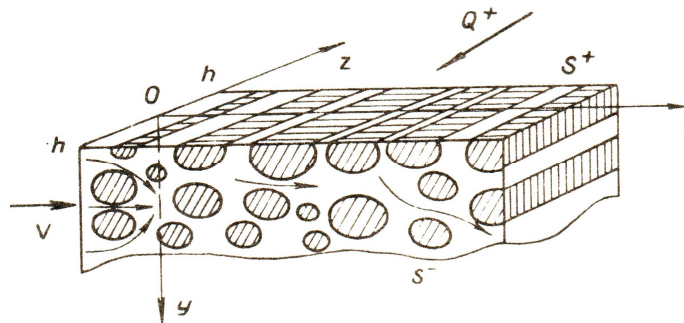


Рис. 2. Моделируемая структура теплопроводящего насыщенного пористого слоя

Начальная скорость фильтрации жидкости в сечении  $\{x = 0\}$  –  $\theta_0$ .

При сделанных предположениях математическая модель теплообмена:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \Lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \alpha_v (T - \theta), \tag{5}$$

$$\kappa \cdot \frac{p_2 - p_1}{gl} \cdot c \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} = \alpha_v (T - \theta), \tag{6}$$

$$-\Lambda \frac{\partial T}{\partial z} (x, \pm h) = \pm \mu (T(x, \pm h) - \vartheta^\pm(x)), \tag{7}$$

$$\theta(0, z) = \theta_0(z). \tag{8}$$

**Определяющие параметры пористого насыщенного слоя.** Используем методы вычисления среднего диаметра зернистой части грунта [1, 4, 5].

Основой большинства моделей является предположение о регулярности структуры твердых включений в однородном потоке жидкости.

Принимается, что «эффективные» теплопроводность  $\Lambda$  и теплоёмкость  $c$  жидкости пропорциональны объёмной доле твёрдых включений:

$$\Lambda = \Lambda_\kappa (1 - \Pi), \rho = \rho_\kappa \Pi, c = c_{жс} \Pi. \tag{9}$$

Объёмный коэффициент теплоотдачи  $\alpha_v$  выражается через коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  на поверхности твёрдых частиц:

$$\alpha_v = \frac{4\alpha(1-P)}{d}. \quad (10)$$

**Постановка задачи оптимизации.** Численное моделирование в приведённой задаче теплообмена показывает, что существует зависимость качества охлаждения жидкостью пористой среды от ее структурных характеристик, и в частности – от пористости. Поэтому ставится задача: найти оптимальное распределение пористости  $P = P(x)$  (*управляющая функция*), доставляющее максимум интегральному функционалу, который характеризует качество управления нагреванием грунта:

$$J_0 = \int_V \kappa(P(x)) \cdot \frac{p_2 - p_1}{gl} \cdot c_{ж} \cdot \frac{\partial \theta(x, z, P(x))}{\partial x} dV \rightarrow \max. \quad (11)$$

Функция  $J_0$  дает поток тепла, передаваемый пористым каркасом охладителю и переносимый жидкостью при ее движении в пористой среде.

Считается, что технологически оправданы:

- условие постоянства массы конструкции:

$$J_1 = m = \int_V \rho_k P dV = \text{const}, \quad (12)$$

где  $V$  - объем единицы длины слоя;

- условие на допустимую скорость изменения управляющей функции:

$$J_2 = \max \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| \leq \gamma = \text{const}. \quad (13)$$

**Методика решения задачи оптимизации.** Решение задачи оптимального проектирования основано на алгоритме последовательной оптимизации [8]: на каждом шаге итерационной процедуры находятся поправки  $\delta P(x)$  к текущему распределению пористости  $P(x)$ , улучшающие качество структуры в смысле функционала (11) при сохранении ограничений (12)-(13). Тогда приращение функционала

$$\delta J_0 = (\Phi_0, \delta P) = \int_V \Phi_0 \delta P dV \quad (13)$$

определяет увеличение отводимого потока тепла, где функция  $\Phi_0(P, T, \theta, T^*, \theta^*)$  находится из решения прямой краевой задачи (5)-(8) - для переменных  $T, \theta$  и сопряжённой краевой задачи

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \Lambda \frac{\partial T^*}{\partial z} \right) = \alpha_v (T^* + \theta^*), \quad (14)$$

$$\kappa \frac{p_2 - p_1}{gl} c \frac{\partial \theta^*}{\partial x} = \alpha_v (T^* + \theta^*), \quad (15)$$

$$-\Lambda \frac{\partial T^*}{\partial z}(x, \pm h) = \pm \mu (T^*(x, \pm h) - \vartheta^\pm(x)), \quad (16)$$

$$\theta^*(0, z) = -1 \quad (17)$$

для переменных  $T^*, \theta^*$ , получаемой из прямой задачи согласно методике [8].

Выбор нового распределения управляющей функции  $P^*(x)$  в виде

$$P^*(x) = P(x) + \delta P, \text{ где } \delta P = \Phi_0(P, T, \theta, T^*, \theta^*)$$

с неизбежностью приводит к результату  $\delta J_0 \geq 0$ .

Учёт ограничений (12) осуществляется на каждом шаге итерационного алгоритма последовательной оптимизации методом проекции градиента [8] с помощью выбора поправки

$$\delta P = \Phi_0 - \frac{(\Phi_0, \Phi_1)}{(\Phi_1, \Phi_1)} \cdot \Phi_1$$

где  $\Phi_1$  определяется вариацией функционала (12):

$$\delta J_1 = \int_V \Phi_1 \delta P dV.$$

**Результаты решения задачи оптимального проектирования.** С помощью предложенной задачи оптимального проектирования проведён анализ чувствительности для различных значений распределения управляющей функции  $\Pi$ , что соответствует имеющимся данным о грунтовых основаниях зданий и сооружений [1, 2, 4]. Во всех случаях выявлено, что наиболее часто встречающееся зависимость вида  $\Pi = const$  является неоптимальной в рассмотренном смысле, и построены поправки  $\delta\Pi$  при вариации определяющих параметров:  $\Lambda$ ,  $\alpha_v$ ,  $\mu$ ,  $\kappa$ ,  $c$ ,  $p_2$ ,  $p_1$ ,  $l$ ,  $j$ ,  $\vartheta^+$ ,  $\vartheta^-$ ,  $\theta_0$  (см., например, рис. 3; символами «\*» здесь и далее обозначено исходное распределение пористости  $\Pi$ ). Улучшение теплозащитных характеристик составило 0,1-0,4%.

Рассматривалось влияние характеристик пористого насыщенного слоя на величину улучшающей поправки  $\delta\Pi$  (рис. 4). Так, например, при моделировании теплопроводящих свойств теплоносителя появляется существенная разница в получаемых поправках, что свидетельствует об эффективности предложенной модели оптимального проектирования.

Рассматривались также поправки  $\delta\Pi$  к распределению  $\Pi$ , как с ограничениями (12)-(13) (рис. 5), так и без них, в соответствии с задачей оптимального проектирования при различных внешних факторах.

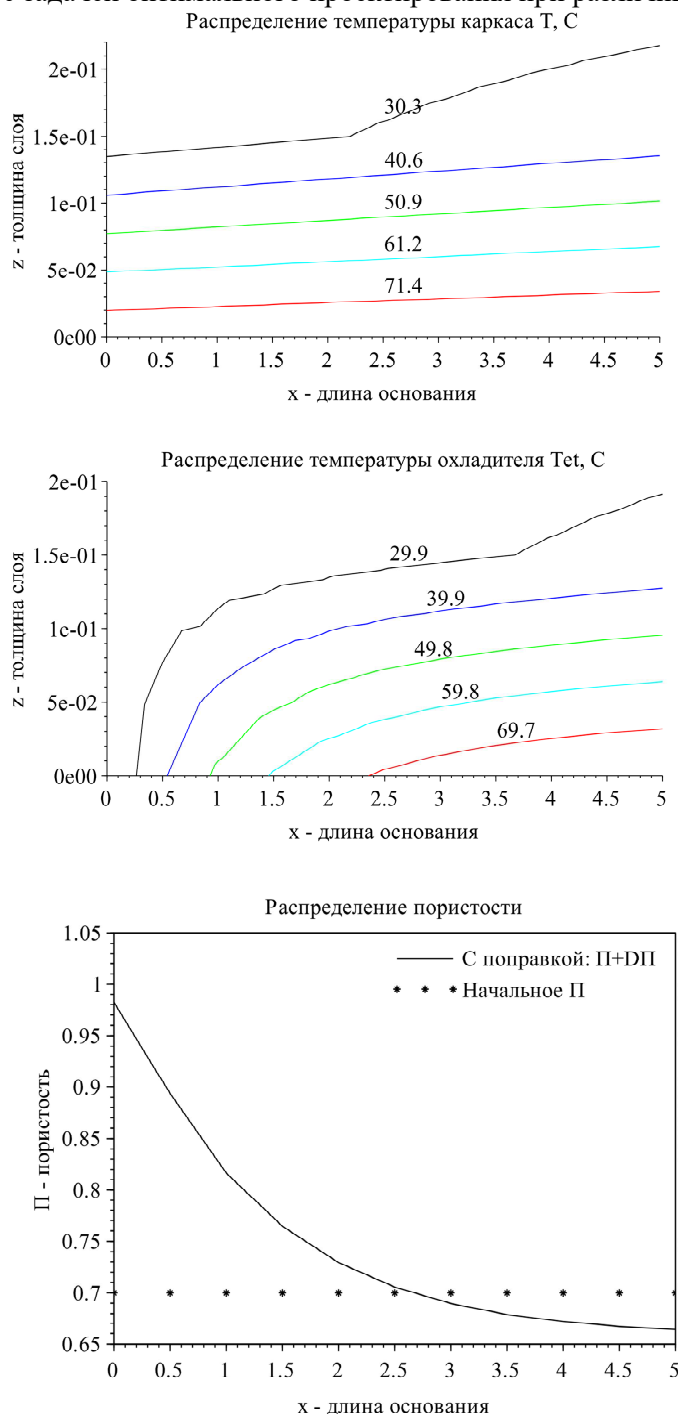


Рис. 3. Температурные режимы в пористом каркасе и охладителе, исходное и улучшенное распределения пористости;  $\vartheta^+ = 100^{\circ}\text{C}$ ,  $\vartheta^- = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $\theta_0 = 20^{\circ}\text{C}$

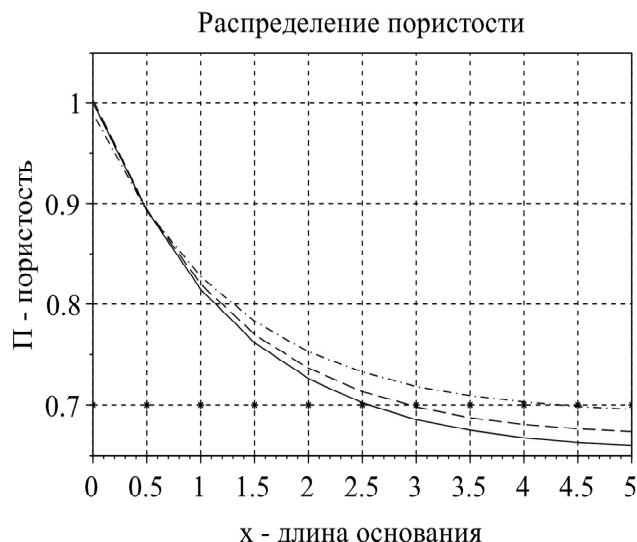


Рис. 4. Зависимость улучшающей поправки от теплофизических свойств среды;  $c_{жс} = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ C}$  -

сплошная,  $c_{жс} = 2200 \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ C}$  - штриховая,  $c_{жс} = 880 \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ C}$  - штрихпунктирная линии

Ограничения (12)-(13) технологически оправданы. Установлено их однозначное влияние на сходимость итерационной процедуры предложенного метода последовательной оптимизации. Однако с целью предварительного, качественного анализа тогда, когда это не является критически важным, возможно учитывать только функционал (11).

Установлены границы применимости предложенной модели оптимизации: ожидаемый результат возникает при анализе грунтового основания с разумной величиной пористости  $0,4 < P < 0,8$ .

Отмеченные результаты позволяют формировать базу данных грунтовых оснований с улучшенными теплозащитными характеристиками.

#### Список литературы

1. Офрихтер Я.В. Моделирование процесса теплообмена в грунтах / Я.В. Офрихтер, А.В. Захаров, Н. Н. Лихачёва // Вестник пермского нац. исслед. политехн. ун-та. Строительство и архитектура. – 2018. – Т. 9, № 2. – С. 117-124.
2. Саженков С. А. Исследование задачи Дарси-Стефана о фазовых переходах в насыщенном пористом грунте // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, № 4. – С. 81-93.
3. Степаненко В.М. Численное моделирование процессов теплообмена в системе водоём – грунт / В.М. Степаненко, В.Н. Лыков // Метеорология и гидрогеология. – 2005. – № 3. – С. 95-104.
4. Королёв В.А. Термодинамика грунтов: Учебник. – Издание 2-е, перераб. и доп. – М.: ООО «Сам Полиграфист», 2016. – 258с.
5. Грунтоведение / В.Т. Трофимов, В.А. Королёв, Е.А. Вознесенский и др.; под ред. В.Т. Трофимова. – 6-е изд., перераб. и дополн. – М.: Изд-во МГУ и Наука, 2005. – 1024 с.
6. Полежаев Ю.В. Тепловая защита / Ю.В. Полежаев, Ф.Б. Юревич; под ред. А.В. Лыкова. – М.: «Энергия», 1976. – 392 с.
7. Харитонов В.В. Предельные тепловые нагрузки в лазерных зеркалах с охлаждаемой пористой подложкой / В.В. Харитонов, А.А. Плаксеев // Теплофизика высоких температур. – 1982. – Т. 20, № 4. – С. 712-717.
8. Картвелишвили В.М. Оптимальное проектирование упругих пластин, взаимодействующих с внешним тепловым полем // Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела. – 1984. – № 4. – С. 175-186.

#### Сведения об авторах:

**Агафонов Владимир Игоревич** – к.т.н., доцент кафедры математики, РГГРУ им. Серго Орджоникидзе, г. Москва;

**Гарнова Елена Сергеевна** – студент кафедры информатики и ГИС, РГГРУ им. Серго Орджоникидзе, г.Москва.