

## РЕАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕМ ПОСТОЯННОГО ТОКА МИНИМАЛЬНО ЭНЕРГОЕМКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ

*Бохонский А.И., Рыжков А.И.*

*Севастопольский государственный университет, г. Севастополь*

**Ключевые слова:** оптимальное управление, «разгон-торможение», энергоемкость управления, двигатель постоянного тока.

**Аннотация.** С использованием аналитических зависимостей для двигателя постоянного тока исследована модель практической реализации одного типа оптимального управления движением объекта с учетом экономии энергии. Численный эксперимент подтверждает, что при управлении типа «разгон-торможение» с достижением цели движения удастся сэкономить энергию на 40%.

## IMPLEMENTATION OF THE MINIMUM POWER-CONSUMING MOTION CONTROL BY A DC MOTOR

*Bokhonskiy A.I., Ryzhkov A.I.*

*Sevastopol State University, Sevastopol*

**Keywords:** optimal control, "acceleration-deceleration", power consumption of control, direct current motor.

**Abstract.** Using analytical dependencies for a DC motor a model of practical implementation of one type of optimal control of the motion of an object was investigated taking into account significant energy savings. A numerical experiment confirms that with this "acceleration-deceleration" control, in comparison with the classical control, it is possible to save energy by more than 40% with reaching the goal of motion.

### *Введение*

Развитие теории оптимального управления движением объектов и ее эффективному использованию при решении актуальных задач техники посвящены работы [1-7].

Решение полной обратной задачи вариационного исчисления означает путь – от задаваемой аналитической функции, описывающей предполагаемое движение через уравнение Эйлера, решением которого является эта функция, к восстановленному функционалу-критерию, минимум которого подтверждает оптимальность конструируемого движения [8-12].

Традиционно, как известно, без предварительного задания критерия задача синтеза оптимального управления не является корректно поставленной. Однако, в ряде работ на примерах показано, что оптимальные управления находятся в результате конструирования без предварительного задания критерия [8-10]. Итак, сущность такого конструирования управления заключается в реализации следующих этапов: первично – формулировка цели движения, а вторично – появление, как результат конструирования функционала-критерия, необходимость и достаточность экстремума которого подтверждает оптимальность движения.

*Анализ энергоемкости реверсионно конструируемых управлений*

В работах [8-12], как следствие аналитических и численных экспериментов, в результате обобщений получены универсальные аналитические зависимости для перемещения, скорости и ускорения (управления) при поступательном движении объекта, которые по аналогии для вращательного движения записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}\varepsilon_e(t) &= \frac{\varphi_1(2n+4) \cdot (T-2t)^n}{(T^2 \cdot T^n)}, \\ \omega_e(t) &= -\frac{\varphi_1(n+2) \cdot ((T-2t)^{(n+1)} \cdot T^{(-n-1)} - 1)}{T \cdot (n+1)}, \\ \varphi_e(t) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(T^{(-n-1)} \cdot (T-2t)^{(n+2)} + 2t \cdot n + 4t - T) \cdot \varphi_1}{T \cdot (n+1)},\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\varphi_1$  – максимальный угол поворота;  $T$  – общее время движения;  $n$  – степень полинома. Перемещение осуществляется из исходного покоя ( $\varphi_e(0)=0$ ,  $\omega_e(0)=0$ ) в конечное состояние покоя ( $\varphi_e(T)=0$ ,  $\omega_e(T)=0$ ) за заданные  $\varphi_1$ ,  $T$ . С целью оценки тенденции снижения энергетических затрат выполнено сравнение двух типов управлений:  $n=1$  соответствует известному управлению, полученному вариационным методом теории оптимального управления [7];  $n=7$  – реверсионно конструируемое управление.

Для случая  $n=1$  выражения для угла поворота, угловой скорости и углового ускорения (управления)

$$\varepsilon_e(t) = \frac{6 \cdot \varphi_1(T-2t)}{T^3}, \quad \omega_e = \frac{6 \cdot \varphi_1 \cdot t(T-t)}{T^3}, \quad \varphi_e(t) = \frac{t^2 \cdot \varphi_1(3T-2t)}{T^3}. \quad (2)$$

Энергия, затраченная на реализацию управления с учетом его косой симметрии

$$A_1 = 2J \int_0^{T/2} \varepsilon(t) \cdot \omega(t) dt = \frac{2,25J\varphi_1^2}{T^2}, \quad (3)$$

где  $J$  – физический момент инерции.

В случае  $n=7$

$$\varepsilon(t) = \frac{18 \cdot \varphi_1(T-2t)}{T^9}, \quad \omega_e = \int \varepsilon(t) dt, \quad \varphi = \int \omega(t) dt, \quad (4)$$

Энергия, затрачиваемая на реализацию движения

$$A_7 = 2J \int_0^{T/2} \varepsilon(t) \cdot \omega(t) dt = 1,2656 \frac{J\varphi_1^2}{T^2}. \quad (5)$$

Управлению электроприводами постоянного и переменного тока посвящена работа [14], в которой вариационными методами найдены управления, обеспечивающие эффективную эксплуатацию электродвигателей.

В [15], например, оптимальные управления для различных классов двигателей найдены с учетом ограничения на нагрев. В [16] при решении задачи управления электродвигателями с учетом ограничений использовалось вариационное исчисление, принцип максимума и динамическое

программирование. Новые задачи оптимального управления электрическими двигателями рассмотрены в [17]. Упрощения моделей управления [14–17] связаны с необходимостью преодоления трудоемких аналитических преобразований, к которым приводили алгоритмы поиска управлений.

Цель исследований – моделирование оптимального управления электродвигателем постоянного тока с учетом экономии энергии на реализацию движения. Схема двигателя изображена на рисунке 1.

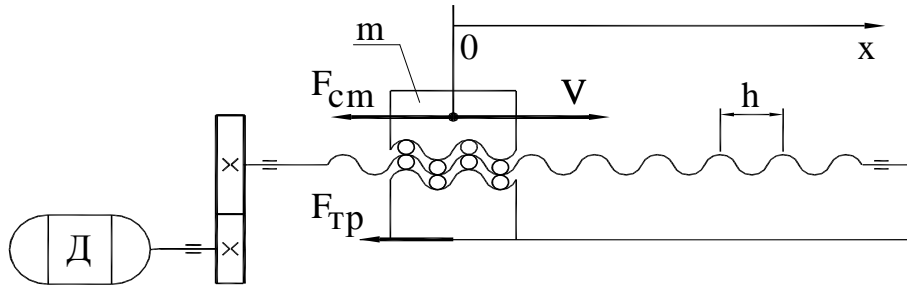


Рис. 1. Схема двигателя

Задача поиска оптимального тока  $I_{я}(t)$  и напряжения  $U(t)$  сводится к следующему алгоритму: при заданном уравнении вращения якоря электродвигателя, времени  $T$  работы двигателя найти такой закон  $I_{я}(t)$ , при котором обеспечивается заданный угол  $\int_0^T \omega dt = \varphi_1$ , где  $\omega$  – угловая скорость.

Дифференциальное уравнение вращения якоря электродвигателя с учетом сопротивлений

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_A - M_C - k_1 \omega, \tag{6}$$

где  $J$  – момент инерции всех элементов системы, приведенный к валу электродвигателя;  $M_A$  и  $M_C$  – активный момент и момент сопротивления, приведенный к валу двигателя;  $k_1$  – коэффициент пропорциональности.

Приведенный момент инерции

$$J = J_{\partial} + J_1 + \frac{J_2}{i^2} + \frac{mh^2}{4i^2\pi^2}, \tag{7}$$

где  $J_{\partial}$  – момент инерции вращающихся частей двигателя;  $J_1, J_2$  – моменты инерции шестерен передачи;  $i$  – передаточное число;  $m$  – масса каретки;  $h$  – шаг ходового винта. Активный момент двигателя

$$M = cI_{я}, \tag{8}$$

где  $c = \frac{U_n - I_{ян}R_{я}}{\omega_n}$ ,  $U, I_{ян}, \omega_n$  – номинальные значения напряжения, тока якоря и частоты вращения. Постоянный момент сопротивления, приведенный к валу

электродвигателя:  $M_c = \frac{(F_{см} + F_{мп})h}{2\pi i \eta}$ , где  $\eta = \eta_1 * \eta_2$  – к.п.д. передач системы;  $F_{см}$  –

сила сопротивления, приложенная к каретке;  $F_{mp} = f_{mp}mg$  – сила трения;  $f_{mp}$  – коэффициент трения скольжения.

С учетом (8) из (6) следует выражение для тока якоря

$$I_{я} = \frac{1}{c} \left( J \frac{d\omega}{dt} + M_C + k_1\omega \right). \quad (9)$$

При известной функции  $I_{я}(t)$  напряжение:

$$U = E + R_{ш}I_{ш} + L_{ш} \frac{dI_{ш}}{dt}, \quad (10)$$

где  $E = c\omega$  – э.д.с. двигателя;  $L_{я}$  – индуктивность якорной цепи. Формула (10) может быть переписана следующим образом:

$$U = \frac{R_{я}}{c} (M_C + k_1\omega) + c\omega + \frac{R_{я}J}{c} \frac{d\omega}{dt} + L_{я}I_{я} \frac{d^2\omega}{dt^2}. \quad (11)$$

**Пример.** Исходные данные:

$D_1 = 0,025 \text{ м}; D_2 = 0,05 \text{ м}; i = 2; \eta_1 = 0,98; \eta_2 = 0,98; b = 0,005 \text{ м}; h = 0,005 \text{ м};$   
 $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3; m = 1,5 \text{ кг}; f_{тр} = 0,2; U_H = 48 \text{ В}; M_H = 0,29 \text{ Нм}; P_H = 90 \text{ Вт};$   
 $\omega_H = 314 \text{ с}^{-1}; I_{яH} = 3,5 \text{ А}; R_{я} = 6,28 \text{ Ом}; J_{д} = 0,00052 \text{ кг м}^2; L_{я} = 0,026 \text{ Гн};$   
 $k_1 = 0,001; T = 1 \text{ с}; A = 2 \text{ Дж}; c = (U_H - I_{яH}R_{я})/\omega_H, \varphi_1 = \pi/2.$

Графики полученных зависимостей изображены на рисунке 2 а, б, в. График  $\varphi(t)$  изображен на рисунке 3.

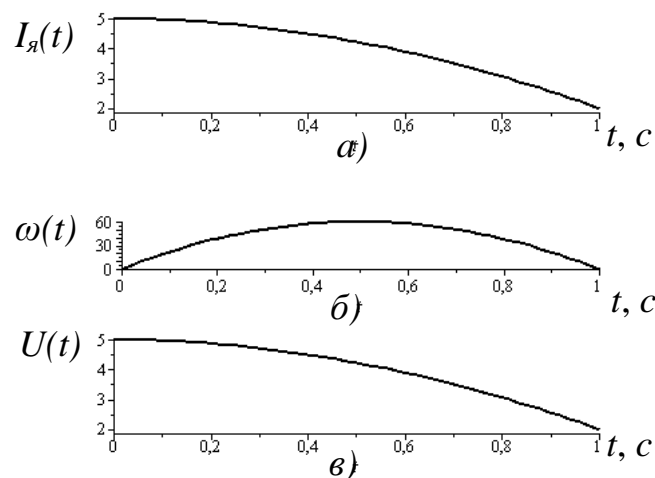


Рис. 2. Графики зависимостей а)  $I_{я} = I_{я}(t)$ ; б)  $\omega = \omega(t)$ ; в)  $U = U(t)$ ;

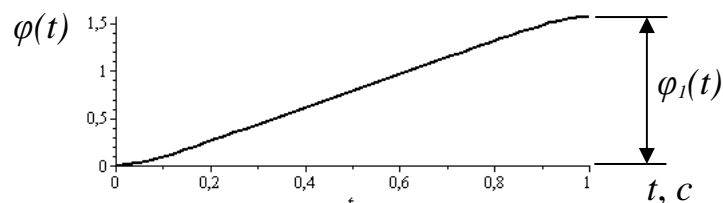


Рис. 3. График зависимости  $\varphi = \varphi(t)$

*Задача оптимального управления без учета потери на нагрев.*

Необходимо найти управляющий момент  $M_A$  на валу двигателя, при котором достигается заданный угол поворота  $I_2 = \int_0^T \omega dt = \phi_0$  и минимум нормы

мощности управления  $I_3 = \int_0^T M_q^2 dt = \min$ . Задача сводится к поиску экстремума функционала

$$I = \int_0^T \left\{ \omega + \lambda \left( J \frac{d\omega}{dt} + M_C + k_1 \omega^2 \right) \right\} dt. \quad (12)$$

Для функционала (12) уравнение Эйлера

$$1 + 2\lambda k_1 \left( J \frac{d\omega}{dt} + M_C + k_1 \omega \right) - 2\lambda J \left( J \frac{d^2\omega}{dt^2} + k_1 \frac{d\omega}{dt} \right) = 0,$$

после преобразований, сводится к виду:

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} - k^2 = B, \quad (13)$$

где  $B = 1/2\lambda J^2 + k_1 M_C / J^2$ ,  $k^2 = k_1^2 / J^2$ .

В случае скорость и ускорение каретки, после определения  $\omega(t)$  и  $\varepsilon(t)$ , находятся как:  $V = \omega h / 2\pi i$ ;  $a = \varepsilon(t) / 2\pi i$ .

### *Выводы*

1. Естественно, что с возрастанием степени полинома, характеризующего управляемое движение, наблюдается экономия энергии для достижения цели движения как при использовании двигателей постоянного и переменного тока, так и в случае применения пневмопривода.

2. При оптимальном перемещении объекта с элементами конечной жесткости в состояние абсолютного либо относительного покоя время движения находится из моментных соотношений в относительном движении.

### **Список литературы**

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968.– 476 с.
2. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
3. Карновский И.А. Методы оптимального управления колебаниями деформируемых систем / И.А. Карновский, Ю.М. Почтман. – К.: Высш. школа, 1982. – 116 с.
4. Троицкий В.А. Оптимальные процессы колебаний механических систем. – Л.: Машиностроение, 1976. – 236 с.
5. Черноушко Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноушко, П.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
6. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1975. – 568с.
7. Теория автоматического управления. Ч.П. Теория нелинейных специальных систем управления; под ред. А.А. Воронова. – М. Высшая школа, 1997. – 288с.
8. Бохонский А.И. Энергоемкость управления перемещением объектов // Фундаментальные основы механики. – 2017. – №2. – С. 38-41.

9. Бохонский А.И. Конструирование оптимального управления движения объектов как абсолютно твердых и деформируемых тел / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, А.И. Рыжков // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. – 2016. – №3(317). – С. 70-76.
10. Бохонский, А.И. Оптимальность конструируемых управлений перемещением объектов / А.И. Бохонский, М.М. Майстришин // *Научно-технический журнал*. – Гос. университет – УНПК, 2017. – С. 31-38.
11. Бохонский А.И. Реверсионный принцип оптимальности. – М.: Вузовский учебник. – М.: ИНФРА-М, 2016. – 174 с.
12. Бохонский А.И. Оценка энергопотребления для оптимального управления движением объекта (Evaluation of energy consumption for the object motion optimal control / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // *ICMTMTE IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2020. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/709/4/044093>.
13. Петров Ю.П. Оптимальное управление электроприводами.– М.: Госэнергоиздат, 1961. – 187 с.
14. Петров Ю.П. Оптимальное управление электрическим приводом с учетом ограничений по нагреву. – М.: Энергия, 1971. – 144 с.
15. Олейников В.А. Основы оптимального и экстремального управления/В.А. Олейников, Н.С. Зотов, А.М. Пришвин. – М.: Высшая школа, 1969. – 296 с.
16. Абдуллаев Н.Д. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов / Н.Д. Абдуллаев, Ю.П. Петров. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 240 с.
17. Бохонский А.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.И. Мозолевский. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2007. – 296 с.

#### Сведения об авторах:

*Бохонский Александр Иванович* – д.т.н., профессор, профессор кафедры «Цифровое проектирование», СевГУ, г. Севастополь;  
*Рыжков Александр Игоревич* – ассистент кафедры «Цифровое проектирование», СевГУ, г. Севастополь.