

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ ПРОФИЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТОРЦОВОГО КУЛАЧКА

Полянская С.Д.

*Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II,
Санкт-Петербург*

Ключевые слова: ударный механизм, кулачковый механизм, торцовый кулачок, профиль кулачка, угол давления, геометрия кулачка.

Аннотация. Одним из способов передачи ударной нагрузки является применение цилиндрического торцового кулачка в конструкции машины ударного действия. От геометрии рабочего профиля кулачка зависит эффективность работы механизма. В статье решается задача поиска рациональной геометрии профиля кулачка. Приводится алгоритм расчета полезной работы для кулачков различной геометрии.

EVALUATION OF THE EFFECTIVENESS OF DIFFERENT GEOMETRIES OF CYLINDRICAL END CAM PROFILES

Polyanskaya S.D.

Empress Catherine II Saint-Petersburg Mining University, Saint-Petersburg

Keywords: impact mechanism, cam mechanism, end cam, cam profile, pressure angle, cam geometry.

Abstract. One of the ways to transfer the impact load is to use a cylindrical end cam in the design of the impact machine. The efficiency of the mechanism depends on the geometry of the cam's working profile. The article solves the problem of finding a rational cam profile geometry. An algorithm for calculating the useful work for cams of various geometries is given.

В современных машинах применяются различные звенья для передачи движения. Одним из основных требований, предъявляемым к звеньям, является обеспечение движения по заданному закону. Простейшие соединения зачастую не позволяют выполнить это требование, из-за чего в механизмах нашли применение высшие кинематические пары. Примером такой пары являются кулачковые механизмы.

Применение кулачковых механизмов в технике обусловлено рядом их преимуществ. Во-первых, кулачку можно придать практически любую геометрическую форму, благодаря чему он обеспечивает заданный закон движения выходного звена для различных условий. Во-вторых, кулачки просты в конструировании. В-третьих, кулачковый механизм является одним из немногих, обеспечивающих движение выходного звена с паузами.

Простейший кулачковый механизм включает в себя два профильных тела, соединенных шарнирами с третьим телом – стойкой. Одним из подвижных тел выступает кулачок, который передает заданный закон движения второму подвижному телу – толкателю, находящемуся в прямом контакте с ним.

В кулачковом механизме обеспечивается возвратно-поступательное движение выходного звена – толкателя, что позволяет его применять в машинах ударного действия. Как правило, для реализации ударной нагрузки в механической системе используют торцовый цилиндрический кулачок. Его особенностью

является то, что в качестве рабочей поверхности применяется торец цилиндра, а контакт с роликом обеспечивается при помощи пружины или силы тяжести [1].

Наиболее распространенным способом передачи вращения является передача его кулачку. Благодаря заданию такого движения, ведомое звено – толкатель, с закрепленным на нем роликом, который напрямую взаимодействует с рабочим профилем кулачка, совершает лишь поступательное или колебательное движение. Таким образом, совершая возвратно-поступательное движение, толкатель наносит удар.

Толкатель через цапфу и надетый на нее подшипник, на котором непосредственно вращается ролик, взаимодействует с кулачком. Рабочий профиль кулачка представляет собой сечение полого цилиндра поверхностью определенного рода. При относительно небольших скоростях ролик совершает качание, а с увеличением скорости появляется скольжение по рабочему профилю кулачка. Важно отметить, что чрезмерно крутой профиль может привести к заклиниванию механизма [2].

Анализ действия сил в точке контакта ролика с кулачком ведется по теоретическому профилю кулачка, т.е. по эквидистанте рабочего профиля, построенной в центре ролика. (рис. 1)

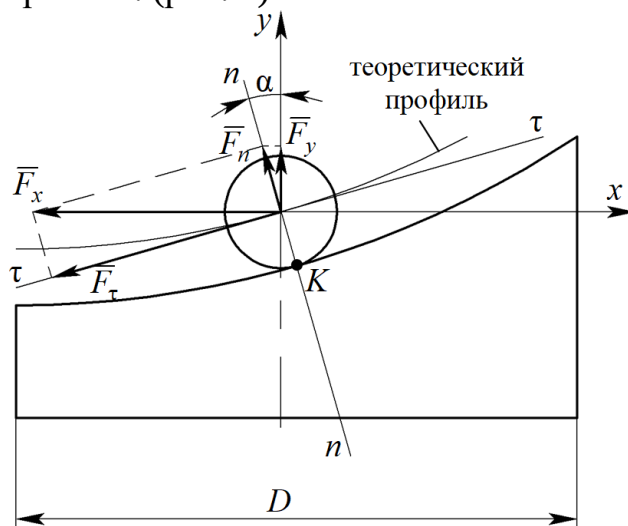


Рис. 1. Расчетная схема

От электродвигателя через передаточный механизм (или без него) передается на кулачок крутящий момент T , который приводит к появлению окружной силы F_x , величина которой вычисляется по формуле

$$F_x = \frac{2T}{D}, \quad (2)$$

где D – диаметр кулачка.

В свою очередь окружная сила раскладывается на две составляющие. Первая – F_n по нормали nn напрямую взаимодействует с толкателем и передает ему движение. Вторая – F_y действует в направлении касательной tt к профилю кулачка и вызывает сопротивления, препятствующие подъему толкателя по рабочему профилю кулачка.

Обозначенный на рисунке 1 как α угол является углом давления кулачкового механизма – это угол между нормалью nn и направлением абсолютной линейной скорости толкателя. С увеличением угла давления α увеличивается сопротивление

трения, и при некотором значении угла, работы силы F_n становится недостаточно, чтобы привести в движение толкатель, т.е. вредные сопротивления становятся слишком велики и происходит заклинивание толкателя. Отсюда и возникает условие выполнять кулачки с углом давления не более 30° .

Рассмотрим работу A , которую совершает толкатель при подъеме на расстояние s :

$$A = \int_s F_y ds. \quad (2)$$

Величина силы, обеспечивающей подъем толкателя, определяется по формуле

$$F_y = F_n \cos \alpha = F_x \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2T}{D} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (3)$$

При условии, что крутящий момент и диаметр кулачка постоянны, наибольшее значение полезной работы будет достигаться при максимальном перемещении толкателя s и максимальном значении силы F_y .

Чтобы исследовать функцию, возьмем производную от работы и приравняем ее к 0. Получим:

$$F'_y = \frac{2T}{D} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 0. \quad (4)$$

Из этого уравнения получим оптимальные значения угла давления:

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \pm \pi k, \text{ где } k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Рабочий профиль кулачка определяет величину угла давления α и, соответственно, значение работы, совершаемой толкателем. Геометрия кулачка задается на его развертке и представляет собой линию, построенную по определенной функции (рис. 2).

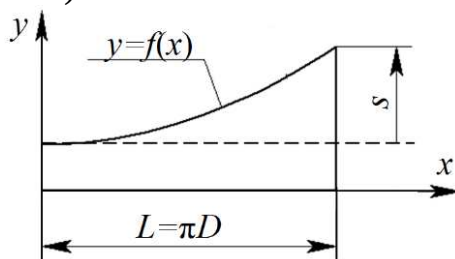


Рис. 2. Развертка профиля цилиндрического торцового кулачка

Зачастую в качестве рабочего профиля используют прямую линию. Такой выбор обусловлен простотой функции и постоянством величины угла давления. Тем не менее, использование данной функции не позволяет добиться максимального значения работы [3]. Для увеличения полезной работы рекомендуется в качестве рабочего профиля использовать тригонометрическую функцию $\sin/\cos$. Однако, геометрия кулачка не ограничивается этими тремя видами кривых, поэтому нахождение и анализ других функций позволит увеличить величину полезной работы механизма.

С целью отыскания рабочего профиля кулачка, обеспечивающего максимальную эффективность, были проанализированы следующие варианты исполнения профиля с помощью кривых [4]:

$$- \text{прямая линия: } y = k_1 x + k_2; \quad (6)$$

$$- \text{парабола: } y = k_3 x^2 + k_4 x + k_5; \quad (7)$$

$$- \text{кубическая функция: } y = k_6 x^3 + k_7 x^2 + k_8 x + k_9; \quad (8)$$

$$- \text{тригонометрическая функция: } y = k_{10} \cos(k_{11} x + k_{12}) + k_{13}; \quad (9)$$

$$- \text{показательная функция: } y = k_{14}^x + k_{15}; \quad (10)$$

где $k_i (i = 1, 2, \dots, 15)$ – коэффициенты, влияющие на характер функции.

Для вычисления интеграла (2) воспользуемся методом трапеций, суть которого заключается в разбиении функции на элементарные участки и определении на каждом из них совершаемую толкателем работу.

Проведем анализ кривых с одинаковыми заданными начальными условиями: длина развертки L и высота подъема профиля кулачка s для всех опытов одинакова. Анализ проводится в соответствии со следующим алгоритмом.

В первую очередь разбиваем функцию на равные промежутки. Координата x для i -ого интервала определяется по формуле

$$x_i = \frac{L}{k} \cdot i, \quad (11)$$

где k – количество интервалов.

Затем вычисляется координата y на каждом промежутке. Расчет проводится, подставляя значения координаты x на i -ом интервале в исходную формулу. Следующим шагом является определение приращения функции на каждом интервале. Приращение вычисляется вычитанием координаты y предыдущего промежутка из этой же координаты рассматриваемого интервала.

Дальше определяются значения xs_i координат x в середине интервалов. Для i -ого интервала значения вычисляются по формуле:

$$xs_i = x_i - \frac{L}{2 \cdot k}. \quad (12)$$

Вычисляется угол наклона касательной в середине каждого интервала. Полученное значение угла равно величине угла давления, который определяет работоспособность механизма. Угол давления рассчитывается как арктангенс от значения первой производной исходной функции в точке касания, т.е. в середине интервала. Важно контролировать, чтобы значение угла не превышало 30° ни в одной из точек.

Последним этапом определения работы является ее вычисление по на i -ом интервале:

$$A_i = dy_i \cdot \sin \alpha_i \cdot \cos \alpha_i, \quad (13)$$

где dy_i – приращение функции на i -ом интервале; α_i – угол давления на i -ом интервале.

Затем полученные значения работы суммируются. Расчет проводится при условии, что крутящий момент, создаваемый электродвигателем, и диаметр кулачка постоянны.

Данный алгоритм был реализован в системе компьютерной алгебры Maple. Полученные результаты для рассматриваемых кривых сведены в таблицу 1, где сравнение осуществлялось с профилем кулачка, заданным прямой линией. Расчет был проведен для различных высот профиля кулачка: 30 мм и 50 мм; диаметр кулачка был принят, равным 100 мм.

В таблице 2 приведены максимальные значения углов давления для рассматриваемых профилей.

Табл. 1. Результаты расчета работы кулачкового механизма при различной геометрии профиля кулачка

s, мм	Приращение работы $\Delta A = A_{\text{кривая}} / A_{\text{прямая}}$				
	Прямая	Парабола	Кубическая парабола	Тригонометрическая функция	Показательная функция
30	1,000	1,315	1,735	1,316	1,745
50	1,000	1,288	1,640	1,288	

Табл. 2. Максимальные значения углов давления для различной геометрии профиля кулачка

s, мм	α_{max} , град				
	Прямая	Парабола	Кубическая парабола	Тригонометрическая функция	Показательная функция
30	5,45	10,79	15,92	10,79	18,59
50	9,04	17,62	25,42	17,62	32,33

Необходимо отметить, что при значении подъема профиля кулачка $s = 50$ мм и выполнении профиля при помощи показательной функции, значение угла давления превышает 30° , по этой причине результат данного опыта не учитывается в таблице 1.

Анализируя данные, приведенные в таблице 1, можно заметить, что максимальный прирост полезной работы – 74,5% получается при использовании в качестве рабочего профиля кулачка показательной функции. Однако, при увеличении высоты профиля кулачка резко увеличивается угол давления, что не позволяет использовать данную функцию для кулачков большой высоты.

Кубическая парабола дает прирост полезной работы в 73,5% при тех же исходных параметрах, что лишь немного уступает показательной функции. При этом угол давления для обоих рассматриваемых вариантов находится в промежутке допустимых значений.

Использование тригонометрической функции и параболы дает практически идентичный результат – 31,5% для кулачка с высотой рабочего профиля 30 мм и 28,8% для высоты 50 мм.

На рисунке 3 представлена развертка рабочего профиля кулачка высотой 30 мм, выполненная анализируемыми кривыми.

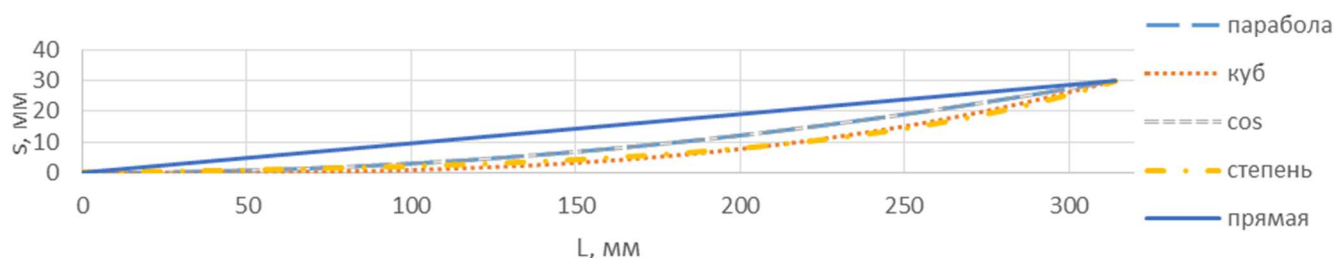


Рис. 3. Оценка эффективности различной геометрии профиля кулачка

Проведенный анализ показывает, что применение в качестве кривой, образующей профиль кулачка, показательной функции или кубической параболы дает прирост полезной работы больше, чем использование тригонометрической функции. Тем не менее существует еще множество линий, которыми можно описать геометрию кулачка, поэтому нельзя ограничиваться только функциями, выбранными для анализа. Таким образом, поиск наиболее эффективной геометрии необходимо будет продолжить.

Список литературы

1. Манжосов В.К. Динамика и синтез кулачковых ударных механизмов: монография. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 218 с.
2. Попов Н.Н. Расчет и проектирование кулачковых механизмов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1980. – 214 с.
3. Теплякова А.В. К задаче поиска и обоснования рационального профиля цилиндрического торцового кулачка ударного механизма // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2021. – №11. – С. 18-23. – <http://doi.org/10.26160/2658-3305-2021-11-18-23>
4. Васильева Л.В., Мухранова В.В., Романчук О.А. Высшая математика: Краткий справочник. – Хабаровск: Изд-во Хабаровского государственного технического университета, 2000. – 52 с.

Сведения об авторе:

Полянская Софья Денисовна – студент.