

КОМПЬЮТЕРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА В СРЕДЕ С ПРЕПЯТСТВИЯМИ

Сагателян А.Д.¹, Филимонов Н.Б.^{1,2}

¹*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва;*

²*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*

Ключевые слова: мобильные роботы, планирование траектории движения, искусственные потенциальные поля, метод фарватера, локальные минимумы, компьютерная апробация.

Аннотация. В статье проведён сравнительный анализ трех методов планирования траектории движения мобильных роботов в среде с препятствиями, основанных на концепции искусственных потенциальных полей. Рассматривается классический метод искусственных потенциальных полей – Artificial Potential Field и две его современные модификации: метод «фарватера» – Fairway, основанный на анализе силовых линий поля с выбором допустимой области движения и метод скалярной потенциальной поверхности – Scalar Potential Surfaces, основанный на выборе шага движения путем минимизации скалярной функции стоимости. Сравнение эффективности данных трех методов проводится путем их компьютерной апробации в среде Python по критериям вычислительной сложности, устойчивости к локальным минимумам, к качеству траекторий движения и к применимости в динамических средах.

COMPUTER RESEARCH OF POTENTIAL FIELDS METHODS IN ISSUES ROUTING THE MOVEMENT PATH A MOBILE ROBOT IN AN ENVIRONMENT WITH OBSTACLES

Sagatelian A.D.¹, Filimonov N.B.^{1,2}

¹*Lomonosov Moscow State University, Moscow;*

²*Trapeznikov Institute of Control Problems of the RAS, Moscow*

Keywords: mobile robots, trajectory planning, artificial potential fields, fairway method, local minima, computer testing.

Abstract. The article provides a comparative analysis of three methods for planning the trajectory of mobile robots in an environment with obstacles based on the concept of artificial potential fields. The classical method of artificial potential fields, Artificial Potential Field, and its two modern modifications are considered: the Fairway method, based on the analysis of field lines with the choice of an acceptable area of motion, and the Scalar Potential Surfaces method, with the choice of the step of movement by minimizing the scalar function. The effectiveness of these three methods is compared by computer testing them in the Python environment according to the criteria of computational complexity, resistance to local minima, to the quality of motion trajectories and to applicability in dynamic environments.

Введение

Планирование безопасных и оптимальных траекторий движения мобильных роботов (МР) является актуальным направлением исследований в современной робототехнике с фундаментальной задачей локальной навигации робота, обеспечивающей его целенаправленное движение к цели с обходом препятствий. При этом к числу наиболее популярных и широко распространённых методов решения данной задачи, отличающихся простотой, вычислительной эффективностью и естественной физической интерпретацией, является метод

виртуальных потенциальных полей (ПП) [1, 2], именуемый в литературе как метод «потенциалов» (potential field approach), метод «искусственных потенциальных полей» (artificial potential field), метод «полей виртуальных сил» (virtual force field), метод «гистограммы векторных сил» (vector field histogram) и др. Общая идея данного метода состоит в построении виртуального силового поля в рабочем пространстве МР, рассматриваемого как материальная точка – «частица» в поле и организации управляемого движения робота вдоль силовых линий, образуемых в виде суперпозиции двух полей – притягивающего (attracting), создаваемого целью, и отталкивающего (repelling), создаваемого препятствиями.

Классический метод искусственных потенциальных полей (метод APF) [3] широко используется как локальный планировщик МР, однако его применение ограничено проблемой локальных минимумов и стационарных точек, в которых результирующая сила обращается в нуль. Для решения данной проблемы предложены две модификации метода APF: метод «фарватера» (метод Fairway) [4, 5]), в котором ПП носят не силовой, а информационный характер, задавая лишь желаемые траектории движения робота, и метод скалярной потенциальной поверхности (метод SPS) [6], в котором выбор шага движения определяется минимизацией скалярной функции стоимости. Цель настоящей работы – провести сравнительный анализ трёх указанных представителей семейства потенциальных методов (APF, Fairway, SPS) планирования траектории движения МР путем их компьютерной апробации в среде Python (NumPy/Matplotlib) статических и динамических рабочих сред с препятствиями.

Постановка задачи планирования траектории движения МР

МР рассматривается как материальная точка, движущаяся под действием виртуальной силы притяжения к целевой точке и виртуальной сил отталкивания от препятствий. Рассматривается плоская прямоугольная рабочая среда МР – сцена $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ со стартовой $r_S \in \Omega$ и целевой $r_T \in \Omega$ точками и набором препятствий $\mathcal{O} = \{O_i: i = 1, 2, \dots\}$. Требуется построить траекторию движения МР с дискретным шагом по времени $r_0, r_1, \dots, r_k$, обеспечивающую выполнение следующих целевых и ограничивающих условий:

– *условие достижения цели:*

$$r_0 = r_S, \|r_k - r_T\| \leq \varepsilon,$$

где $\|\cdot\|$ – евклидова норма вектора; ε – максимально допустимая дистанция между МР и целевой точкой r_T ;

– *условие отсутствия столкновений с препятствиями:*

$$r_k \in \Omega \setminus \bigcup_i O_i \quad \forall k.$$

Рассмотрим вкратце основные особенности всех трех рассматриваемых методов ПП для решения поставленной задачи планирования траектории движения МР.

Метод APF

Классический метод скалярных потенциальных полей APF [3] задаёт потенциальную функцию как суперпозицию притягивающего поля $U_{attr}(r)$, создаваемого целью, и отталкивающего поля $U_{rep}(r)$, создаваемого препятствиями:

$$U(r) = U_{attr}(r) + U_{rep}(r).$$

В результате, МР движется по направлению антиградиента, причем напряженность поля при этом разлагается в сумму притягивающей $E_{attr}(r)$ и отталкивающей $E_{rep}(r)$ составляющих:

$$\dot{r} \propto -\nabla U(r) \equiv E(r), E(r) = E_{attr}(r) + E_{rep}(r).$$

В дискретной постановке шаг перемещения робота находится по формуле:

$$r_{k+1} = r_k + h \cdot \frac{E(r_k)}{\|E(r_k)\|}.$$

Псевдокод алгоритма управления движением МР методом APF:

1: Input: $r_S, r_T, \mathcal{O}, h, \varepsilon, K_{\max}$	8: end if
2: $r \leftarrow r_S, \mathcal{P} \leftarrow [r]$	9: $r' \leftarrow r + h \frac{E}{\ E\ }$
3: for $k = 1$ to $K_{\max}$ do	10: if $r' \in \cup_i \mathcal{O}_i$ then break
4: if $\ r - r_T\ \leq \varepsilon$ then break	11: end if
5: end if	12: $r \leftarrow r',$ append r to $\mathcal{P}$
6: $E \leftarrow -\nabla U(r)$	13: end for
7: if $\ E\ \approx 0$ then break	14: Output: траектория $\mathcal{P}$

В работе для отделения динамики от масштаба сил использована нормировка направления и отталкивание, зависящее от расстояния до ближайшего препятствия.

Укажем на известные недостатки классического метода APF: локальные минимумы, колебания в узких коридорах, зависимость от параметров потенциала и начальных условий.

Метод Fairway

Метод «фарватера» на карте силовых линий ПП Fairway [4, 5] обеспечивает движение МР в поле «информационных сил», позволяя обходить препятствия и гарантированно избегать попадание в потенциальные ловушки.

Здесь, как и в методе APF, целью и препятствиями создаются соответственно притягивающее и отталкивающие силовые поля. При этом силовой аспект полей исключается: линии напряженности создаваемого силового поля задают лишь желаемые траектории движения МР. Поскольку силовые поля действуют локально, то в результирующем поле имеются силовые линии, обходящие препятствия и потенциальные ямы.

Силовой линией векторного поля является кривая $r = r(s)$, где s – скалярный параметр, касательная к которой во всех точках кривой совпадает с вектором напряженности поля $E(r)$ в точке r , равного антиградиенту потенциальной функции $U(r)$:

$$\frac{dr}{ds} = E(r(s)), E(r) = -\nabla U(r).$$

Под *фарватером* будем понимать односвязную область, заполненную силовыми линиями $r(s)$, которые заканчивается в целевой точке, т.е. вектор напряженности поля во всех точках линии (кроме целевой) отличен от нуля.

Фарватеров может быть несколько. Возникает естественное желание выбора фарватера, ближайшего к начальному положению МР r_0 , переместить в него робот (возможно по наикратчайшему пути) и далее двигаться вдоль фарватера.

Выбор фарватера для движения предполагает наличие карты силовых линий создаваемого виртуального поля. Пусть движение некоторой частицы подчиняется уравнению:

$$\dot{r} = \begin{cases} 0, E(r) = 0; \\ v_p \frac{E(r)}{\|E(r)\|}, E(r) \neq 0, \end{cases}$$

где $v_p > 0$ – скорость подвижной частицы. Очевидно, в случае $E(r) \neq 0$ частица будет двигаться вдоль силовой линии поля с постоянной скоростью v_p и остановится при выполнении условия $E(r) = 0$.

Рассмотрим некоторую кривую, проходящую через стартовую точку r_0 или вблизи нее. Далее, в начальный момент времени $t = 0$, расставим на этой кривой некоторым образом N виртуальных частиц. Если теперь подчинить движение частиц указанному выше уравнению, то их траектории будут искомыми силовыми линиями поля.

Планирование траектории движения МР методом Fairway в упрощённой реализации включает следующие этапы:

- генерацию набора силовых линий из набора seed-точек;
- кластеризацию линий (по признаку пересечения контрольной вертикали / горизонтали);
- выбор фарватера и построение входа в него;
- дальнейшее движение к цели в выбранной области.

Псевдокод алгоритма управления движением МР на основе метода Fairway:

1: **Input:** $r_S, r_T, \mathcal{O}$, набор seed-точек $\mathcal{S}$

2: **for all** $s \in \mathcal{S}$ **do**

3: интегрировать силовую линию $r_s(s)$ до r_T или остановки

4: **if** линия достигает цели **then** сохранить r_s

5: **end if**

6: **end for**

7: кластеризовать сохранённые линии $\{r_s\}$ и выбрать кластер-фарватер

8: построить входную траекторию $r_S \rightarrow$ (точка входа в фарватер)

9: следовать к цели внутри фарватера локальным шагом (APF-follow)

Достоинство метода – высокая устойчивость к локальным минимумам в статических сценах благодаря глобальному анализу поля. Ограничение: необходимость перестраивать фарватер при быстрых изменениях среды.

Метод SPS

Метод скалярной потенциальной поверхности SPS [6] основан на построении для каждого препятствия, центрированного в $Z_i = (x_i, y_i)$, скалярной потенциальной функции:

$$V_i(Z) = e^{-\beta_i \|Z - Z_i\|^2},$$

где β_i – положительный скаляр, задающий масштаб влияния препятствия и определяемый формулой:

$$\beta_i = \frac{K}{A_R A_i N_0} \sum_{j=1}^{N_0} A_j,$$

где N_0 – количество препятствий, A_i и A_R – площади i -го препятствия и МР соответственно, K – эмпирическая положительная константа, обеспечивающая равномерное масштабирование всех потенциальных функций.

Общая потенциальная поверхность определяется усреднением:

$$V_a(x, y) = \left(\frac{1}{N_0}\right) \sum_{i=1}^{N_0} V_i(x, y),$$

а оптимальное направление выбирается минимизацией функции стоимости:

$$J_w = \alpha \cdot D(Z_w, Z_T) + (1 - \alpha) \cdot V_a(Z_w),$$

где $\alpha \in [0, 1]$ – параметр компромисса между длиной пути и безопасностью; Z_w – следующее желаемое местоположение робота; $Z_T = [x_T, y_T]^T$ – целевая точка, а $D(Z_w, Z_T)$ – евклидово расстояние до цели.

Псевдокод алгоритма управления движением МР методом SPS:

```

1: Input:  $r_S, r_T, \mathcal{O}, h, \varepsilon, K_{\max}, \alpha, M$ 
2:  $r \leftarrow r_S, \mathcal{P} \leftarrow [r]$ 
3: for  $k = 1$  to  $K_{\max}$  do
4:   if  $\|r - r_T\| \leq \varepsilon$  then break
5:   end if
6:   сформировать  $M$  направлений  $\{w_j\}$  на окружности
7:    $r^* \leftarrow \arg \min_{r + hw_j \notin \cup_i O_i} [\alpha \|r + hw_j - r_T\| + (1 - \alpha)V_a(r + hw_j)]$ 
8:   if кандидат отсутствует then break
9:   end if
10:   $r \leftarrow r^*$ , append  $r$  to  $\mathcal{P}$ 
11: end for
12: Output: траектория  $\mathcal{P}$ 

```

Сравнительный анализ эффективности методов APF, Fairway, SPS

Для сравнения методов использованы следующие критерии (табл. 1):

- *Вычислительная сложность* (на шаге планирования);
- *Устойчивость к локальным минимумам* (способность избегать/выходить из ловушек);
- *Качество траектории* (длина, гладкость, безопасность);
- *Работа в динамических средах* (адаптация к движению препятствий);
- *Простота реализации* и число параметров.

Табл. 1. Сравнительная характеристика методов

Критерий	APF	Fairway	SPS
Вычислительная сложность	Низкая	Средняя	Средняя
Устойчивость к локальным минимумам	Низкая	Высокая	Средняя
Качество траектории	Среднее	Высокое	Высокое
Работа в динамических средах	Хорошая	Ограниченная	Хорошая
Простота реализации	Высокая	Средняя	Средняя

Компьютерная апробация методов APF, Fairway, SPS

Проведен компьютерный анализ трех рассматриваемых методов ПП в задачах планирования траекторий движения МР в среде с препятствиями. Компьютерная апробация этих методов проводилась в среде Python (NumPy/Matplotlib) на трёх сценариях: статическая простая сцена с малым числом препятствий; статическая сложная сцена с U- и L-образными препятствиями; динамическая сцена с движущимися круговыми препятствиями. Для получения статистически устойчивых оценок использовалась серия прогонов Монте-Карло [7]. В каждом прогоне положения стартовой/целевой точек и препятствий возмущались независимым гауссовским шумом (СКО $\sigma = 2.0$ единицы сетки) при сохранении формы и границы сцены. Для каждого сценария выполнялось 8 прогонов, рассчитывались средние значения и стандартные отклонения. При этом использовались следующие показатели: доля успешных завершений $p_{succ}(\%)$; длина траектории L ; минимальный зазор до препятствий d_{min} ; гладкость S как суммарный поворот направления; число шагов K до остановки или достижения цели.

Результаты апробации систематизированы в таблице 2.

Табл. 2. Результаты Монте-Карло для трёх сценариев ($N = 8$)

Сцена	Метод	$p_{succ}(\%)$	L	d_{min}	K
Статическая(простая)	APF	100.0±0.0	251.0±4.0	2.65±0.19	251.0±4.0
Статическая (простая)	Fairway	100.0±0.0	249.5±7.0	1.03±0.06	249.0±7.0
Статическая (простая)	SPS	100.0±0.0	286.6±104.0	0.08±0.06	118.0±67.9
Статическая (ловушка)	APF	0.0±0.0	284.3±1.0	2.61±0.15	284.2±1.0
Статическая (ловушка)	Fairway	100.0±0.0	278.6±2.3	1.04±0.14	278.6±2.3
Статическая (ловушка)	SPS	62.5±51.8	2284.9±2301.4	0.25±0.17	1199.9±1159.4
Динамическая	APF	62.5±51.8	211.0±51.7	0.57±15.20	211.0±51.7
Динамическая	Fairway	0.0±0.0	132.5±24.6	5.05±5.64	132.8±24.6
Динамическая	SPS	100.0±0.0	238.3±4.1	14.96±2.66	84.5±1.8

На рисунках 1-3 приведены примеры траекторий, сгенерированных методами APF, Fairway и SPS для трёх сценариев: в простых статических средах (рис. 1-3, а), сложных статических средах (рис. 1-3, б) и динамических средах (рис. 1-3, в).

Результаты компьютерной апробации показывают, что метод Fairway хорошо решает проблему ловушек, в которые попадает МР при движении по траекториям, синтезированных методом APF. При движении по траекториям метода SPS робот должен выбираться из ловушек, однако, зачастую он слишком рано возвращается в обычный режим и разворачивается обратно. В итоге, он не находит хороший ход и выбирает режим ожидания. Однако в динамических средах, благодаря режиму ожидания, поведение робота лучше остальных.

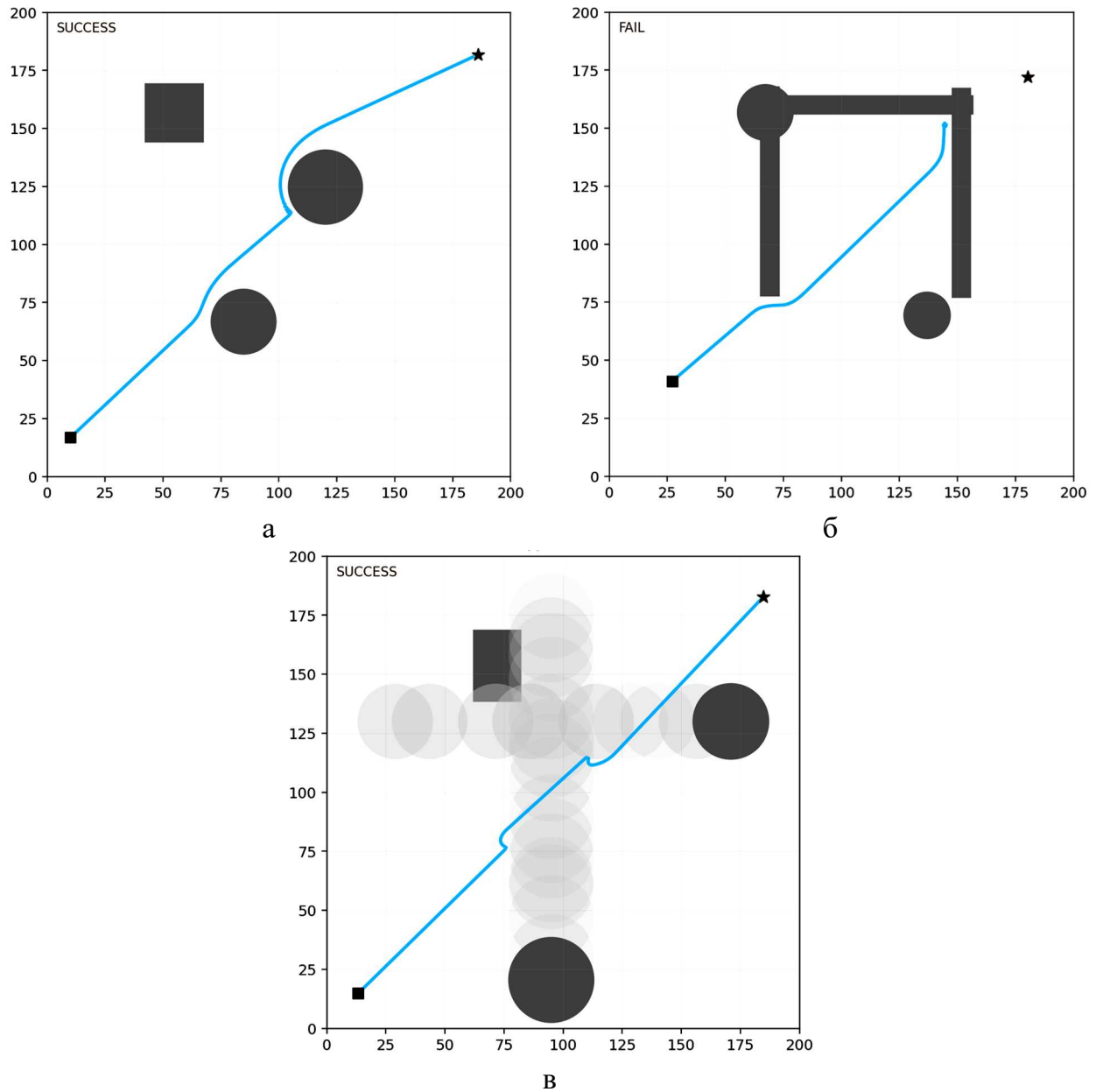


Рис. 1. Сравнение траекторий движения МР на основе метода APF

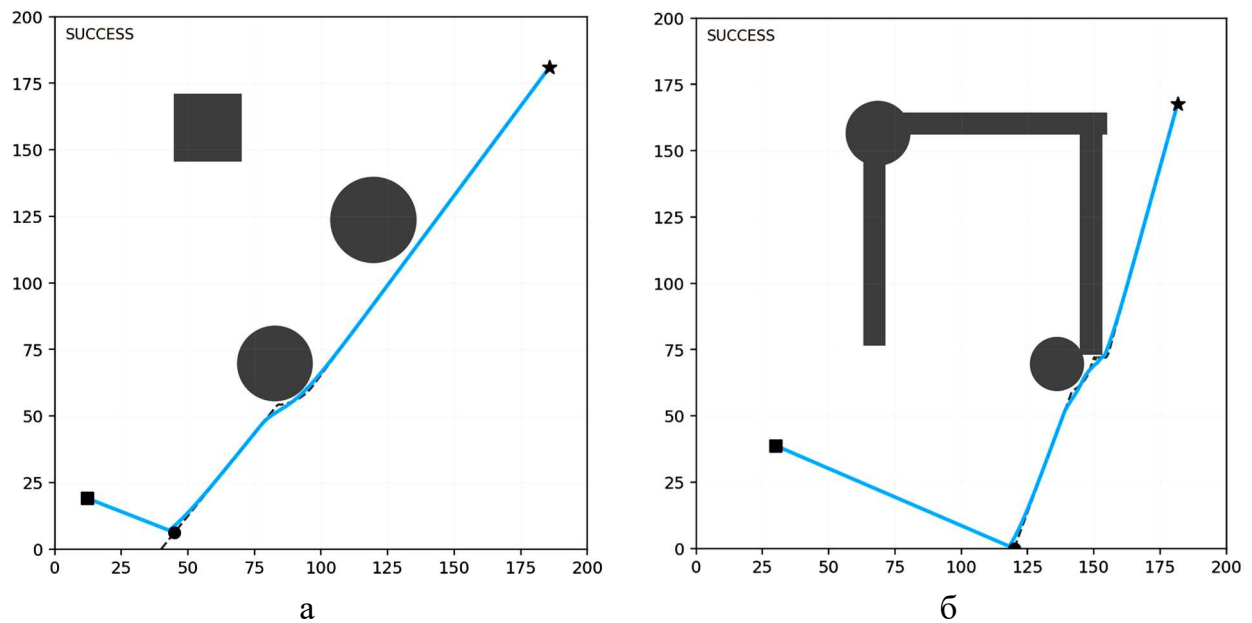


Рис. 2. Сравнение траекторий движения МР на основе метода Fairway

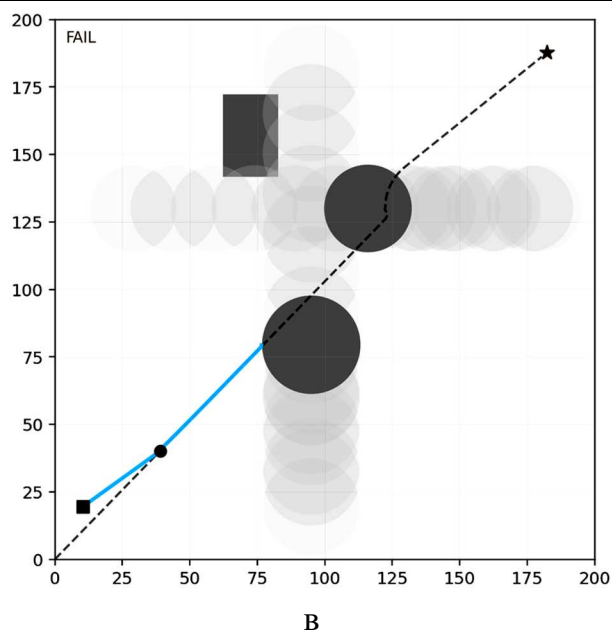
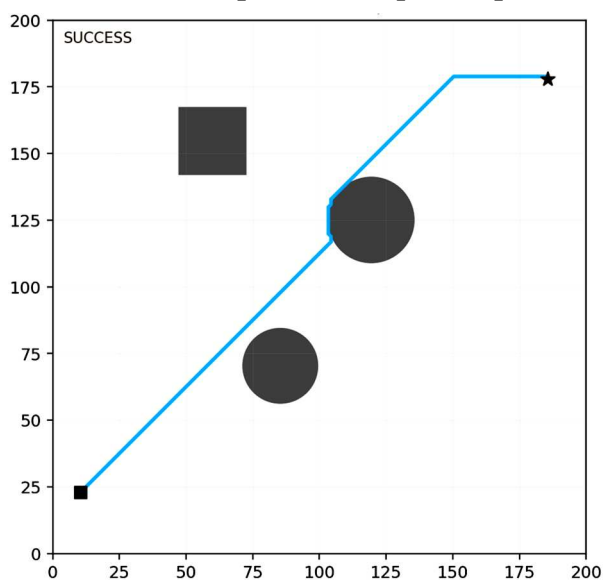
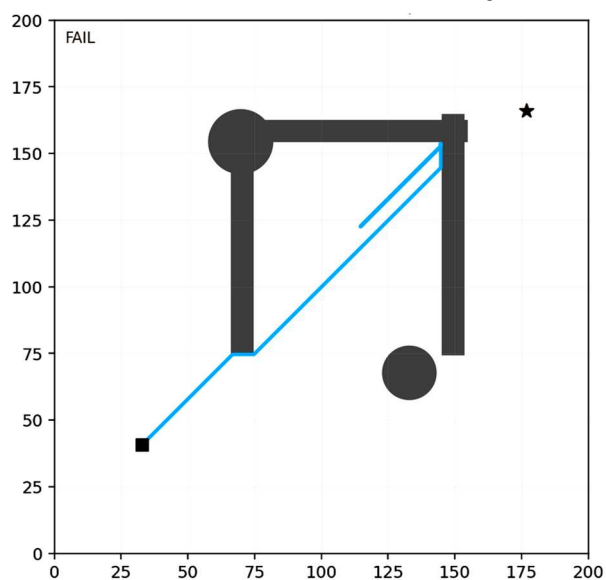


Рис. 2. Сравнение траекторий движения МР на основе метода Fairway



а



б

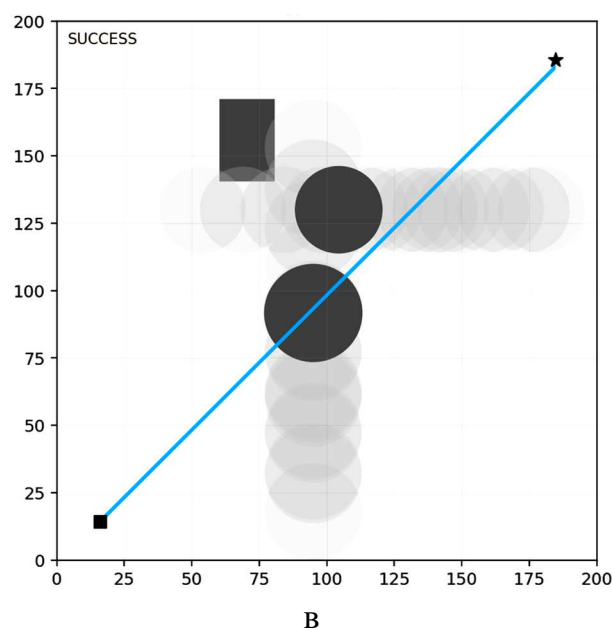


Рис. 3. Сравнение траекторий движения МР на основе метода SPS

Заключение

Проведённый сравнительный анализ показал, что современные методы планирования траектории движения МР на основе методов ПП частично или полностью решают проблему локальных минимумов, ограничивавшую применение классического APF. Метод Fairway демонстрирует высокую устойчивость в сложных статических средах, а скалярный подход SPS обеспечивает компромисс между вычислительной сложностью и качеством траектории в динамических средах.

В задачах планирования траекторий движения МР весьма перспективными являются гибридные, комбинированные методы, сочетающие преимущества рассмотренных трех методов ПП с использованием методов и технологий вычислительного интеллекта, например, методов машинного обучения.

Список литературы

1. Казаков К.А., Семенов В.А. Обзор современных методов планирования движения // Труды ИСП РАН. – 2016. – Т. 28, Вып. 4. – С. 241-293. – DOI: 10.15514/ISPRAS2016-28(4)-14.
2. Лю В. Методы планирования пути в среде с препятствиями (обзор) // Математика и математическое моделирование. – 2018. – №1. – С. 15-58.
3. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // The International Journal of Robotics Research. 1986, vol. 5, no. 1, pp. 90-98.
4. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Концепция «фарватера» в задачах потенциального наведения мобильных роботов // XII мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2019): материалы мультиконференции в 4 тт. Т. 2. – Ростов-на Дону: Изд-во ЮФУ, 2019. – С. 105-107.
5. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Концепция «фарватера» в задачах потенциального наведения мобильных роботов // Автометрия. – 2022. – Т. 58, №4. – С. 59-66. – DOI: 10.15372/AUT20220406.
6. Bayat F., Najafinia S., Aliyari M. Mobile robots path planning: Electrostatic potential field approach // Expert Systems with Applications. 2018, vol. 100, pp. 68-78.
7. Fishman G.S. Monte Carlo: concepts, algorithms, and applications. – Springer, 1996. – 698 p.

Сведения об авторах:

Сагателян Аршак Дереникович – студент;

Филимонов Николай Борисович – д.т.н., профессор.