

РЕДУКЦИЯ НАБЛЮДАТЕЛЯ ЛИДЕРА В МУЛЬТИАГЕНТНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЁТОМ ФОРМАЦИИ БПЛА

Ян Шуай

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва

Ключевые слова: формация БПЛА, игольчатое управление (пиннинг-управление), распределённый наблюдатель, упрощение топологии, протокол консенсуса, неголономные ограничения.

Аннотация. В формациях БПЛА типа «лидер-ведомый» стандартный пиннинг-наблюдатель применяет единый смешанный протокол ко всем узлам, что замедляет сходимость пиннинг-узлов из-за связи с более медленными непиннинговыми узлами. Предложена асимметричная схема: пиннинг-узлы сохраняют только член прямой коррекции, непиннинговые – только член консенсуса соседей. Сходимость гарантируется существующей теорией консенсуса. Моделирование показало: время сходимости оценки курса пиннинг-узлов ускоряется в 3,33 раза, установившаяся ошибка слежения по скорости снижается на 53,6%, среднеквадратическая ошибка позиции строа улучшается на 37,9% без дополнительных коммуникационных затрат.

LEADER OBSERVER REDUCTION IN A MULTI-AGENT COORDINATED UAV FORMATION FLIGHT CONTROL SYSTEM

Yang Shuai

Lomonosov Moscow State University, Moscow

Keywords: UAV formation, pinning control, distributed observer, topology simplification, consensus protocol, nonholonomic constraints.

Abstract. In leader-follower UAV formations, the standard pinning observer applies a uniform mixed protocol to all nodes, causing pinning nodes to be slowed by non-pinning nodes. This paper proposes an asymmetric topology simplification: pinning nodes retain only the direct correction term; non-pinning nodes retain only the neighbor consensus term. Convergence is guaranteed by established consensus theory. Simulations show that pinning-node heading estimation convergence time reduces by 3.33 times, follower velocity steady-state error decreases by 53,6%, and formation position RMSE improves by 37,9% with zero added communication overhead.

Введение

Проблема управления полётом формации беспилотных летательных аппаратов (УПФ БПЛА) находит широкое применение в различных сферах как гражданского, так и военного назначения: в разведке, ретрансляции связи, слежении за целями и др. [1, 2]. В существующих подходах к УПФ БПЛА (виртуальная структура, метод потенциальных полей, поведенческие алгоритмы) архитектура «лидер-ведомый» выделяется простотой реализации и масштабируемостью [3].

В крупных формациях лишь немногие агенты принимают состояние лидера напрямую, остальные – через консенсус соседей, что делает распределённый наблюдатель ключевым компонентом системы [4]. Термин «игольчатое управление» (*пиннинг-управление*, англ. *pinning control*) используется в русскоязычной литературе вслед за [5]; концепция систематически развита в

теории управления сложными сетями [6], где формируется разреженная сеть наблюдения, в которой подмножество агентов (*пиннинг-узлы*) подключено к лидеру напрямую.

Однако стандартный пиннинг-наблюдатель применяет единый смешанный протокол ко всем узлам, не учитывая принципиальное различие источников информации. Вследствие этого член консенсуса соседей создаёт связывающее воздействие на пиннинг-узлы, препятствуя достижению теоретической скорости сходимости $\lambda = g_i$. Данный механизм межузловой связи не получил систематического количественного описания на уровне динамики ошибок применительно к задачам УПФ БПЛА.

Вклад данной работы: (1) количественный анализ механизма межузловой связи на уровне динамики ошибок; (2) асимметричная схема разделения протоколов наблюдателя, разрывающая эту связь; (3) компьютерная апробация улучшения точности позиционирования формации без дополнительных коммуникационных затрат.

Модель системы и постановка задачи УПФ БПЛА

Рассматривается система УПФ БПЛА, состоящая из N агентов. Трёхзвенная неголономная кинематическая модель i -го агента:

$$\dot{x}_i = v_i \cos \theta_i, \dot{y}_i = v_i \sin \theta_i, \dot{\theta}_i = \omega_i, \quad (1)$$

где (x_i, y_i) – позиция, θ_i – курсовой угол, v_i и ω_i – управляющие входы (линейная и угловая скорости).

Физические ограничения БПЛА с неподвижным крылом: $v_i \in [15, 30]$ м/с, $|\omega_i| \leq 0,3$ рад/с. Нижняя граница скорости является принципиальным ограничением, отличающим от обычных неголономных роботов.

Модель кинематики лидера аналогична (1), причем его состояние обозначается через $p_0 = (x_0, y_0)$, θ_0 , v_0 , ω_0 . Траектория лидера напрямую измеряется пиннинг-узлами и неизвестна остальным узлам.

Коммуникационная топология задаётся неориентированным графом $\mathcal{G}$ и комбинированной матрицей:

$$\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}), H = L + G,$$

где L – матрица Лапласа $L = D - A$, а G – матрица пиннинг-усилений $G = \text{diag}(g_1, \dots, g_N)$.

Множество пиннинг-узлов $\mathcal{P} \subset \mathcal{V} : g_i > 0$ при $i \in \mathcal{P}$, иначе $g_i = 0$.

В настоящей работе используется топология неориентированного цепного графа, для которого минимальное ненулевое собственное значение матрицы Лапласа $\lambda_{\min}(L) < \min_{i \in \mathcal{P}} g_i$, т.е. скорость сходимости чистого протокола консенсуса меньше пиннинг-усиления.

Определим единичные векторы системы координат лидера:

$$e_{\parallel} = [\cos \theta_0, \sin \theta_0]^T, e_{\perp} = [-\sin \theta_0, \cos \theta_0]^T.$$

Желаемая позиция i -го агента в УПФ БПЛА:

$$p_i^{\text{des}} = p_0 + d_i^{\parallel} \cdot e_{\parallel} + d_i^{\perp} \cdot e_{\perp},$$

где $(d_i^{\parallel}, d_i^{\perp})$ – заданные смещения в УПФ БПЛА.

Продольная и поперечная ошибки:

$$e_i^{\parallel} = (p_i - p_i^{\text{des}})^T e_{\parallel}, e_i^{\perp} = (p_i - p_i^{\text{des}})^T e_{\perp}.$$

Общая задача УПФ БПЛА: достичь асимптотической сходимости ошибок:

$$e_i^{\parallel}(t) \rightarrow 0, e_i^{\perp}(t) \rightarrow 0, e_{v,i}(t) \rightarrow 0, e_{\theta,i}(t) \rightarrow 0, \forall i, t \rightarrow \infty, \quad (2)$$

где $e_{v,i}(t) = v_i(t) - v_0(t)$, $e_{\theta,i}(t) = \theta_i(t) - \theta_0(t)$.

Стандартный наблюдатель в УПФ БПЛА

В крупных формациях УПФ БПЛА непиннинговые узлы не имеют прямого доступа к состоянию лидера, и решение общей задачи УПФ БПЛА (2) основано на распределённой оценке состояния лидера.

Определим ошибки оценки:

$$\tilde{\theta}_{0,i} = \hat{\theta}_{0,i} - \theta_0, \tilde{\omega}_{0,i} = \hat{\omega}_{0,i} - \omega_0, \tilde{v}_{0,i} = \hat{v}_{0,i} - v_0.$$

Уравнения стандартного протокола пиннинга для всех $i = 1, \dots, N$:

$$\dot{\hat{\omega}}_{0,i} = \underbrace{\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{\omega}_{0,j} - \hat{\omega}_{0,i})}_{\text{член консенсуса}} + \underbrace{g_i(\omega_0 - \hat{\omega}_{0,i})}_{\text{член пиннинга}},$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{0,i} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{\theta}_{0,j} - \hat{\theta}_{0,i}) + g_i(\theta_0 - \hat{\theta}_{0,i}) + \hat{\omega}_{0,i},$$

$$\dot{\hat{v}}_{0,i} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{v}_{0,j} - \hat{v}_{0,i}) + g_i(v_0 - \hat{v}_{0,i}).$$

Для пиннинг-узла $i \in \mathcal{P}$ динамика ошибки имеет вид:

$$\dot{\tilde{\omega}}_{0,i} = -g_i \tilde{\omega}_{0,i} + \underbrace{\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\tilde{\omega}_{0,j} - \tilde{\omega}_{0,i})}_{\text{связывающее воздействие соседей}}.$$

Здесь второе слагаемое представляет связывающее воздействие ошибок соседей. В его отсутствие пиннинг-узел сходил бы независимо со скоростью $\lambda = g_i$. В стандартной схеме скорость сходимости непиннинговых узлов определяется алгебраической связностью графа $\lambda_2(L)$ – минимальным ненулевым собственным значением матрицы Лапласа [6, 8], которое для цепного графа из N узлов приближённо равно $\lambda_2(L) \approx \pi^2/N^2 \ll g_i = 1$, и пока они не сошлись, связующий член непрерывно вносит ошибку в пиннинг-узлы, снижая их фактическую скорость сходимости.

Упрощённый наблюдатель в УПФ БПЛА

Асимметричная схема распределяет протоколы согласно естественному разделению источников информации: пиннинг-узлы обновляются только по прямому сигналу лидера, а непиннинг-узлы по консенсусу соседей. Коммуникационная топология и транслируемые оценочные состояния остаются неизменными.

Пиннинг-узел $i \in \mathcal{P}$ (сохраняется только член прямой пиннинг-коррекции):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_{0,i} &= g_i(\omega_0 - \hat{\omega}_{0,i}), \\ \dot{\hat{\theta}}_{0,i} &= g_i(\theta_0 - \hat{\theta}_{0,i}) + \hat{\omega}_{0,i}, \\ \dot{\hat{v}}_{0,i} &= g_i(v_0 - \hat{v}_{0,i}). \end{aligned} \quad (3)$$

Непиннинг-узел $i \notin \mathcal{P}$ (сохраняется только член консенсуса соседей):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_{0,i} &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{\omega}_{0,j} - \hat{\omega}_{0,i}), \\ \dot{\hat{\theta}}_{0,i} &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{\theta}_{0,j} - \hat{\theta}_{0,i}) + \hat{\omega}_{0,i}, \\ \dot{\hat{v}}_{0,i} &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\hat{v}_{0,j} - \hat{v}_{0,i}). \end{aligned} \quad (4)$$

Следует отметить, что $\hat{\omega}_{0,i}$ в уравнениях (3) и (4) – локальный кинематический член, не затрагиваемый упрощением.

Глобальная асимптотическая сходимость упрощённой схемы гарантируется теорией [6, 8]: пиннинг-узлы сохраняют $g_i > 0$, связный граф обеспечивает достижимость лидера для всех агентов, а положительная определённость матрицы $H = L + G$ не нарушается. После разрыва связи динамика ошибки пиннинг-узла вырождается в $\dot{\tilde{\omega}}_{0,i} = -g_i \tilde{\omega}_{0,i}$, и скорость сходимости возрастает до теоретического оптимума $\lambda = g_i$.

Закон УПФ БПЛА

Закон управления использует выходы наблюдателя $\hat{\theta}_{0,i}$, $\hat{\omega}_{0,i}$, $\hat{v}_{0,i}$. Ошибка УПФ БПЛА в оценочной системе координат определяется равенством:

$$\hat{e}_i^{\parallel} = (p_i - \hat{p}_{0,i})^T \hat{e}_{\parallel} - d_i^{\parallel}, \quad \hat{e}_i^{\perp} = (p_i - \hat{p}_{0,i})^T \hat{e}_{\perp} - d_i^{\perp}.$$

так, что при сходимости наблюдателя $\hat{e}_i^{\parallel} \rightarrow e_i^{\parallel}$, $\hat{e}_i^{\perp} \rightarrow e_i^{\perp}$.

Закон управления угловой скоростью основан на структуре неголономного слежения Канауама et al. [7] с добавлением прямого управления по оценённой угловой скорости лидера $\hat{\omega}_{0,i}$ и нелинейной коррекции поперечной ошибки через функцию $\arctan(k_y \hat{e}_i^{\perp})$. Использование $\arctan$ в качестве ограниченной нечётной функции коррекции обеспечивает гладкость управляющего воздействия и его ограниченность при произвольных начальных отклонениях — стандартный приём в данном классе задач [9, 10]:

$$\omega_i = \hat{\omega}_{0,i} - k_{\theta}(\theta_i - \hat{\theta}_{0,i}) - k_{\perp} \arctan(k_y \hat{e}_i^{\perp}).$$

Закон управления скоростью использует оценённую скорость $\hat{v}_{0,i}$ в качестве прямого управления с коррекцией по продольной ошибке:

$$v_i = \hat{v}_{0,i} - k_{\parallel} \hat{e}_i^{\parallel}.$$

Параметры закона управления: $k_{\theta} = 1,0$, $k_{\perp} = 0,3$, $k_y = 0,1$, $k_{\parallel} = 0,05$.

Компьютерная апробация закона УПФ БПЛА

Моделирование реализовано на Python (NumPy) с шагом интегрирования Эйлера $\Delta t = 0,01$ с. Начальные состояния агентов возмущены случайным образом вблизи желаемых позиций: ± 10 м, курс $\pm 0,2$ рад, скорость ± 2 м/с.

Параметры УПФ БПЛА: $N = 10$, V-образная формация (полуугол 30° , продольный интервал $d = 50$ м), $v_0 = 20$ м/с. Коммуникационная топология имеет вид V-образный симметричный цепной граф с узлом-сборщиком 1 (порядок цепочки: 5-4-3-2-1-6-7-8-9-10). Множество пиннинг-узлов $\mathcal{P} = \{1,5,10\}$, $g_i = 1$, продолжительность моделирования $T = 100$ с.

Рассматривается прямолинейный полёт с постоянной скоростью ($\omega_0 = 0$, $v_0 = \text{const}$): при $\omega_0 = 0$ геометрический эффект кривизны исключается, что позволяет оценить вклад наблюдателя. Единственная независимая переменная — это тип наблюдателя (Standard vs. Simplified). Время сходимости определяется по критерию T_c (5 %)– наименьшему моменту времени, начиная с которого ошибка не покидает полосу 5% от начального значения e_0 ; установившееся среднее вычисляется в окне $t \in [70, 100]$ с.

Результаты моделирования на уровне наблюдателя представлены на рисунке 1 и в таблице 1. Упрощённая схема значительно ускоряет сходимость пиннинг-

узлов: T_c для $|\tilde{\theta}_{0,i}|$ сокращается в 3,33 раза, для $|\tilde{v}_{0,i}|$ – в 3,78 раза, для $|\tilde{\omega}_{0,i}|$ – в 2,47 раза; установившиеся ошибки стремятся к нулю. Непиннинг-узлы также выигрывают через каскадный эффект: ускорение сходимости $|\tilde{\theta}_{0,i}|$ составляет 3,11 раза, $|\tilde{v}_{0,i}|$ – 2,21 раза (подробные значения см. в табл. 1).

На уровне слежения (рис. 2) упрощённая схема обеспечивает более быструю стабилизацию как по скорости, так и по курсу: T_c ошибки слежения по скорости сокращается с 36,6 с до 22,2 с, по курсу – с 14,8 с до 10,9 с. В установившемся режиме ошибка слежения по скорости снижается с 0,0141 м/с до 0,0065 м/с (–53,6%).

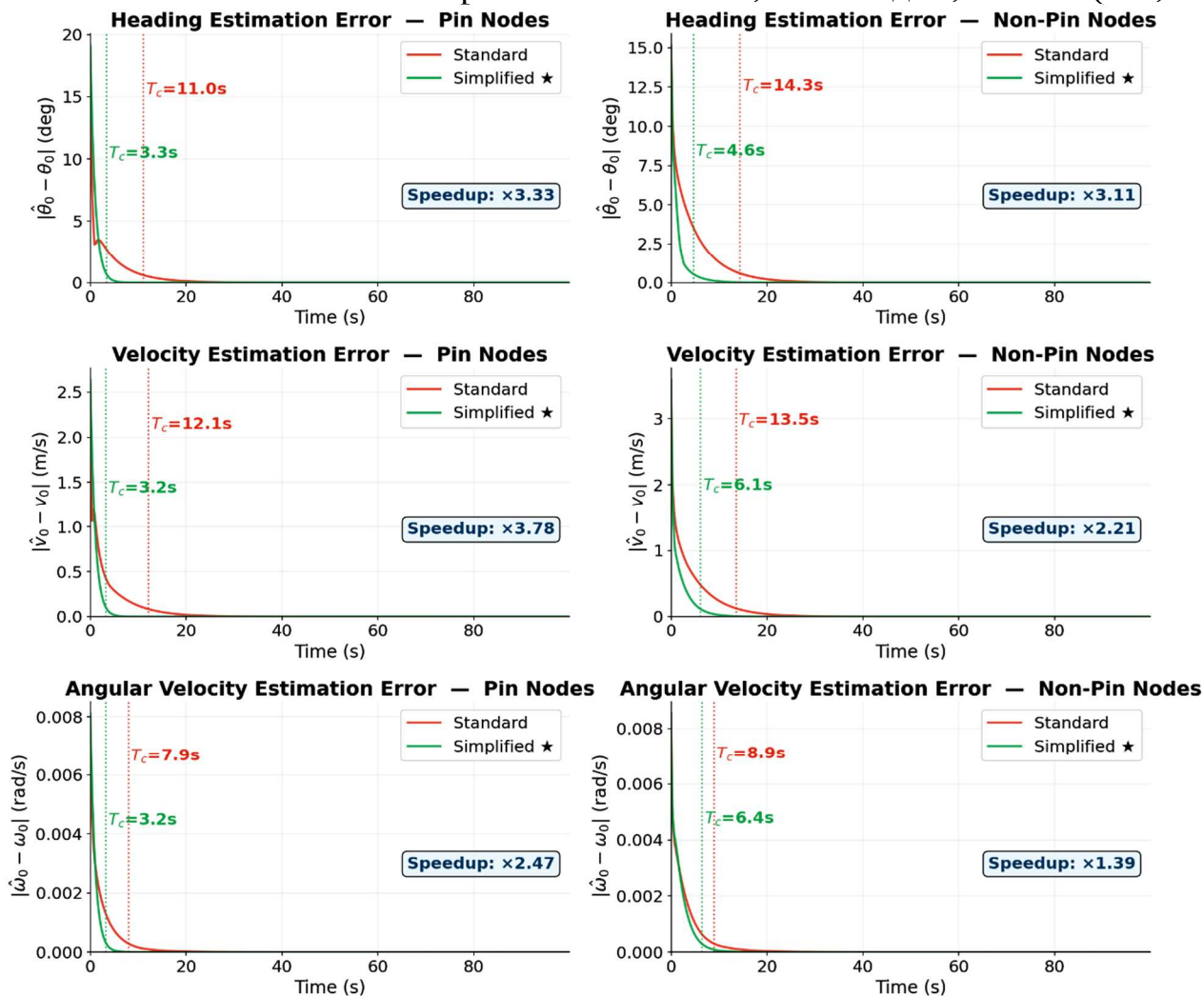


Рис. 1. Динамика ошибок оценки наблюдателя: θ , v , ω (левый столбец – пиннинг-узлы, правый – непиннинг-узлы)

Табл. 1. Время сходимости $T_c(5\%)$ и ускорение сходимости

Переменная	Ед.	$T_c(5\%)$ – станд.	$T_c(5\%)$ – упрощ.	Ускорение
$ \tilde{\theta}_{0,i} $ – пиннинг	°	11,0	3,3	3,33
$ \tilde{v}_{0,i} $ – пиннинг	м/с	12,1	3,2	3,78
$ \tilde{\omega}_{0,i} $ – пиннинг	рад/с	7,9	3,2	2,47
$ \tilde{\theta}_{0,i} $ – непиннинг	°	14,3	4,6	3,11
$ \tilde{v}_{0,i} $ – непиннинг	м/с	13,5	6,1	2,21
$ \tilde{\omega}_{0,i} $ – непиннинг	рад/с	8,9	6,4	1,39

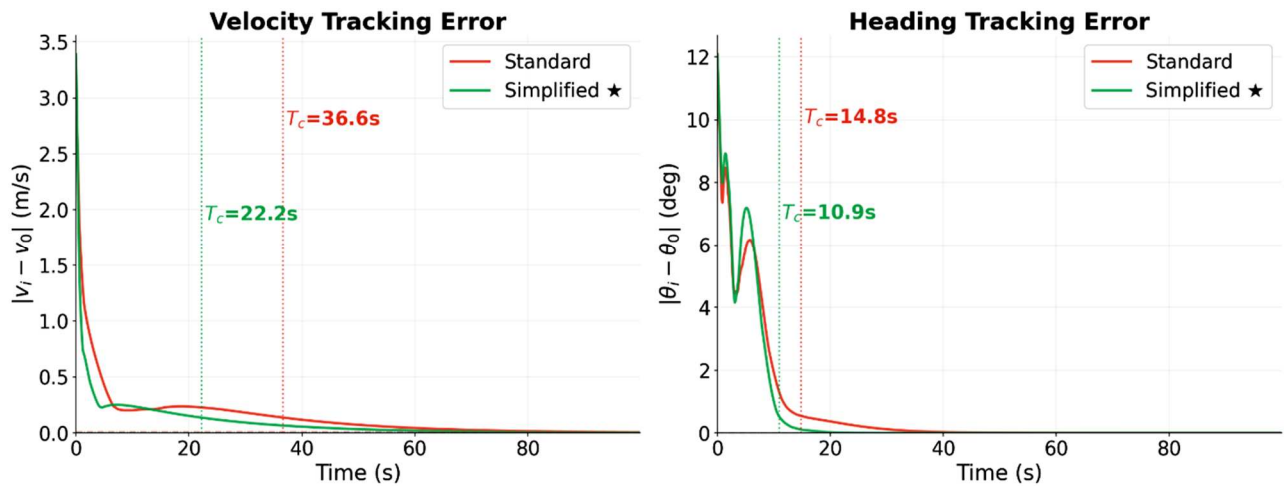


Рис. 2. Ошибки слежения по скорости и курсу формации

Динамика среднеквадратической ошибки (RMSE) позиции формации показана на рисунке 3. Суммарный RMSE уменьшается с 1,05 м до 0,65 м (–37,9%), для подгруппы пиннинг-узлов – с 0,86 м до 0,43 м (–50,3%). Ненулевые установившиеся значения RMSE обусловлены фундаментальным ограничением неголономных систем: согласно теореме Брокетта о недостижимости, гладкий стационарный закон управления не может обеспечить асимптотическую стабилизацию неголономного робота в фиксированную точку [10]. Следовательно, остаточная ошибка позиции является неустранимой при данном классе законов управления и характеризуется как равномерная конечная ограниченность (UUB). Снижение RMSE на 37,9% подтверждает положительный вклад предложенного метода в точность формации.

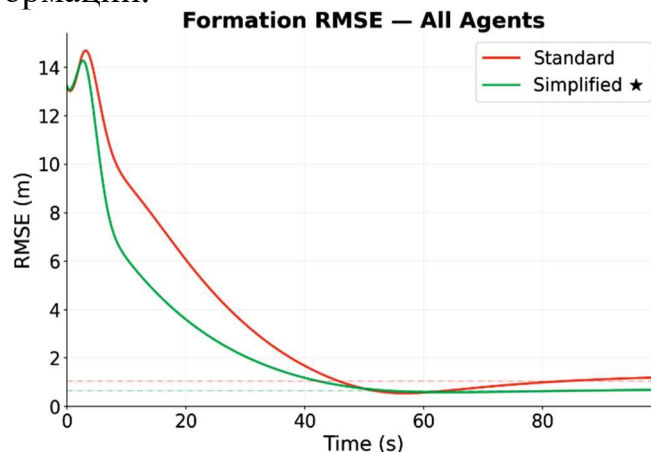


Рис. 3. Среднеквадратическая ошибка (RMSE) позиции формации

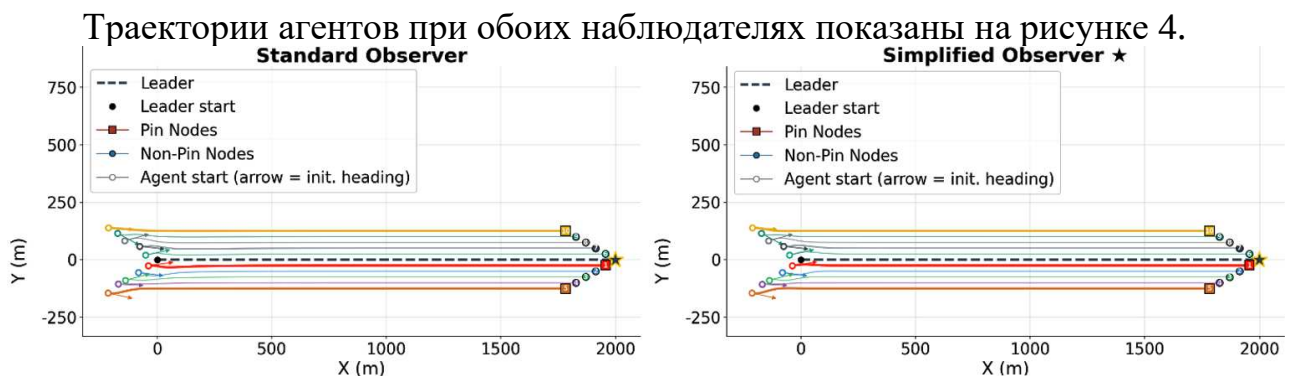


Рис. 4. Траектории агентов УПФ БПЛА

В обоих случаях все десять агентов сходятся к V-образному строю и сопровождают лидера на протяжении всего манёвра, что подтверждает работоспособность обеих схем управления.

Заключение

Предложена асимметричная схема упрощения топологии пиннинг-наблюдателя: разрыв члена консенсуса соседей у пиннинг-узлов позволяет им сходиться независимо со скоростью $\lambda = g_i$, гарантированной теорией [6, 8]. Схема улучшает точность УПФ БПЛА без дополнительных коммуникационных затрат (RMSE – 37,9%, ошибка слежения по скорости – 53,6%).

Список литературы

1. Ян Ш., Филимонов Н.Б. Проблемы консенсуса мультиагентных систем: состояние и перспективы // Высокопроизводительные вычислительные системы и технологии. – 2025. – Т. 9, №1. – С. 197-207.
2. Lizzio F.F., Capello E., Guglieri G. A Review of Consensus-based Multi-agent UAV Implementations // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2022, vol. 106, no. 43. DOI: 10.1007/s10846-022-01743-9.
3. Ян Ш. О достижимости консенсуса в мультиагентных системах управления с лидером // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2025. – Т. 13, №1. – С. 1-9. – DOI: 10.26102/2310-6018/2025.48.1.023
4. Zhang H.W., Lewis F.L., Das A. Optimal Design for Synchronization of Cooperative Systems: State Feedback, Observer and Output Feedback // IEEE Transactions on Automatic Control. 2011, vol. 56, no. 8, pp. 1948-1952. DOI: 10.1109/TAC.2011.2139510.
5. Андриевский Б.Р., Бобцов А.А., Фрадков А.Л. Методы анализа и синтеза нелинейных систем управления. – СПб.: ИПМаш РАН, 2017. – 327 с.
6. Olfati-Saber R., Fax J.A., Murray R.M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems // Proceedings of the IEEE. 2007, vol. 95, no. 1, pp. 215-233. DOI: 10.1109/JPROC.2006.887293.
7. Kanayama Y., Kimura Y., Miyazaki F., Noguchi T. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1990, vol. 1, pp. 384-389. DOI: 10.1109/ROBOT.1990.126006.
8. Olfati-Saber R., Murray R.M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays // IEEE Transactions on Automatic Control. 2004, vol. 49, no. 9, pp. 1520-1533. DOI: 10.1109/TAC.2004.834113.
9. Muslimov T.Z., Munasypov R.A. Adaptive decentralized flocking control of multi-UAV circular formations based on vector fields and backstepping // ISA Transactions. 2020, vol. 107, pp. 143-159. DOI: 10.1016/j.isatra.2020.08.011.
10. Muslimov T.Z., Munasypov R.A. Consensus-based cooperative control of parallel fixed-wing UAV formations via adaptive backstepping // Aerospace Science and Technology. 2021, vol. 109, p. 106416. DOI: 10.1016/j.ast.2020.106416.

Сведения об авторе:

Ян Шуай – аспирант.