

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ АГРЕГИРОВАННОГО КРИТЕРИЯ

Муртазин Т.М., Схоменко А.Е., Юсупова А.А.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Ключевые слова: регрессионный анализ, агрегированный критерий, метод парных сравнений, экспертные оценки, шкала Саати, адекватность модели, ситуационное моделирование.

Аннотация. В статье предложен метод расчета агрегированного критерия оценки качества моделей регрессии на основе комплексного учета множества показателей. Для определения весовых коэффициентов значимости отдельных критериев применен экспертный подход с использованием метода парных сравнений по шкале Саати. Предложенный подход позволяет преодолеть недостатки применения отдельных традиционных критериев оценки качества моделей, которые не всегда обеспечивают адекватную оценку пригодности модели для практического использования. Метод может быть использован как основа для автоматической процедуры синтеза регрессионных моделей в задачах предиктивного анализа характеристик технических систем, а также в задачах ситуационного моделирования и диагностики состояния оборудования. Показана возможность применения агрегированного критерия качества модели как индикативного показателя для выявления событий (смены ситуации, неисправностей оборудования).

EVALUATION OF THE QUALITY OF REGRESSION MODELS BASED ON AN AGGREGATED CRITERION

Murtazin T.M., Shomenko A.E., Yusupova A.A.

Ufa State Petroleum Technological University, Ufa

Keywords: regression analysis, aggregated criterion, pairwise comparison method, expert evaluations, Saaty scale, model adequacy, situational modeling.

Abstract. The article proposes a method for calculating the aggregated criterion for assessing the quality of regression models based on a comprehensive consideration of multiple indicators. An expert approach using the pairwise comparison method according to the Saaty scale was applied to determine the weight coefficients of the significance of individual criteria. The proposed approach allows overcoming the shortcomings of using individual traditional quality assessment criteria, which do not always provide an adequate evaluation of the model's suitability for practical use. The method can be used as a basis for an automatic procedure for synthesizing regression models in predictive analysis tasks for technical system characteristics, as well as in situational modeling and equipment condition diagnosis tasks. The possibility of using the aggregated quality criterion of the model as an indicative indicator for detecting events (changes in situations, equipment failures) is demonstrated.

В задачах анализа характеристик технических систем широко используются прогнозные модели, получаемые методами регрессионного анализа [1]. В частности, для целей оперативного управления применяют модели в виде уравнений регрессии (УР), которые формально отражают связь параметров состояния объекта управления и определяющих переменных (управления, контролируемые возмущения), получение таких моделей основано на статистических методах, а сами модели называют эмпирическими [2].

Для оценки качества моделей в форме УР используют ряд критериев, из которых самыми распространенными являются: коэффициент множественной

детерминации R^2 (скорректированный R^2) [3]; среднеквадратичная ошибка. Кроме того, в практических задачах моделирования применяют также следующие: сравнение средних, среднеквадратичной ошибки (СКО) расчетных значений по модели и наблюдаемой переменной, оценка значения абсолютной и средней относительной ошибок, критерии оценки статистической значимости коэффициентов моделей на основе t-критерия и модели в целом по критерию Фишера [3]. (Akaike Information criterion, AIC), критерий Шварца (Schwarz Criterion, SC), критерий Ханнана-Куина (Hannan-Quinn Criterion, HQ) [4].

Применение перечисленных критериев по отдельности не позволяет адекватно оценить адекватность регрессионной модели, например, на рисунке 1 представлены временные ряды с высокими значениями коэффициента детерминации R^2 , однако модели имеют низкое значение СКО относительно СКО наблюдения, поэтому такие модели для практического использования не пригодны. Критерий R^2 отражает только общую корреляционную связь расчетного параметра модели и наблюдаемой переменной и позволяет однозначно сделать выводы о качестве модели.

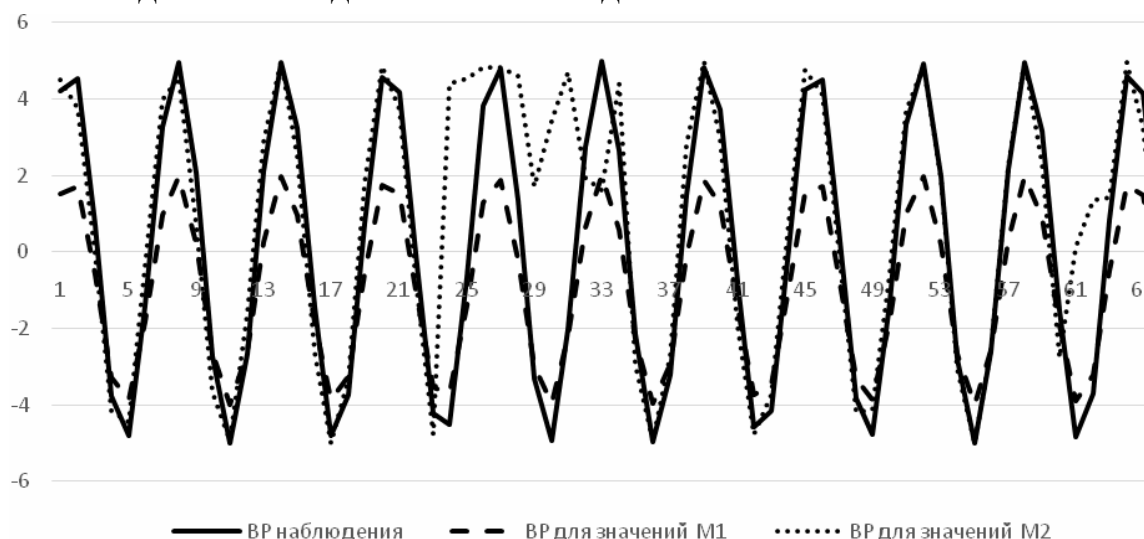


Рис. 1. Временные ряды расчетных значений моделей и наблюдения

Для оценки адекватности модели, требуется рассматривать множество критериев в комплексе. В задачах анализа эффективности сложных систем на основе группы показателей используют подход расчета агрегированной оценки качества функционирования системы, например на основе методов нечеткой логики [5]. Однако, аналогичный подход для оценки качества моделей регрессии также применим.

В основе расчета агрегированной оценки адекватности УР лежит выражение:

$$A = \sum_{i=1}^n a_i J_i, \quad (1)$$

где J_i — критерий оценки модели; a_i — весовой коэффициент значимости критерия, $i = 1, n$, n — количество критериев.

Трудность применения (1) связана с неопределенностью расчета параметра a_i .

В статье рассматривается метод расчета агрегированного критерия оценки качества моделей регрессии на основе экспертного подхода к определению степени значимости отдельного критерия.

Предлагается для определения весового коэффициента значимости a_i применять метод парных сравнений [6].

Исходной информацией для расчета весового коэффициента критерия J_i являются экспертные оценки парных сравнений. Суть подхода заключается в оценке преимущества одного критерия над другим для каждой пары.

Парные сравнения представляют матрицей

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где a_{ij} – уровень преимущества критерия i над j ($i, j = \overline{1, n}$), определяемый по девятибалльной шкале Саати [7].

Тогда значения a_i принимаются равными соответствующим координатам собственного вектора матрицы сравнений (2), либо расчетом по упрощенному выражению:

$$a_i = \frac{\sqrt[N]{\prod_{j=1}^N a_{ij}}}{\sum_{j=1}^N \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N a_{ij}}}, \quad (3)$$

где N – количество критериев.

Для расчета A по (1), учитывая, что значения J_i могут представляться в разных шкалах, выполняют нормирование критериев [8].

Например, если для J_k большее значение соответствует лучшей модели, следует выполнить инвертирование для критериев преобразованием:

$$\overline{J_k} = \frac{J_k - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}}. \quad (4)$$

Остальные критерии, имеющие размерность единиц измерения ВР, следует нормировать, например, следующим преобразованием:

$$\overline{J_m} = 1 - \frac{J_m}{Y_{\max}}, \quad (5)$$

где $Y_{\max}$ и $Y_{\min}$ – максимальное и минимальное значение наблюдаемого временного ряда, либо их нормированное расчетное значение.

Рассмотрим пример расчета агрегированного критерия качества модели методом парных сравнений для временных рядов (рис. 1). В таблице 1 представлены значения частных критериев для ВР, представленных на рисунке 1.

Табл. 1. Частные критерии оценки близости Моделей 1, 2 к ВР наблюдения

Критерий	Модель 1	Модель 2
Коэффициент множественной детерминации (J_1)	0,751941	0,713108
Среднеквадратическая ошибка (J_2)	3,089056	3,572628
Среднеквадратическое отклонение (J_3)	1,757571	1,890140
Средняя относительная ошибка (J_4)	0,978144	0,797015
Максимальная абсолютная ошибка (J_5)	2,999824	8,934510
Index (Отношение дисперсии модели и ВР) (J_6)	0,1600	0,2712

Рассматривая значения частных критериев оценки качества моделей 1 и 2 (табл. 1), сложно определить наилучшую модель, например, можно видеть, что при оценке качества модели по критерию R^2 , лучшим качеством обладает модель 1, но по значениям средней относительной ошибки модель 2 лучше. Выполним оценку качества моделей расчетом агрегированного критерия.

Оценки парных сравнений для следующих частных критериев, зададим матрицей отношений экспертным путем:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 1/9 & 1 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 1/9 & 1/7 & 1 & 5 & 5 & 5 \\ 1/9 & 1/7 & 1/5 & 1 & 9 & 9 \\ 1/9 & 1/7 & 1/5 & 1/9 & 1 & 5 \\ 1/9 & 1/7 & 1/5 & 1/9 & 1/5 & 1 \end{bmatrix}.$$

После чего следует привести матрицу к нормированному виду:

$$A = \begin{bmatrix} 0.644 & 0.851 & 0.511 & 0.405 & 0.288 & 0.250 \\ 0.071 & 0.095 & 0.400 & 0.315 & 0.224 & 0.194 \\ 0.071 & 0.014 & 0.057 & 0.225 & 0.160 & 0.139 \\ 0.071 & 0.014 & 0.011 & 0.045 & 0.288 & 0.250 \\ 0.071 & 0.014 & 0.011 & 0.005 & 0.032 & 0.139 \\ 0.071 & 0.014 & 0.011 & 0.005 & 0.006 & 0.028 \end{bmatrix}.$$

С учетом полученной экспертной матрицы отношений выполняется расчет a_i выражения (1) выполняется по (3): $a_1 = 0.5548$; $a_2 = 0.2256$; $a_3 = 0.0997$; $a_4 = 0.0709$; $a_5 = 0.0309$; $a_6 = 0.0181$.

Тогда значения агрегированных критериев качества модели с учетом определенных весовых коэффициентов составят: для модели 1 – 0.6203, для модели 2 – 0.0131, т.е. модель 1 демонстрирует лучшее качество в смысле агрегированного критерия. Отметим, что информационный критерий Акаике для модели 1 составляет 279.9307, для модели 2 – 351.3879, что также указывает на предпочтительное использование модели 1.

С учетом вышеизложенного можно предложить следующий алгоритм оценки качества УР с помощью расчета агрегированного критерия качества.

Шаг 1. Расчет частных критериев качества УР и весовых коэффициентов значимости критерия по (3) на основе экспертных оценок парных сравнений.

Шаг 2. Нормирование критериев по (4), (5).

Шаг 3. Расчет агрегированного критерия и выбор лучшей модели в смысле критерия (1).

Предложенный метод расчета агрегированного критерия качества УР включающий комплекс показателей может быть использован для обоснованного выбора модели в практических задачах регрессионного анализа. Его использование позволяет реализовать автоматическую процедуру синтеза моделей, предусматривающую направленный поиск оптимальной структуры модели в смысле данного критерия. Кроме того, изменение агрегированного

критерия качества модели может быть использовано в задачах ситуационного моделирования, а также диагностики состояния оборудования автоматизированных технологических комплексов и верификации измерительной информации [9] в качестве индикативного показателя наступления события (аварийного режима, неисправности оборудования, средств измерения).

Однако, при реализации автоматических алгоритмов структурной идентификации УР требуется также обеспечивать физическую адекватности модели [10], например, на основе методов регуляризации коэффициентов УР [11].

Список литературы

1. Куницына Л.А., Винковская, А.Г. Прогнозирование с помощью регрессионного анализа // Достижения науки и образования. – 2020. – №9 (63). – С. 17-19.
2. Вережкин А.П., Муртазин Т.М. Модели в задачах разработки автоматизированных систем управления технологическими объектами: монография. – М.: Вологда: Инфра-Инженерия, 2025. – 196 с.
3. Исаева Н.А., Теплинский А.В., Никонорова Ю.В. Использование МНК при исследовании влияния производственных факторов на результаты деятельности предприятия // Вестник науки. – 2023. – №1 (58). – С. 35-40.
4. Белоусов В.Л., Дивуева Н.А., Формирование модели механизма организации экспертной деятельности в сфере науки // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. – 2013. – №8(56). – С. 43-67.
5. Желтухина П.Н., Кускашов П.Н., Будьков В.А. Применение нечеткой логики и искусственных нейронных сетей в ПИД-регуляторах // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. – 2022. – Т. 1. – С. 19-21.
6. Григорьева Д.Р., Гареева Г.А., Басыров Р.Р. Основы нечеткой логики: учебно-методическое пособие по дисциплине «Нейронные сети». – Набережные Челны: Изд-во НЧИ КФУ, – 2018. – 39 с.
7. Осипов Г.С. Многокритериальный выбор альтернатив на основе пересечения нечетких множеств // IN SITU. – 2016. – №1-2 – С. 93-98.
8. Корнеев В.П. Метод аппроксимационной матрицы формирования весов объектов в многокритериальных задачах выбора // Вестник кибернетики. – 2021. – №1 (41). – С. 51-61.
9. Вережкин А.П., Матвеев Д.С., Галеев Т.Х., Андреев К.В., Ахадов Э.А. Задачи и методы разработки продвинутых систем обеспечения промышленной безопасности // Территория Нефтегаз. – 2016. – №4. – С. 78-85.
10. Генкин А.Л., Гинсберг К.С. К проблеме структурной идентификации для цели создания реальной системы автоматического управления с требуемыми свойствами. // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2017. – №6 (81). – С. 19-24.
11. Вережкин А.П., Муртазин Т.М. Когнитивная коррекция уравнений регрессии // Труды X Международной научной конференции Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений (памяти проф. Н.И. Юсуповой). – Уфа: РИЦ УУНиТ, 2024. – Т. 1. – С. 236-241.

Сведения об авторах:

Муртазин Тимур Мансурович – к.т.н., доцент кафедры «Автоматизация, телекоммуникация и метрология»;

Схоменко Алексей Евгеньевич – аспирант;

Юсупова Аделина Алексеевна – магистрант.