

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СФЕРИЧЕСКИХ ПЛАНЕТАРНО-ЦЕВОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН-АВТОМАТОВ

Надеждин И.В.

*Рыбинский государственный авиационный технический университет
им. П.А. Соловьева, Рыбинск*

Ключевые слова: сферические планетарно-цевочные механизмы, кинематика, машины-автоматы.

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы кинематического анализа сферических планетарно-цевочных механизмов технологических машин-автоматов на основе пространственной кинематической модели. Приведена сравнительная оценка с применением теории подобия кинематических характеристик сферических механизмов, имеющих аналогичное целевое назначение.

KINEMATIC ANALYSIS OF SPHERICAL PLANETARY-TIPPING MECHANISMS OF TECHNOLOGICAL AUTOMATIC MACHINES

Nadezhdin I.V.

P.A. Solovyov Rybinsk State Aviation Technical University, Rybinsk

Keywords: spherical planetary-locking mechanisms, kinematics, automatic machines.

Abstract. The article deals with the issues of kinematic analysis of spherical planetary-locking mechanisms of technological automatic machines based on a spatial kinematic model. A comparative assessment using the theory of similarity of the kinematic characteristics of spherical mechanisms with a similar purpose is given.

В технологических машинах-автоматах с дискретным перемещением исполнительного органа (поворотного ротора, конвейера) повышение производительности связано с сокращением кинематического цикла машины, а именно, уменьшением продолжительности транспортной операции. В связи с этим возрастают требования к механизмам углового позиционирования в отношении их быстродействия, надежности, точности, динамической устойчивости.

Объектом исследования являются приводы углового позиционирования технологических машин-автоматов, построенные на базе сферических планетарно-цевочных механизмов (СПЦМ) [1, 2].

Для получения СПЦМ (рис.1) цевка 4 должна быть закреплена на оси сателлита 1, кинематически связанного с неподвижным центральным колесом 2 внешнего (рис. 1,а) или колесом 3 внутреннего (рис. 1,б) зацепления. При вращении ведущего звена (водила 3 (рис. 1,а) или центрального колеса 2 (рис.1,б)) цевка 4 совершает сложное движение, описывая сферическую эпи- или гипоциклоиду, складывающееся из вращательного движения относительно оси водила 3 и переносного движения вместе с водилом. В схеме планетарного механизма с наружным и внутренним зацеплением конических колес (рис. 1,б) радиус водила есть расстояние между осью сателлита 1 (1') и осью центральных конических колес 2, 3.

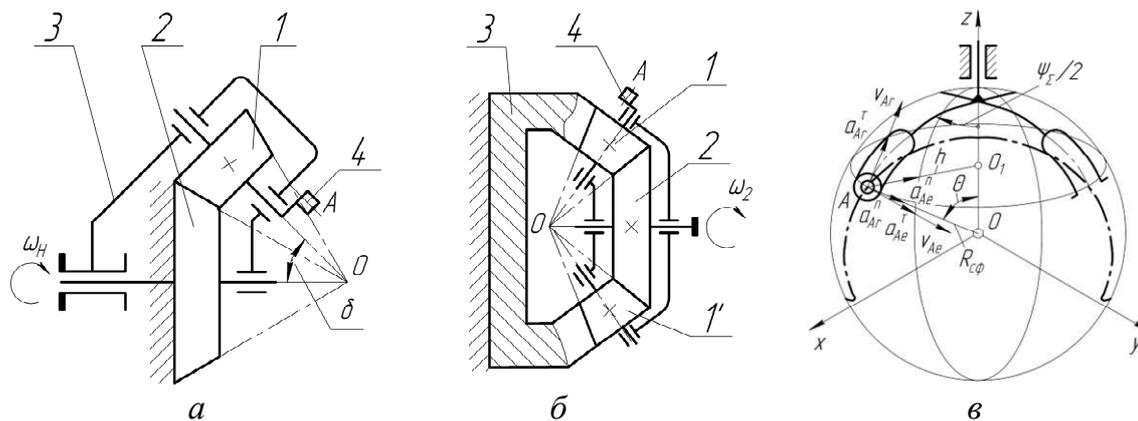


Рис. 1. Ведущая (а, б) и ведомая (в) системы СПЦМ

Структура пространственного механизма зависит от комбинаций ведущей и ведомой систем с различными структурными признаками. Так, если рабочий участок циклоидальной кривой образован одной ветвью траектории (рис. 1, в) при соблюдении условия симметрии, то исполнительное звено механизма может совершать следующие виды периодического движения с остановками: однонаправленное вращательное, возвратно-вращательное или возвратно-поступательное. При использовании участков двух смежных ветвей циклоидальной кривой в качестве рабочей траектории цевки получим возвратно-вращательное движение ведомого звена с углами размаха $\psi_{\Sigma} \leq 30^\circ$ и длительными остановками.

Для исключения динамических ударов в процессе работы механизма участки траектории цевки должны удовлетворять следующим условиям:

- рабочий участок сферической циклоиды не должен проходить через центр вращения ведомого звена;
- средняя точка рабочего участка должна быть наименее удаленной от центра вращения кулисы при наружном зацеплении;
- касательная, проведенная к началу (концу) рабочего участка не должна в пределах своей длины (наружное зацепление) и за пределами своей длины (внутреннее зацепление) пересекаться рабочим участком;
- рабочий участок траектории цевки на половине своей длины может менять знак своей кривизны не более одного раза.

В общем случае сложного движения цевки при синтезе пространственных планетарно-цевочных механизмов необходимыми условиями являются: отсутствие «жесткого» удара в начале и конце поворота ведомого звена; однонаправленное движение последнего на всем интервале движения. Первое условие выполняется, если вектор абсолютной скорости точки A направлен по касательной к относительной траектории цевки в начале и конце поворота кулисы (рис.1, в)

$$\bar{v}_A = \bar{v}_{Ar} + \bar{v}_{Ae},$$

где \bar{v}_{Ae} – переносная скорость точки A , принадлежащей цевке сателлита сферического планетарного механизма; \bar{v}_{Ar} – относительная скорость точки A . В данном случае $\bar{v}_{Ar} = ds/dt$, где s – закон движения цевки $s = s(t)$. Вектор скорости \bar{v}_{Ar} направлен по касательной к относительной траектории цевки в сторону,

определяемую знаком $d\psi/d\phi$. Переносная скорость \bar{v}_{Ae} равна скорости той точки сферической циклоиды, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка A . Следовательно, $v_{Ae} = h\omega_1$, где h – расстояние от точки A до оси вращения (точка O_1) ведомого звена в рассматриваемый момент времени $h = R_{c\phi} \sin \theta$ (рис. 1,б). При $\phi = \text{const}$ получим $\bar{v}_{Ae} = 0$.

Абсолютное ускорение точки A вычисляем по формуле

$$\bar{a}_A = \bar{a}_{Ar} + \bar{a}_{Ae} + \bar{a}_{Ak},$$

где $\bar{a}_{Ar}, \bar{a}_{Ae}, \bar{a}_{Ak}$ – относительное, переносное и кориолисово ускорение соответственно.

Относительное ускорение \bar{a}_{Ar} вычисляем как сумму касательной и нормальной составляющих

$$\bar{a}_{Ar} = \bar{a}_{Ar}^\tau + \bar{a}_{Ar}^n,$$

где составляющие нормального и касательного ускорений соответственно равны:

$$a_{Ar}^\tau = \frac{dv_{Ar}}{dt} = \ddot{s}; \quad a_{Ar}^n = \frac{v_{Ar}^2}{\rho_k};$$

здесь ρ_k – радиус кривизны относительной траектории цевки в той ее точке, где в данный момент находится точка A . Так как все точки траектории цевки A лежат на сфере, то $\rho_k = R_{c\phi}$.

Переносное ускорение вычисляем по формуле

$$\bar{a}_{Ae} = \bar{a}_{Ae}^n + \bar{a}_{Ae}^\tau,$$

где нормальная и тангенциальная составляющие ускорения \bar{a}_{Ae} будут равны $a_{Ae}^n = h\omega_1^2 = h\dot{\phi}^2; \quad a_{Ae}^\tau = h\varepsilon = h\ddot{\phi}$.

Величина ускорения Кориолиса \bar{a}_{Ak} в момент начала движения кулисы равно нулю, если в этот момент $\omega_k = 0$ или $v_{Ar} = 0$.

Нормальная составляющая относительного ускорения равна нулю, когда $\rho_k = \infty$, т.е. когда движущаяся точка находится в точке перегиба своей траектории, либо когда в данный момент скорость точки обращается в нуль, например при мгновенной остановке. Переносное ускорение $a_{Ae} = 0$ при $\phi = \text{const}$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки A , принадлежащей сателлиту, в моменты входа и выхода цевки из паза ведомого звена будет равно сумме касательной и нормальной составляющей и, в общем случае, не совпадает с вектором относительной скорости \bar{v}_{Ar} , т.е. всегда будет иметь место «мягкий» удар.

Для исключения «жесткого» удара, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\left| \frac{\dot{y}(0)}{\dot{x}(0)} \right| = \left| \frac{\dot{y}(T)}{\dot{x}(T)} \right| = \text{tg}\psi_0,$$

где $\psi_0 = \psi_\Sigma/2$ – половина угла размаха ведомого звена.

Суммарный угол поворота ψ_Σ ведомого звена относительно оси O_2 обуславливает значение основного геометрического параметра механизма $\lambda_c = r_{ц}/R_{c\phi}$, где $r_{ц}$ и $R_{c\phi}$ – расчетные величины радиусов расположения цевки и сферы кулисы.

Если φ и ψ – соответственно текущие углы поворота ведущего сателлита и ведомого звена, отсчитываемые от среднего положения, то для произвольного положения звеньев СПЦМ (рис. 2,б) основная кинематическая зависимость будет иметь вид

$$\operatorname{tg}\psi = A_1 D / O_2 D. \quad (1)$$

Точка A , принадлежащая цевке сателлита, находится на эллипсе, большая и малая полуоси которого $a_0 = R_{c\phi} \sin(\psi_{\Sigma}/2)$ и $b_0 = r_{\psi} \sin \delta$.

Расстояние $O_2 O_3 = R_{c\phi} \cos(\psi_{\Sigma}/2) \cos \delta$, а отрезок $O_2 D = O_2 O_3 - D O_3$ найдем с помощью канонического уравнения

$$\frac{y^2}{a_0^2} + \frac{x^2}{b_0^2} = 1, \quad (2)$$

где $x = r_{\psi} \sin \varphi$, $y = D O_3$.

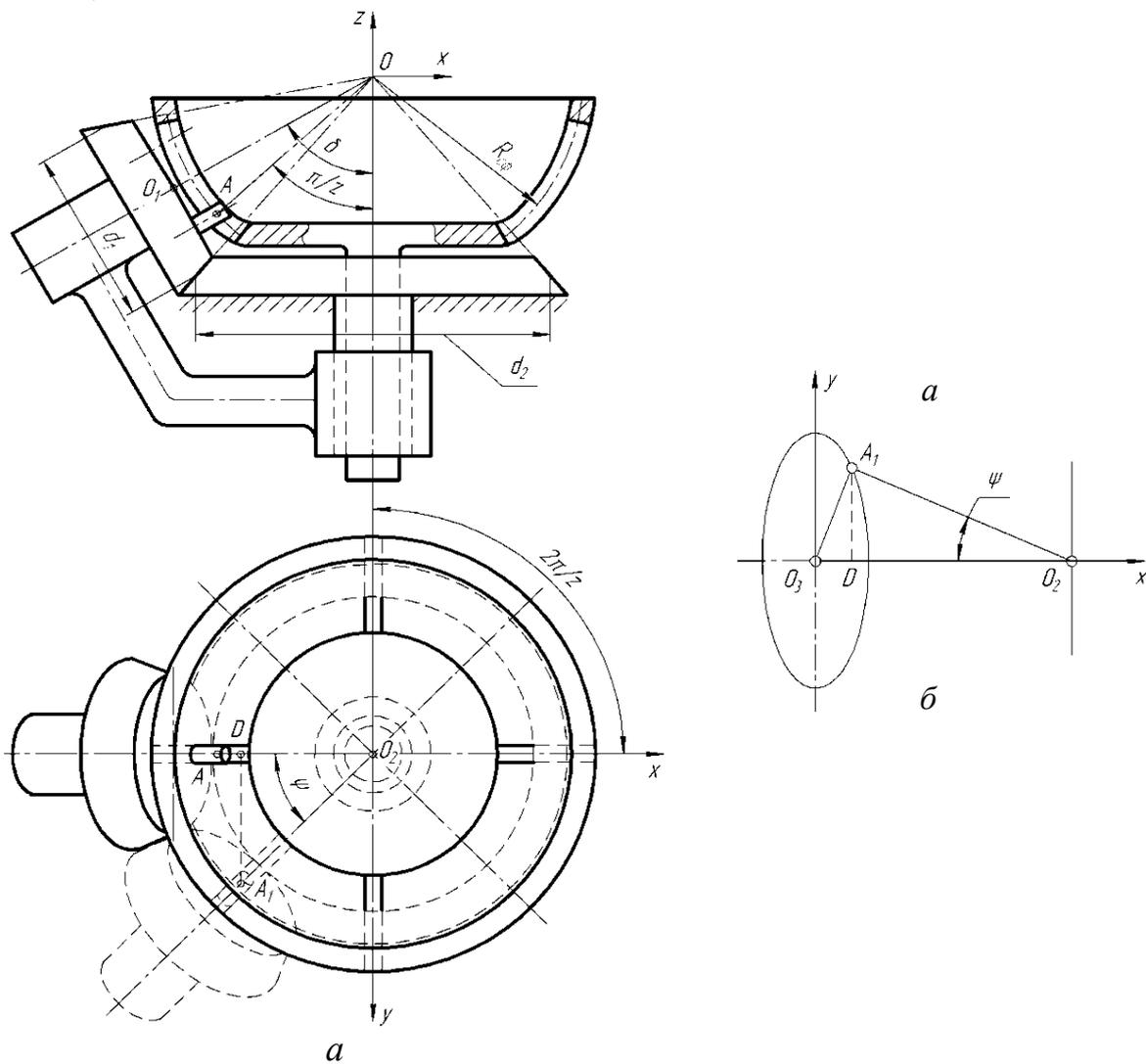


Рис. 2. Расчетная схема СПЦМ

Подставляя значения параметров в (1) и выполнив соответствующие преобразования, получим искомую зависимость

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{(i_{12}^h + \cos \delta) \sin \varphi + \rho \sin \varphi \cos(i_{12}^h \varphi) \cos \delta + \rho \cos \varphi \cos(i_{12}^h \varphi)}{X - Y^{-1} \rho \sin \delta \sqrt{Y^2 - \rho^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (3)$$

где $X = R_{c\phi} \cos(\psi_{\Sigma} / 2) \cos \delta$; $Y = R_{c\phi} \sin(\psi_{\Sigma} / 2)$.

Для ортогонального СПЦМ, когда оси вращения ведущего и ведомого звена пересекаются под прямым углом в центре сферы ($\delta = 90^\circ$) зависимость (3) примет следующий вид

$$tg\psi = \frac{i_{12}^h \sin \varphi + \rho \cos \varphi \cos(i_{12}^h \varphi)}{Y^{-1} \rho \sqrt{Y^2 - \rho^2 \sin^2 \varphi}}. \quad (4)$$

В формулах (3) и (4) $\psi = 2\pi / z$ – суммарный угол поворота ведомого звена, где z – число пазов ведомого звена.

Инварианты подобия угловой скорости и ускорения ведомого звена СПЦМ получим, дифференцируя (3) по углу φ : $\omega_{4i} = \frac{d\psi}{d\varphi}$; $\varepsilon_{4i} = \frac{d^2\psi}{d\varphi^2}$.

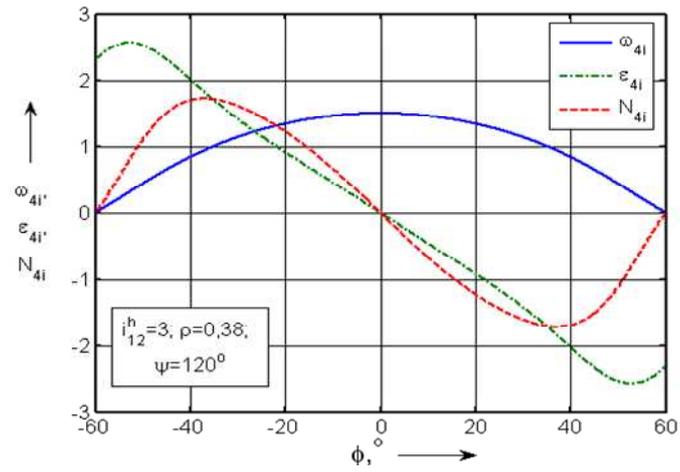
Ввиду громоздкости получаемых выражений для ω_{4i} и ε_{4i} , для анализа последних более целесообразно использовать численные методы и интерактивную среду для визуализации полученных данных из пакета компьютерных программ MATLAB 7 [3].

Характер изменения кривых ω_{4i} , ε_{4i} и N_{4i} для некоторых значений углов поворота ведомого звена и угла ортогональности $\delta = 90^\circ$ показан на рисунке 3. Анализ данных кривых показывает, что уменьшение угла размаха ψ_{Σ} ведомого звена приводит к соответствующему уменьшению констант пиков скорости, ускорения и кинетической мощности. Так при изменении угла ψ_{Σ} от 120° до 60° максимальные значения инвариантов подобия угловой скорости ω_{4mi} и ускорения ε_{4mi} уменьшаются соответственно в 1,7 и 2,25 раза. В начале и конце движения ведомого звена кривая ускорений претерпевает разрыв, что приводит к возникновению «мягкого удара», величина которого в значительной степени зависит от угла размаха ведомого звена. Так, с уменьшением угла размаха ψ_{Σ} от 120° до 60° начальное ускорение убывает более чем в 3 раза.

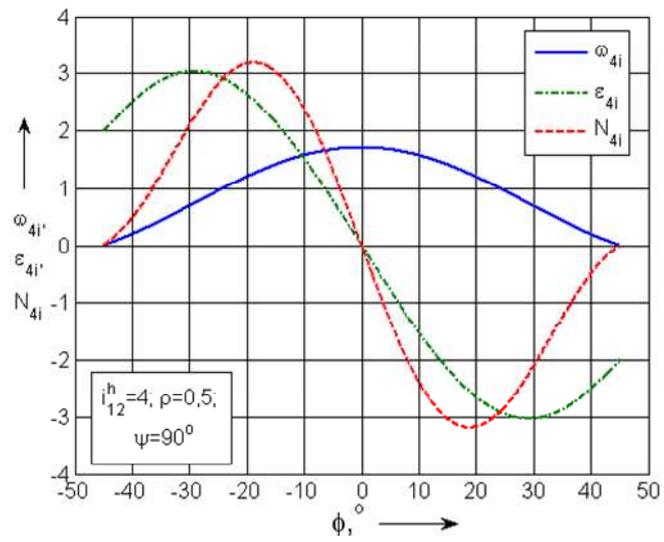
Сравнивая кинематические характеристики законов движения рассматриваемых механизмов с известными сферическими мальтийскими механизмами при равной относительной продолжительности поворота и углах размаха ведомого звена ($\psi_{\Sigma} = 90^\circ$) видим, что константа пика скорости ($B_{план} = 1,71$; $B_{исх} = 2,00$) и ускорения ($C_{план} = 4,77$; $C_{исх} = 5,53$) у СПЦМ меньше в 1,2 раза.

Кривые ускорений ведомого звена у СПЦМ имеют более плавный вид, и максимум кривой наиболее удален от положения механизма, в котором происходит изменение знака крутящего момента на ведомом валу, сопровождающееся ударными явлениями. Последнее достоинство закона движения исключает возможность возникновения «мягких» ударов в среднем положении механизма.

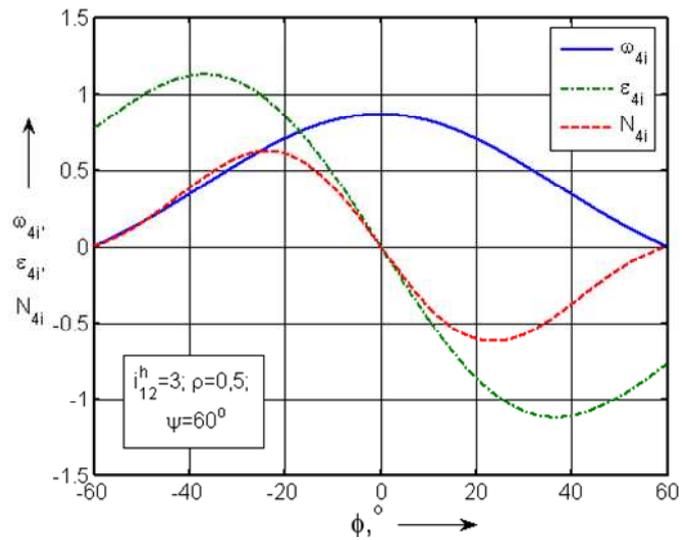
Коэффициент относительной продолжительности поворота у сферических мальтийских механизмов равен $k_{\tau} = 0,5$, что сужает области их практического применения в приводах многопозиционных цикловых машин-автоматов. СПЦМ при $\psi_{\Sigma} = 90^\circ$ имеют $k_{\tau} = 0,25$, что соответствует исходному мальтийскому механизму внешнего зацепления.



a



б



в

Рис. 3. Графики инвариантов подобия угловых скоростей ω_{4i} , ускорений ε_{4i} и кинетической мощности N_{4i} ведомого звена СПЦМ

Как показывает анализ, в общем случае относительная продолжительность поворота ведомого звена СПЦМ $k_{\tau} = 1/i_{12}^h$ зависит только от передаточного числа планетарной передачи и практически может изменяться от 0,2 до 0,5.

Сравнительный анализ кинематических характеристик СПЦМ и сферических механизмов, имеющих аналогичное целевое назначение, дает основание сделать вывод, что при прочих равных условиях константа пика скорости, ускорения и динамической мощности у рассматриваемых механизмов значительно меньше, чем у сферических мальтийских механизмов.

Список литературы

1. А.с. №1308798 СССР. Пространственный механизм прерывистого движения / И.В. Надеждин, В.В. Михрютин. – Заявка №4009450 от 21.01.1986; опубл. 07.05.1987.
2. Надеждин И.В. Высокодинамичные механизмы вспомогательных операций автоматизированных сборочных производств. – М.: Машиностроение, 2008. – 270 с.
3. Дэбни Дж. Б., Харман Т.Л. Simulink 4/ Секреты мастерства / пер. с англ. М.Л. Симонова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. – 403 с.

Сведения об авторе:

Надеждин Игорь Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Прикладная механика».