

## СИСТЕМА ВИБРОИЗОЛЯЦИИ С АКТИВНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ГАСИТЕЛЕМ КОЛЕБАНИЙ С УПРАВЛЕНИЕМ ПО ВИБРОПЕРЕМЕЩЕНИЮ И ВИБРОСКОРОСТИ

*Бурьян Ю.А., Ситников Д.В., Бурьян А.А.*

*Омский государственный технический университет, Омск*

**Ключевые слова:** активный динамический гаситель колебаний, виброизоляция, частотные характеристики, модальное управление, виброскорость, виброперемещение.

**Аннотация.** В работе рассмотрена система виброизоляции, в которой пассивная система – виброактивная масса  $m_0$ , подвешенная на упруго-диссипативных опорах – дополнена активным динамическим гасителем колебаний (АДГК). АДГК представляет собой массу  $m_1$ , установленную через упруго-диссипативные опоры на виброактивную массу, актуатор – силовой привод, создающий распорное усилие между массами  $m_1$  и  $m_0$  в соответствии с заданным законом управления. В предположении «идеального» актуатора, управление которым осуществляется по измеренным значениям виброскорости и виброперемещения, в работе решена задача выбора коэффициентов закона управления, которые обеспечивают снижение передачи вибрационного усилия на основании на 20 Дб в заданном диапазоне частот. Для предварительной оценки величин коэффициентов в законе управления было принято, что упругая и диссипативная составляющие в АДГК равны нулю. В этом случае четко проявляется особенность системы виброизоляции с АДГК, в которой за счёт введения обратных связей пропорционально виброперемещению и виброскорости увеличивается частота собственных колебаний пассивной системы до  $f_0' > f_0$ . В отличие от колебательного звена с  $f_0'$ , в котором при возмущающих воздействиях с частотой  $f < f_0'$  коэффициент виброизоляции близок к единице, в рассматриваемой системе за счёт того, что усилие на основание передается через упруго-диссипативный подвес системы с  $f_0' < f_0$ , происходит снижение коэффициента виброизоляции до требуемой величины. Выбор коэффициентов в законе управления произведен на основе метода модельного управления при заданном значении снижения передачи вибрационного усилия на основании  $K_{\Pi} = -20$  Дб в диапазоне частот 0,1 Гц –  $f_0$ , где  $f_0$  – собственная частота колебаний пассивной системы без АДГК. Произведена оценка эффективности виброизоляции при вычисленных значениях коэффициентов в законе управления с учетом упругой и диссипативной составляющей в АДГК, построены частотные характеристики коэффициента виброизоляции, показывающие снижение передачи усилия на основание на 20 Дб в заданном диапазоне частот. Анализ виброизоляции при синтезированном законе управления для актуатора в виде электродинамического привода показал обеспечение заданного снижения передачи усилия на основание на –20 Дб от 0,4 Гц и в том числе на резонансной частоте пассивной системы.

## VIBRATION ISOLATION SYSTEM WITH ACTIVE DYNAMIC VIBRATION DAMPER CONTROLLED BY VIBRATION DISPLACEMENT AND VIBRATION VELOCITY

*Bur'yan Yu.A., Sitnikov D.V., Bur'yan A.A.*

*Omsk State Technical University, Omsk*

**Keywords:** active dynamic vibration damper, vibration isolation, frequency response, modal control, vibration velocity, vibration displacement.

**Abstract.** The paper considers a vibration isolation system in which a passive system – a vibroactive mass  $m_0$  suspended on elastic-dissipative supports – is supplemented with an active dynamic vibration damper (ADVD). ADVD is a mass  $m_1$  installed through elastic-dissipative supports on a vibroactive mass, the actuator is a power drive that creates a spacer force between the masses  $m_1$  and  $m_0$  in accordance with a given control law. Assuming an "ideal" actuator, which is controlled by the measured values of vibration velocity and vibration displacement, the paper solves the problem of choosing the coefficients of the control law, which provide a reduction in the transmission of vibration force to the base by 20 dB in a given frequency range. For a preliminary estimate of the values of the coefficients in the control law, it was assumed that the elastic and dissipative components in the ADVD are equal to zero. In this case, a feature of the vibration isolation system with ADVD is clearly manifested, in which, due to the introduction of feedback, the natural frequency of the passive system increases proportionally to the vibration displacement and vibration velocity up to  $f_0' > f_0$ . In contrast to the oscillating link with  $f_0'$ , in which, under disturbing influences with a frequency  $f < f_0'$ , the vibration isolation coefficient is close to unity, in the system under consideration, due to the fact that the force on the base is transmitted through the elastic-dissipative suspension of the system with  $f_0' < f_0$ , the vibration isolation coefficient decreases to the required value. The choice of coefficients in the control law was made on the basis of the model control method for a given value of reducing the transmission of vibrational force to the base  $K_p = -20$  dB in the frequency range of  $0,1 \text{ Hz} - f_0$ , where  $f_0$  is the natural frequency of oscillations of the passive system without ADVD. The effectiveness of vibration isolation was evaluated for the calculated values of the coefficients in the control law, taking into account the elastic and dissipative components in the ADVD, the frequency characteristics of the vibration isolation coefficient were constructed, showing a decrease in the transfer of force to the base by 20 dB in a given frequency range. An analysis of vibration isolation with a synthesized control law for an actuator in the form of an electrodynamic drive showed the provision of a specified reduction in the transfer of force to the base by  $-20$  dB from 0,4 Hz, including at the resonant frequency of the passive system.

## Введение

Решение задачи виброизоляции как правило осуществляется путем вывешивания виброактивного агрегата (насосы, двигатели и т.д.) на упруго-диссипативных опорах. В этом случае эффективность виброизоляции возможна только на частотах 1,5-2 раза больше собственной частоты колебаний виброактивной массы. Собственные частоты обычно лежат в пределах 3-25 Гц, следовательно, вопрос об эффективности виброизоляции в области низких частот в том числе на резонансной частоте является в настоящее время достаточно актуальной проблемой. Одним из путей решения этой проблемы является использование активных систем виброизоляции, в которых применяются силовые приводы (актуаторы) различного принципа действия [1-11, 15-20].

Известные успешные применения актуаторов для гашения колебаний на низких и сверхнизких частотах (0,5-10 Гц) относятся в основном к задачам виброзащиты [1-6]. Для целей виброизоляции расположение актуатора между колеблющейся массой и основанием неприемлемо, так как уменьшение амплитуды колебаний виброактивного механизма приводит к возрастанию виброусилия на основание. В ряде работ [3, 7] показано, что созданием инерционной динамической силы в противофазе с виброактивной силой можно значительно (на 20-40 дБ) снизить передачу усилия на основание.

Актуатор, например, на базе электродинамического привода, создаёт инерционную силу путём прямолинейного перемещения массы с заданным

ускорением. Подобный актуатор может использоваться в двух вариантах – установка на основание вблизи упругих опор, либо на колеблющуюся виброактивную массу, что превращает актуатор в этом случае в активный динамический гаситель колебаний и одновременно решается задача как виброизоляции, так и виброзащиты.

**Теория**

В работе рассмотрена система виброизоляции с АДГК, принципиальная схема которой приведена на рисунке 1.

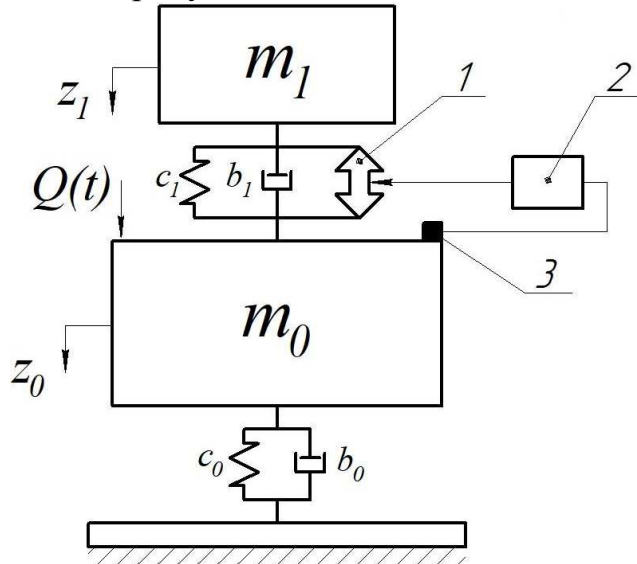


Рис. 1. Принципиальная схема: 1-актуатор 2-регулятор 3-датчик виброперемещения и виброскорости

Использование датчиков виброперемещения и виброскорости, основанные на интегрировании показаний акселерометра для управления АДГК недопустимо, так как подобные датчики не учитывают изменение фазы, что как и применение акселерометров приводит к неустойчивости системы управления. Первоначально будем полагать, что актуатор представляет собой силовой привод, без искажений создающий усилие в соответствии с заданным законом управления  $u(t)$  в заданном диапазоне частот.

Управление  $u(t)$  таким «идеальным» актуатором осуществляется по измеренным значениям виброперемещения и виброскорости (например бесконтактные вихретоковые датчики) по закону  $u(t) = K_1 z_0 + K_2 \dot{z}_0$ , где коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$ , подлежащие определению, должны обеспечивать необходимую эффективность виброизоляции в заданном диапазоне частот. Система уравнений, описывающая динамику виброизоляции с АДГК при однонаправленном движении около положения равновесия имеет вид

$$\begin{cases} m_0 \ddot{z}_0 + b_0 \dot{z}_0 + c_0 z_0 + c_1(z_0 - z_1) + b_1(\dot{z}_0 - \dot{z}_1) = Q(t) - u, \\ m_1 \ddot{z}_1 + b_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_0) + c_1(z_1 - z_0) = u, \\ u = K_1 z_0 + K_2 \dot{z}_0, \\ Q(t) = Q_0 \sin \omega t. \end{cases} \quad (1)$$

Вводя оператор  $p = d/dt$ , систему уравнений (1) можно представить в виде структурной схемы на рисунке 2.

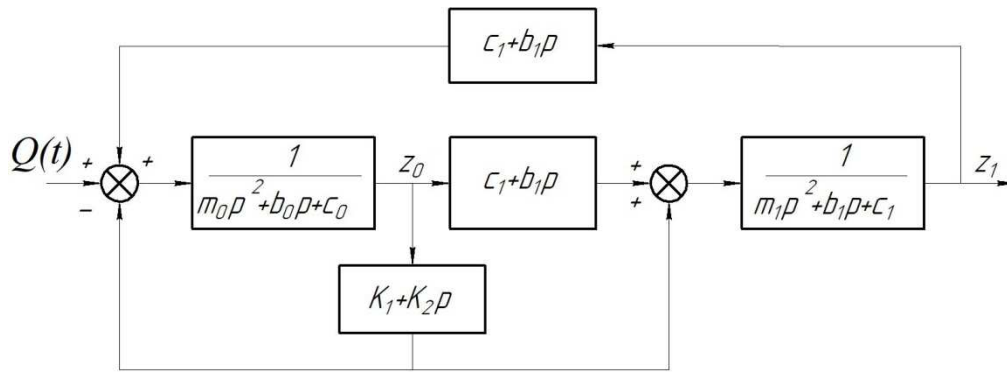
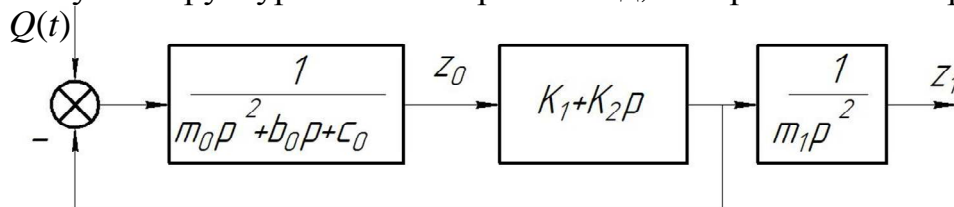


Рис. 2. Структурная схема

При заданных значениях параметров  $m_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ ,  $m_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  необходимо определить коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  регулятора, обеспечивающие необходимую эффективность виброизоляции в заданном диапазоне частот. Для предварительной оценки  $K_1$  и  $K_2$  будем полагать, что  $c_1 = 0$ ,  $b_1 = 0$ , т.е. «идеальный» актуатор перемещает массу  $m_1$  по закону  $\ddot{z}_1 = \frac{1}{m_1}(K_1 z_0 + K_2 \dot{z}_0)$ .

В этом случае структурная схема примет вид, изображённый на рисунке 3.


 Рис. 3. Структурная схема при  $c_1 = 0$ ,  $b_1 = 0$ 

Для определения коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$  в предположении, что они измерены с достаточной точностью, можно использовать метод модального управления [12-14].

Пусть динамика объекта управления представлена уравнением:

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t), \quad (2)$$

где  $z(t)$  – вектор размерности “ $n$ ”;  $A$  – матрица размерности  $n \times n$ ;  $B$  – матрица размерности  $m \times n$ ;  $u$  – вектор управления размерности  $m$ .

Закон управления имеет вид

$$u(t) = -Kz(t), \quad (3)$$

где  $K$  – искомая матрица коэффициентов регулятора.

Уравнение замкнутой системы будет иметь вид:

$$\dot{z}(t) = (A - BK)z(t). \quad (4)$$

Необходимо найти элементы матрицы  $K$  если характеристический многочлен  $D(p)$  желаемой системы уравнения задан в соответствии с поставленной задачей в виде:

$$D(p) = p^n + d_1 p^{n-1} + \dots + d_{n-1} + d_n.$$

Если уравнение (2) соответствует каноническому представлению, то

$$\det(pI_n - A) = p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n. \quad (5)$$

Для замкнутой системы с коэффициентами обратной связи  $K_1 \dots K_n$  характеристический многочлен имеет вид:

$$\det(pI_n - A + BK) = p^n + (a_1 + K_n)p^{n-1} + (a_{n-1} + K_2)p + a_n + K_1. \quad (6)$$

Приравняв коэффициенты (5) и (6), получим

$$\begin{aligned} K_1 &= d_n - a_n, \\ \text{-----} \\ K_n &= d_1 - a_1. \end{aligned} \quad (7)$$

Систему уравнений, соответствующих пассивной системе представим в виде:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -\omega_0^2 z_1 - 2\xi\omega_0 z_2, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{c_0}{m_0}$ ,  $2\xi\omega_0 = \frac{b_0}{m_0}$ ,

или в матричном представлении с учётом управления:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\xi\omega_0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \cdot \frac{1}{m_0}, \quad (9)$$

где  $z = (z_1 z_2)T$ ,  $u = -\frac{K_1}{m_0} z_1 - \frac{K_2}{m_0} z_2 = -\frac{K}{m_0} z$ .

Характеристический полином замкнутой системы может быть вычислен по выражению  $M = \det(Ip - A + BK)$ :

$$\begin{aligned} M &= \det \left\{ \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\xi\omega_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{K_1}{m_0} & \frac{K_2}{m_0} \end{bmatrix} \right\} = \\ &= p^2 + (2\xi\omega_0 + \frac{K_2}{m_0})p + \omega_0^2 + \frac{K_1}{m_0} \end{aligned} \quad (10)$$

Желаемый характеристический полином определим из требования, чтобы коэффициент виброизоляции  $K_{II} = \frac{|R_{осн}|}{|Q_0|}$  составлял -20 Дб в диапазоне частот

$0,4 - f_0$  Гц, где  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ .

Особенность рассматриваемой системы виброизоляции заключается в том, что управление АДГК по закону  $u = (K_1 + K_2 p)x_0$  приводит к увеличению

частоты собственных колебаний  $\omega_0^* = \sqrt{\frac{c_0^*}{m_0}}$  и, следовательно, к уменьшению

амплитуды  $x_0$  и  $\dot{x}_0$ , а реакция основания определяется по зависимости

$$R_{осн} = c_0 x_0 + b_0 \dot{x}_0, \text{ где } c_0 < c_0^*.$$

Величина  $x_0$  может быть найдена из выражения [2]:

$$x_0 = \frac{Q_0}{m_0 \sqrt{(\omega_0^{*2} - \omega)^2 + (2\xi^* \omega_0 \omega)^2}}.$$

Для грубой оценки коэффициентов  $K$  примем, что  $\omega = \omega_0$  и  $\xi^* = 0$ , тогда для  $K_{II}$  можно записать:

$$K_{II} \approx \frac{\omega_0^2}{\omega_0^{*2} - \omega_0^2} = 0.1,$$

или  $\frac{\omega_0^{*2}}{\omega_0^2} = 11.$

Тогда желаемый характеристический полином имеет вид:

$$p^2 + 2\xi^* \omega_0^* p + \omega_0^{*2} = 0. \quad (11)$$

Для того чтобы в системе не имелось колебательности, примем  $\xi^* = 1.$

Приравнявая коэффициенты при  $p$  в (10) и (11) получим:

$$\begin{cases} 2\xi\omega_0 + \frac{K_2}{m_0} = 2\xi^* \omega_0^* = 2\xi^* \cdot 10\omega_0, \\ \omega_0^2 + \frac{K_1}{m_0} = \omega_0^{*2}, \end{cases}$$

откуда следует:  $K_1 = 11\omega_0^2 m_0, K_2 = (11 - \xi_0)2\omega_0 m_0.$

Для модельных параметров  $m_0 = 200 \text{ кг}, c_0 = 3.56 \cdot 10^5 \frac{H}{m}, b_0 = 10^3 \frac{H \cdot c}{m}$

вычислены значения  $K_1 = 3.2 \cdot 10^6 H, K_2 = 1.8 \cdot 10^5 \frac{H}{c}.$

На рисунке 4 показана амплитудно-частотные характеристики коэффициента виброизоляции  $K_{II}$  без АДГК и с АДГК в соответствии со структурной схемой на рисунке 3.

При определённых ранее коэффициентах  $K_1$  и  $K_2$  для системы на рисунке 2 построены амплитудно-частотные характеристики коэффициента виброизоляции при различных  $c_1$  и  $b_1$  и при  $m_1 = 20$  кг представлены на рисунке 5.

Наличие двухмассовой колебательной системы с управлением по закону  $K_1 z_0 + K_2 \dot{z}_0$  изменяет, естественно, вид ЛАЧХ, но поставленная цель снижения не менее чем на 20 дБ передачи вибрационного усилия на основании при  $c_1 = 200 \text{ Н/м}$  в диапазоне 0,4-10 Гц выполняется.

При использовании в качестве актуатора электродинамического привода система уравнений (1) примет вид:

$$\begin{cases} m_0 \ddot{z}_0 + b_0 \dot{z}_0 + c_0 z_0 + c_1 (z_0 - z_1) + b_1 (\dot{z}_0 - \dot{z}_1) = Q(t) - Bli, \\ m_1 \ddot{z}_1 + b_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_0) + c_1 (z_1 - z_0) = Bli, \\ L \frac{di}{dt} + Ri + Bl(\dot{z}_1 - \dot{z}_0) = u, \\ u = K_1 z_0 + K_2 \dot{z}_0, \end{cases} \quad (12)$$

где  $u$  – напряжение управления на обмотке катушки;  $i$  – сила тока;  $Bli$  – электродинамическая сила;  $L, R$  – индуктивность и активное сопротивление катушки;  $B$  – магнитная индукция;  $l$  – общая длина проводника.

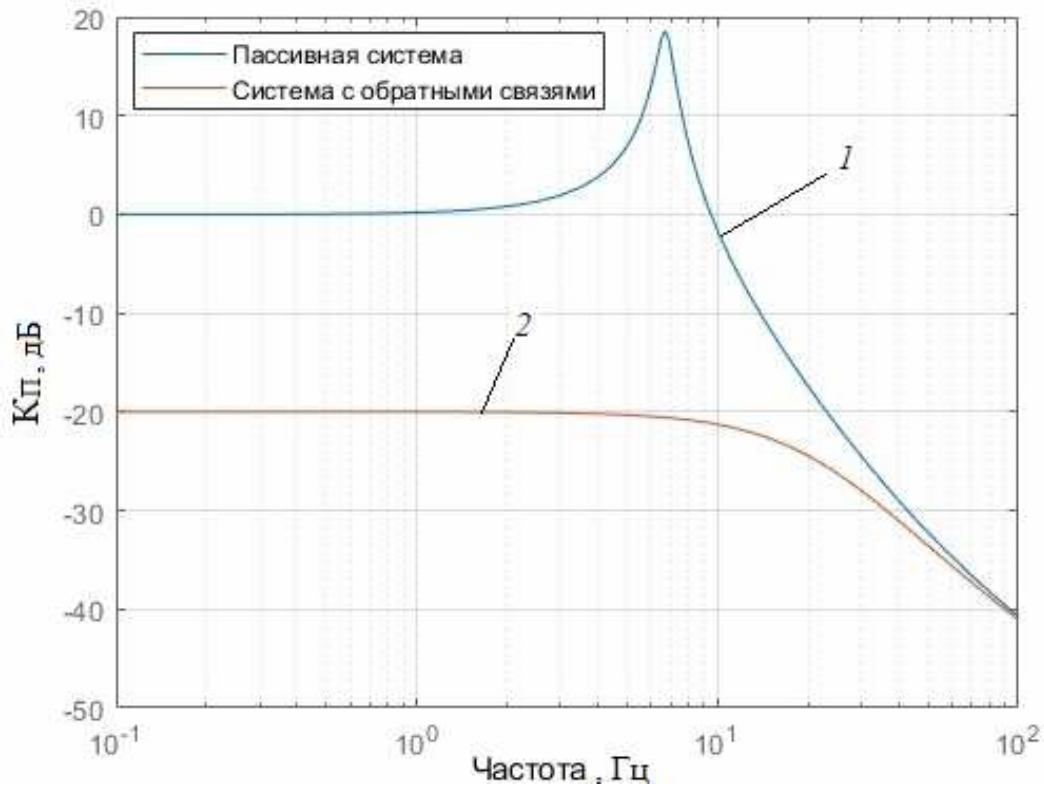


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики (1 – пассивная система  $c_0 = 3.56 \cdot 10^5 \frac{H}{m}, b_0 = 1000 \frac{H \cdot c}{m}$ , 2 – система с обратными связями  $K_1 = 3.15 \cdot 10^6, K_2 = 1.8 \cdot 10^5$ )

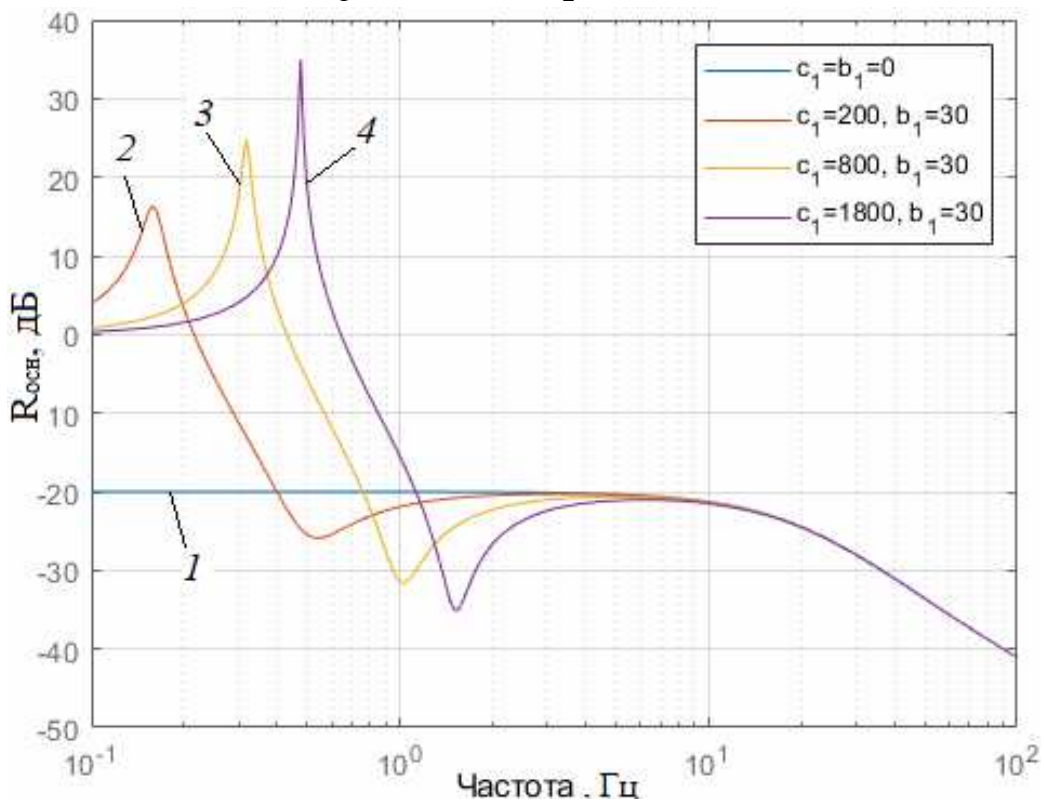


Рис. 5. Частотные характеристики (1 –  $c_1 = b_1 = 0$ , 2 –  $c_1 = 200 \frac{H}{m}, b_1 = 30 \frac{H \cdot c}{m}$ , 3 –  $c_1 = 800 \frac{H}{m}, b_1 = 30 \frac{H \cdot c}{m}$ , 4 –  $c_1 = 1800 \frac{H}{m}, b_1 = 30 \frac{H \cdot c}{m}$ )

Решение системы уравнений (12) произведено численно в пакете Matlab/Simulink для следующих значений параметров:  $m_0 = 200$  кг,  $c_0 = 3,56 \cdot 10^5$  Н/м,  $b_0 = 1000$  Н·с/м,  $m_1 = 20$  кг,  $c_1 = 200$  Н/м,  $b_1 = 30$  Н·с/м,  $Bl = 10$  Тл·м,  $L = 5 \cdot 10^{-3}$  Гн,  $R = 10$  Ом,  $K_2 = 1,8 \cdot 10^5$ ,  $K_1 = 3,2 \cdot 10^6$ .

Схема модели в Simulink показана на рисунке 6.

Из амплитудно-частотной характеристики  $K_{II}(t)$  на рисунке 7 следует, что использование в качестве актуатора электродинамического привода обеспечивает заданный коэффициент виброизоляции в диапазоне 0,4-20 Гц.

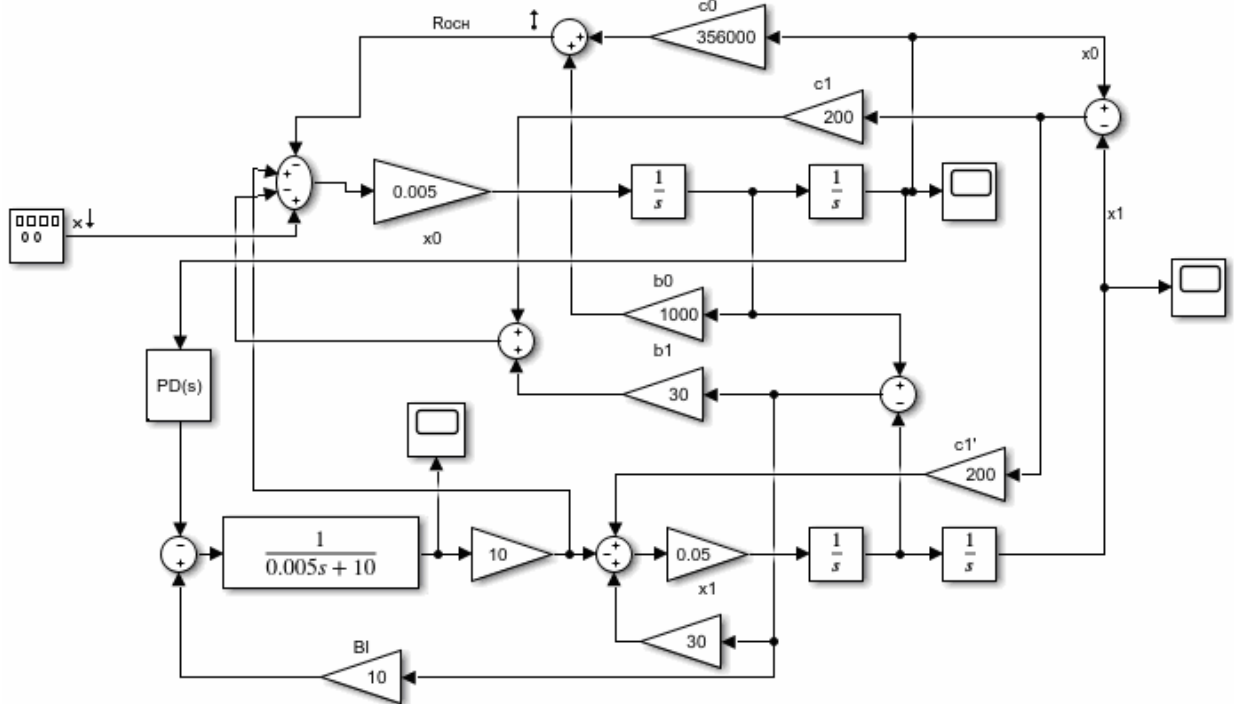


Рис. 6. Модель в программе Simulink

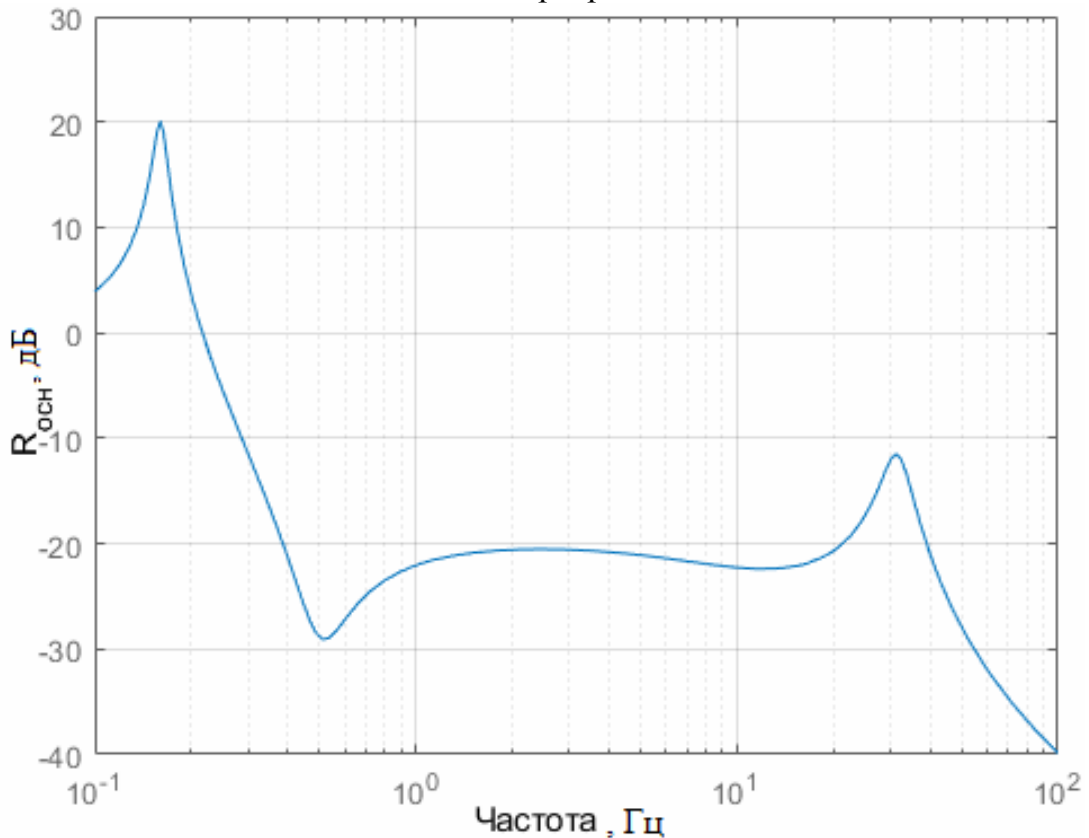


Рис. 7. Частотная характеристика



## Выводы

Результаты исследования показывают, что предложенная методика определения коэффициентов регулятора с помощью метода модального управления обеспечивает заданное снижение передачи усилия на основании от сверхнизких частот (0,4 Гц) в том числе и на резонансной частоте пассивной системы.

Необходимо отметить, что техническая реализация законов управления для рассматриваемой системы при наличии датчиков виброперемещения и виброскорости возможна с использованием промышленных ПИД-регуляторов.

## Список литературы

1. Кирюхин А.В., Тихонов В.А., Чистяков А.Г., Яблонский В.В. Активная виброзащита – назначение, принципы, состояние. 1. Назначение и принципы разработки // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2011. – № 2. – С. 108-111.
2. Вибрации в технике: Справочник: в 6 т. Т.6 / Под ред. К.В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1981.
3. Патент №2556867 РФ. Активная виброизолирующая система трубопроводов аварийной системы расхолаживания ядерного реактора подводной лодки / А.В. Кирюхин, В.А. Федоров, О.О. Мильман. – Заявка № 2013158496/07 от 30.12.2013; опублик. 20.07.2015, Бюл. № 20.
4. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. – Новосибирск: Наука, 2011. – 384 с.
5. Рыбак Л.А., Синёв А.В., Пашков А.И. Синтез активных систем виброизоляции на космических объектах. – М.: Янус-К, 1997. – 160 с
6. Лукьянова Г.В., Никифоров В.О., Сергачев И.В. Метод внутренней модели в задаче активной виброзащиты // Научно-технический вестник «Программирование, управление и информационные технологии». – 2005. – Вып. 9. – С. 76-83.
7. Бурьян Ю.А., Шалай В.В., Зубарев А.В., Поляков С.Н. Динамическая компенсация виброактивных сил в колебательной системе // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2017. – № 3 (18). – С. 192-195.
8. Бурьян Ю.А., Ситников Д.В., Силков М.В. Активный гаситель колебаний с электродинамическим приводом // Динамика систем, механизмов и машин. – 2017. – Т. 5, №1. – С. 16-21.
9. Израилович М.Я., Гришаев А.А. Активное виброгашение вынужденных колебаний с использованием параметрического и силового воздействий. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. 80 с.
10. Рыбак Л.А., Синев А.В., Пашков А.И. Синтез активных систем виброизоляции на космических объектах. – М.: Янус-К, 1997. – 160 с.
11. Синев А.В., Соловьев В.С. Исследование активных виброзащитных систем с автоподстройкой частоты // Виброзащита человека-оператора и колебания в машинах: сб. тр. – М.: Наука, 1977. – С. 38-40.
12. Кузовов Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1975. – 184 с.
13. Митрошник И.В., Никифоров В.О. Синтез линейных систем автоматического управления – СПб.: СПбГИТМО, 2000. – 80 с.
14. Бурьян Ю.А. Синтез линейных систем автоматического управления: Учебное пособие. – Омск: Изд. ОмГТУ, 2017. – 49 с.
15. СА03-001-05. Стандарт ассоциации Центробежные насосные и компрессорные агрегаты опасных производств. Эксплуатационные нормы вибрации. – М., 2005. – 13 с.
16. Гордеев Б.А., Акимов Б.А., Ерофеев В.И., Плехов А.С. Математические модели адаптивных виброизоляторов мобильных и стационарных объектов: монография. – Нижний Новгород: НГТУ, 2017. – 123 с

17. Бурьян Ю.А., Ситников Д.В. Активная система виброизоляции с электродинамическим приводом // III международная научно-техническая конференция «Проблемы машиноведения». – Омск: ОмГТУ, 2019. – С. 54-61.
18. Охулков С.Н., Плехов А.С., Титов Д.Ю., Шевырёв Ю.В. Методы и устройства ослабления вибрации электромеханических комплексов: монография. – Нижний Новгород: Нижегород. гос. техн. у-т им. Р.Е. Алексеева, 2016. – 254 с.
19. Feng N.S., Hahn E.J., Randall R.B. Simulation of vibration signals from a rolling element bearing defect. – Sydney, Australia: University of new south wales, 2004.
20. Tinghsu S. , Hattori S., Ishida M., Hori T. Suppression control method for torque vibration of AC motor utilizing repetitive controller with Fourier transform // IEEE Transactions on Industry Applications. 2002, vol. 38, I. 5, pp. 1316-1325.
21. Zhou Q, Nielsen S R K and Qu W L. Semi-active control of three-dimensional vibrations of an inclined sag cable with magnetorheological dampers // J. Sound Vid. 2006, vol. 296, pp. 1-22.

Сведения об авторах:

*Бурьян Юрий Андреевич* – д.т.н., проф., профессор кафедры «Основы теории механики и автоматического управления»;

*Ситников Дмитрий Владимирович* – к.т.н., доцент кафедры «Основы теории механики и автоматического управления»;

*Бурьян Андрей Анатольевич* – аспирант, ассистент и инженер кафедры «Основы теории механики и автоматического управления».